

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

JOSÉ CLAUDIO ISAIAS

**ESTIMATIVAS DE HORIZONTES DE TEMPO
PARA APLICAÇÃO DE DEA EM SELEÇÃO DE
CARTEIRA DE AÇÕES E PARA MANUTENÇÃO
DA CARTEIRA SELECIONADA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como requisito parcial a obtenção do título de *Mestre em Ciências em Engenharia de Produção*

Área de concentração: Engenharia Econômica

Orientador: Prof. Dr. Edson de Oliveira Pamplona

Coorientador: Prof. Dr. José Henrique de Freitas Gomes

Dezembro de 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

JOSÉ CLAUDIO ISAIAS

**ESTIMATIVAS DE HORIZONTES DE TEMPO
PARA APLICAÇÃO DE DEA EM SELEÇÃO DE
CARTEIRA DE AÇÕES E PARA MANUTENÇÃO
DA CARTEIRA SELECIONADA**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 10 de dezembro de 2014, conferindo ao autor o título de **Mestre em Ciências em Engenharia de Produção**.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Edson de Oliveira Pamplona (Orientador)

Prof. Dr. José Henrique de Freitas Gomes (Coorientador)

Prof. Dr. Alexandre Ferreira de Pinho (UNIFEI)

Prof. Dr. Messias Borges Silva (UNESP)

Itajubá, 2014

AGRADECIMENTOS

A Deus, por abençoar esta etapa com muita força vontade e com um caminho límpido;

A minha esposa Vanessa e ao meu filho Henrick, pela excelente estrutura familiar, mas principalmente por inspirarem a busca por algo melhor;

Aos meus pais Vonil e Maria, pela educação regrada em muita determinação, o que foi de suma importância para superar esta etapa;

Aos meus avós Antônio (em memória) e Sebastiana, pela fundamental participação de forma sempre fraterna e exemplar;

A todos os meus demais familiares, pela estrutura que permitiu superar todos os obstáculos desta etapa;

Ao professor Edson de Oliveira Pamplona, pelo compartilhamento de seu vasto conhecimento intelectual e pela orientação pautada em muito empenho e repeito;

Ao professor José Henrique de Freitas Gomes, pela coorientação amistosa, objetiva e eficiente;

Aos membros da banca examinadora, pelas contribuições nas orientações de adequação colocadas de forma bastante acautelada;

A todos os professores do programa de mestrado em Engenharia de Produção da UNIFEI, pelo importante compartilhamento de conhecimento;

À Universidade Federal de Itajubá, pela a oportunidade desta realização;

Enfim, a todos que de alguma forma participaram desta etapa.

RESUMO

A Análise Envoltória de Dados tem sido aplicada na seleção de carteiras de ações com bons resultados. Entretanto, existem lacunas nesta aplicação, quanto a estimativas de horizontes de tempo de coleta de dados para a seleção e de tempo de manutenção da carteira selecionada. A pesquisa propõe um modelo de programação matemática binária de minimização de erros quadrados para estimar estes horizontes, que é sua principal contribuição. A validação dos resultados do modelo ocorre pela simulação dos índices de retorno anuais estimados da carteira que utiliza ambos os horizontes estimados e de outras carteiras que não os utilizam, para posteriores comparações por testes de hipótese. A simulação de resultados mostra que a carteira com ambos os horizontes estimados tem os índices superiores, em média 6,99% ao ano, a todas as carteiras formadas para comparações. Os testes de hipótese confirmam a superioridade dos resultados dos índices do modelo proposto em níveis estatisticamente significativos. Isso nas comparações com carteiras que não utilizam nenhum dos horizontes estimados. As mesmas comparações com carteiras que utilizam ao menos um dos horizontes estimados indicam que os índices da carteira com ambos os horizontes continuam superiores, entretanto, com redução do percentual de significância estatística de superioridade neste caso.

Palavras-chave: *Análise Envoltória de Dados; Estimativas de Horizontes de Tempo; Carteiras de Ações; Programação Binária e Minimização de Erros Quadrado.*

ABSTRACT

One type of analysis that has shown good results in selecting stock portfolios has been Data Envelopment Analysis (DEA). DEA, however, has been shown to have gaps regarding its estimates of time horizons of data collection for the selection and of time horizons for the maintenance of the selected portfolio. To better estimate these horizons, this study proposes a model of mathematical programming binary of minimization of square errors, which is its main contribution. The model's results are validated by simulating the estimated annual return indexes of a portfolio that uses both horizons estimated and of other portfolios not using these horizons. The simulation shows that portfolios with both horizons estimated have higher indexes, on average 6.99% per year. The hypothesis tests confirm the statistically significant superiority of the results of the proposed model's indexes. The model's indexes are also compared with portfolios that use just one of the horizons estimated; here the indexes of the portfolios with both horizons outperform the single horizon portfolios, though with decrease in percentage of statistically significant superiority this case.

Keywords: *Data Envelopment Analysis, Estimated Time Horizons, Shares Portfolios, Binary Programming and Minimization of Square Errors.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Área de Envoltória

Figura 3.2: Consumo de Recursos x Produção de Retornos Crescentes de Escala

Figura 3.2: Consumo de Recursos x Produção de Retornos Constantes de Escala

Figura 3.4: Consumo de Recursos x Produção de Retornos Decrescentes de Escala

Figura 3.5: Possibilidades de Melhoria de Eficiência

Figura 3.6: Curvas de Regressão Linear e da Fronteira de Eficiência DEA

Figura 5.1: Classificação de Pesquisas Científicas

Figura 5.2: Processo de Modelagem em Simulação

LISTA DE TABELAS

- Tabela 5.1: Correlação entre índices fundamentalistas e o retorno das ações estudadas
- Tabela 5.2: Dados do fechamento de Janeiro de 2009 e Setembro de 2011
- Tabela 5.3: Dados do fechamento de Setembro de 2011 e Setembro de 2012
- Tabela 5.4: Dados ajustados referentes a 32 meses anteriores à secção 1
- Tabela 5.5: Dados ajustados referentes a 12 meses posteriores à secção 1
- Tabela 6.1: Eficiência e Classificação DEA conforme dados das tabelas 5.4 e 5.5
- Tabela 6.2: Resultados de Eficiência x Horizontes anteriores à secção 1
- Tabela 6.3: Resultados de Eficiência x Horizontes posteriores à secção 1
- Tabela 6.4: Resultado estimado do horizonte mensal de coleta de dados
- Tabela 6.5: Resultado estimado do horizonte mensal de manutenção de carteira
- Tabela 6.6: Números índices de retorno utilizados nas concepções de carteiras
- Tabela 6.7: Variáveis brutas para ajustes antes da aplicação de DEA
- Tabela 6.8: Variáveis ajustadas para aplicação de DEA na seleção de carteira
- Tabela 6.9: Eficiência e classificação para seleção da carteira do modelo proposto
- Tabela 6.10: Participações nos inícios das ponderações da carteira do modelo
- Tabela 6.11: Variação da participação devido ao retorno das ações utilizadas
- Tabela 6.12: Resultados gerais da carteira com horizontes encontrados pelo modelo
- Tabela 6.13: Resultados gerais do modelo e do mercado
- Tabela 6.14: Resultados gerais do modelo e de horizontes aleatórios em geral
- Tabela 6.15: Resultados gerais do modelo e de horizontes aleatórios de coleta de dados
- Tabela 6.16: Resultados gerais do modelo e de horizontes aleatórios de manutenção

LISTA DE ABREVIATURAS

BACEM	Banco Central do Brasil
BM&F Bovespa	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
DEA	<i>Data Envelopment Analysis</i>
DMU	<i>Decision Making Units</i>
ISI	<i>Institute Scientific Information</i>
LTF	Letras Financeiras do Tesouro
SBM	<i>Slacks Based Measure</i>
Selic	Sistema Especial de Liquidação e de Custódia

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Contextualização do Problema e Justificativas.....	12
1.2 Objetivos da Pesquisa.....	13
1.3 Estrutura da Pesquisa.....	14
2 MERCADOS FINANCEIROS	15
2.1 Mercado de Capitais.....	15
2.1.1 Títulos de Capital Próprio.....	15
2.1.2 Títulos de Capital de Terceiros	16
2.2 Bolsas de Valores	17
2.2.1 Mercado Primário.....	17
2.2.2 Mercado Secundário.....	18
2.3 Mercado Financeiro Brasileiro.....	18
2.4 BM&F Bovespa.....	18
2.5 Índices de Mercados	19
2.5.1 Índice Ibovespa	19
2.6 Análises de Empresas e de suas Ações.....	20
2.6.1 Indicadores Econômicos - Financeiros ou Fundamentalistas	20
3 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS	22
3.1 Retornos de Escala e Possibilidades de Melhorias.....	23
3.1.1 Produção de Retornos Crescentes de Escala.....	23
3.1.2 Produção de Retornos Constantes de Escala	24
3.1.3 Produção de Retornos Decrescentes de Escala	24
3.1.4 Possibilidades de Melhorias.....	25
3.2 Modelagem de Análise Envoltória de Dados.....	26
3.3 Modelos DEA Clássicos e suas Variantes	29

3.3.1	Modelo CCR Primal Orientado a <i>Inputs</i>	29
3.3.2	Modelo CCR Dual Orientado a <i>Inputs</i>	30
3.3.3	Modelo CCR Primal Orientado a <i>Outputs</i>	30
3.3.4	Modelo CCR Dual Orientado a <i>Outputs</i>	31
3.3.5	Modelo BCC Primal Orientado a <i>Inputs</i>	32
3.3.6	Modelo BCC Dual Orientado a <i>Inputs</i>	32
3.3.7	Modelo BCC Primal Orientado a <i>Outputs</i>	33
3.3.8	Modelo BCC Dual Orientado a <i>Outputs</i>	33
3.4	Escolha de <i>Inputs</i> e <i>Outputs</i>	34
3.5	Número de <i>Inputs</i> e <i>Outputs</i>	35
3.6	Limitações da Análise Envoltória de Dados.....	36
3.7	Lacunas de Aplicações de DEA em Ações.....	37
4	CONCEPÇÃO DO MODELO PROPOSTO.....	40
4.1	Modelo DEA Utilizado.....	40
4.1.1	Redefinições dos Termos do Modelo DEA Utilizado.....	41
4.1.2	Matrizes de Eficiência DEA Planejadas.....	43
4.2	Formulações para a Minimização de Erros Quadrados	44
4.2.1	Matrizes de Auxílio à Solução na Minimização de Erros Quadrados.....	45
4.2.2	Modelo Proposto na Fase de Mínimos Erros Quadrados	46
4.3	Alternativas de Aplicação do Modelo Proposto.....	48
5	MÉTODO DE PESQUISA.....	50
5.1	Metodologia da Pesquisa	50
5.2	Classificação Metodológica da Pesquisa.....	51
5.3	Método de Pesquisa Utilizado.....	52
5.4	Planejamento de Coleta e de Tratamento de Dados	54
5.4.1	Unidades Tomadoras de Decisão	54
5.4.2	Delimitações de Escala do Modelo	55
5.4.3	Horizontes Testados e Secções de Coleta de Dados	56

5.4.4	Dados Utilizados e suas Definições	57
5.4.5	Ajustes e Parâmetros de <i>Inputs</i>	59
5.4.6	Ajustes e Parâmetros do <i>Output</i>	60
5.4.7	Ajustes na Presença de <i>Inputs</i> ou <i>Outputs</i> Negativos	62
5.5	Execução de Coleta e de Tratamento de Dados	62
5.5.1	Coleta dos Dados Brutos	62
5.5.2	Tratamento dos Dados Brutos.....	65
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	69
6.1	Aplicação da Fase DEA do Modelo Proposto	69
6.1.1	Resultados de Eficiência do Modelo Proposto na Fase DEA.....	70
6.1.2	Matrizes de Eficiência Geradas na Fase DEA	72
6.2	Aplicação da Fase de Minimização de Erros Quadrados	76
6.2.1	Resultados da Fase de Minimização de Erros Quadrados.....	76
6.3	Formação da Carteira com os Horizontes Encontrados.....	78
6.4	Testes de Hipóteses	93
7	CONCLUSÕES	102
7.1	Contribuição da Pesquisa.....	102
7.2	Considerações Finais	102
7.3	Sugestões para Pesquisas Futuras.....	105
	REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO	107

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados a contextualização do problema, as justificativas, os objetivos e a estrutura da pesquisa.

1.1 Contextualização do Problema e Justificativas

O investimento em ações deve considerar as expectativas de retornos que podem ocorrer, ou seja, a seleção de ativos neste mercado deve prever seus rendimentos futuros para minimizar a probabilidade de perdas. O motivo é que o mercado de ações permite que investidores obtenham retornos satisfatórios em alguns momentos, entretanto, geralmente ele é hostil e propício a perdas (LIM; OH e ZHU, 2014; EDIRISINGHE e ZHANG, 2010; TICKNOR, 2013).

Os problemas das perdas de capital nos mercados de ações são oscilantes. Ou seja, ao longo do tempo existem momentos onde investidores com pouco conhecimento conseguem retornos satisfatórios, entretanto, em outros momentos, mesmo investidores com elevado grau de conhecimento para a atividade não conseguem alcançar suas metas de retorno (LAMB e TEE, 2012; RODRÍGUEZ; LUQUE E PATARI, 2011).

Um investimento lucrativo no mercado de ações necessita do auxílio de ferramentas corretamente estruturadas, onde esta estruturação é importante para a obtenção dos retornos desejados ou satisfatórios. Entre as ferramentas que podem auxiliar o investidor na atividade está a Análise Envoltória de Dados ou *Data Envelopment Analysis* – DEA, que vem sendo aplicada na seleção de carteiras de ações com bons resultados (LAMB e TEE, 2012; LIM; OH e ZHU, 2014; PATARI; LEIVO e HONKAPURO, 2012).

Apesar dos bons resultados na seleção de carteiras de ações, existem lacunas nesta utilização de DEA. Ou seja, pode se dizer que não são encontrados modelos matemáticos, métodos ou procedimentos para estimativas de horizontes de tempo mensais: para a coleta de dados a serem utilizados em aplicação de modelos DEA na seleção de carteira de ações e para a manutenção da carteira selecionada previamente com a ferramenta. A percepção das lacunas ocorreu após pesquisas na base do *Institute Scientific Information (ISI) Web of Knowledge*.

É necessária a busca de conhecimento para cotornar os desafios que os mercados de ações têm oferecido. Mais especificamente a este estudo, o conhecimento a ser buscado é para o fechamento das lacunas da utilização de DEA como ferramenta de auxílio a investimentos em ações. Dessa forma também se buscará minimizar os problemas de perdas de capital na atividade. Assim os objetivos da pesquisa devem contemplar esta busca.

1.2 Objetivos da Pesquisa

O objetivo geral da pesquisa é estimar o horizonte de tempo mensal de coleta de dados a ser utilizado em determinado modelo DEA na seleção de carteiras de ações, e também o horizonte de tempo mensal de manutenção da carteira selecionada previamente com a ferramenta. As estimativas deverão ocorrer de duas formas distintas: a princípio os horizontes deverão ser estimados simultaneamente e em seguida individualmente.

Como os dois horizontes de tempo devem ser estimados de três formas diferentes, uma simultânea e duas individuais, então o objetivo geral da pesquisa é composto pelos três últimos objetivos específicos enumerados neste item. O primeiro objetivo específico é conceber um modelo matemático para estimar os horizontes de tempo mensais em questão.

Assim, os objetivos específicos da pesquisa são:

- a) Propor um modelo de programação matemática para estimar os horizontes de tempo mensais identificados como lacunas pela pesquisa;
- b) Estimar, simultaneamente, os dois horizontes de tempo mensais em questão;
- c) Estimar, individualmente, o horizonte de tempo mensal de coleta de dados a ser utilizado na aplicação de um determinado modelo DEA na seleção de carteira de ações;
- d) Estimar, também individualmente, o horizonte de tempo mensal para a manutenção da carteira de ações selecionada com o modelo DEA.

1.3 Estrutura da Pesquisa

Os capítulos da dissertação e seus respectivos conteúdos são:

- a) O primeiro capítulo é a Introdução, onde são apresentadas as considerações iniciais sobre a utilização de DEA em mercados de ações, a contextualização do problema de pesquisa, a justificativa para o tema, os objetivos e a estruturação da pesquisa.
- b) O segundo capítulo e o terceiro capítulo, juntos compõem a fundamentação teórica da pesquisa. O segundo refere-se a Mercados Financeiros e o terceiro apresenta conceitos de Análise Envoltória de Dados. O terceiro capítulo é encerrado com pesquisas da aplicação de DEA em mercados de ações, onde é comprovada a existência das lacunas referentes aos horizontes de tempo em questão para a pesquisa.
- c) O quarto capítulo traz a Concepção do Modelo Matemático Proposto pela pesquisa para estimar os horizontes de tempo buscados. No capítulo é apresentado todo o passo a passo da concepção do modelo de forma minuciosa.
- d) O quinto capítulo é sobre Métodos de Pesquisa e contempla a metodologia e o método de pesquisa, além do planejamento e dos resultados da coleta e do tratamento de dados.
- e) O sexto capítulo é sobre Resultados e Discussões. Nele são apresentados todos os resultados da aplicação do modelo de programação matemática proposto, além dos resultados das comparações por testes de hipótese para verificar a eficácia da utilização dos horizontes de tempo mensais estimados.
- f) O sétimo capítulo é referente às Conclusões da pesquisa. Ele se divide em destacar a principal contribuição da pesquisa, confrontar os objetivos com os resultados e apresentar recomendações para pesquisas futuras.
- g) Após os sete capítulos as Referências Bibliográficas utilizadas são apresentadas.

2 MERCADOS FINANCEIROS

No Mercado Financeiro existem quatro principais segmentos: O Mercado Monetário, o Mercado de Crédito, o Mercado Cambial e o Mercado de Capitais. O Mercado Monetário representa a liquidez da economia com as operações de curto prazo. O Mercado de Crédito é relacionado às operações de curto e médio prazo no financiamento de capital de giro e de ativos permanentes. O Mercado de Câmbio executa operações de troca de moedas para suprir as necessidades do comércio internacional (ASSAF NETO, 2008; CETORELLI e GOLDBERG, 2012). O Mercado de Capitais é descrito no item 2.1.1.

2.1 Mercado de Capitais

O mercado de capitais é um sistema de distribuição de valores mobiliários com o objetivo de viabilizar o processo de capitalização de títulos de empresas. Ele é formado por bolsas de valores, sociedades corretoras e outras instituições financeiras autorizadas, e pode ser dividido em mercado primário e secundário (BREALEY; MYERS e MARCUS, 2007; FORTUNA, 2005).

O Mercado de Capitais permite operações para financiamento do ativo através de títulos de capital próprio e de títulos de capital de terceiros. Esses títulos são classificados como de renda variável e representam a participação societária e de capital financiado nas empresas (FORTUNA, 2005).

O Mercado de Capitais ainda pode ser definido como um conjunto de instituições de negociação de títulos e valores mobiliários. Seu objetivo é viabilizar a negociação entre agentes compradores e agentes vendedores. Dessa forma, o mercado permite a distribuição de valores mobiliários para a capitalização de empresas e para a liquidez de seus títulos (ASSAF NETO, 2008).

2.1.1 Títulos de Capital Próprio

Os Títulos de Capital Próprio são também conhecidos como Ações. Estes títulos são ativos negociáveis no Mercado de Capitais juntamente com Debêntures, Letras Financeiras do Tesouro - LTF e outros (CETORELLI e GOLDBERG, 2012).

Os Títulos de Capital Próprio são a menor parte ou fração do capital de uma sociedade anônima. O seu número e valor nominal são regidos pelos estatutos da empresa de valores negociáveis à qual o título faz parte. Sua distribuição ocorre de acordo com a participação monetária efetivada. Assim, esses títulos representam o interesse de propriedade na empresa emitente (ASSAF NETO, 2008).

Os Títulos de Capital Próprio podem ser divididos em ordinários e preferenciais. Os ordinários representam o interesse de propriedade sobre a empresa que os emitiu com direito a dividendos e a voto. Os preferenciais, que não dão direito a voto, constituem uma forma diferenciada de propriedade. Eles representam o compromisso de pagamento de dividendos em períodos fixos e com prioridade em relação aos ordinários (GITMAN e MADURA, 2003, LO, 2013).

Os dividendos são a remuneração aos acionistas pelo capital investido. Eles representam a distribuição obrigatória de lucros ou resultados da companhia em cada exercício. Essa distribuição ocorre na forma de juros sobre capital próprio e é pré-fixada por lei e pelo estatuto da empresa. Também existem as remunerações aos acionistas por bonificações oriundas da incorporação de reservas ou lucros acumulados ao capital social da empresa (LIMA; GALARDI e NEUBAUER, 2006).

2.1.2 Títulos de Capital de Terceiros

Títulos de Capital de Terceiros ocorrem de diversas formas. Podem ser os valores devidos a fornecedores, empréstimos bancários, as debêntures e outros. Eles compreendem todas as dívidas de uma empresa e corresponde ao seu passivo. Também eles podem ser definidos como o capital exigível ou como obrigações das empresas e ainda, como qualquer tipo de financiamento com prazo fixo e direito prioritário sobre os fluxos de caixa (ASSAF NETO, 2008).

O uso de capital de terceiros tem vantagens, como por exemplo, os juros pagos por seus valores serem dedutíveis de impostos de renda da empresa, reduzindo assim o efetivo da dívida. Entre outras vantagens do seu uso, ainda pode-se destacar o fato que, como os portadores de títulos de dívidas são remunerados com um retorno fixo, os acionistas podem reter todos os lucros excedentes no caso de resultados superiores aos esperados. Como desvantagens do uso de capital de terceiros, por exemplo, tem-se a elevação do risco da

empresa mensurado pela relação de seu custo fixo alavancado pelos juros da dívida. (LIMA; GALARDI e NEUBAUER, 2006).

2.2 Bolsas de Valores

As bolsas de valores são instituições administradoras de mercados e também centros de negociações de mobiliários. Elas atualmente utilizam sistemas eletrônicos de negociação e têm ampla autonomia para exercer autorregulamentação sobre corretoras de valores. As corretoras de valores devem estar devidamente registradas no Banco Central do Brasil – BACEM. Somente através delas os investidores têm acesso aos sistemas de negociação (BREALEY; MYERS e MARCUS, 2007; LO, 2013).

As empresas que têm ações negociadas nas bolsas de valores são chamadas “companhias listadas”. Para listar ações em bolsas a empresa deve ser aberta ou pública, o que não significa que pertença ao governo, mas sim que o público em geral detém suas ações. A empresa deve ainda, atender aos requisitos estabelecidos pela lei das S.A. – Sociedades de Ações nº 6.404, de 15 de dezembro de 1976, e pelas instruções da comissão de valores mobiliários - CVM. A empresa também deve obedecer a uma série de normas e regras estabelecidas pelas bolsas (BREALEY; MYERS e MARCUS, 2007).

2.2.1 Mercado Primário

A captação de recursos pelas empresas ocorre através da venda de suas ações ao público por ofertas chamadas primárias. No Mercado Primário as ações são negociadas pela primeira vez, ou seja, ele está associado ao lançamento de ações no mercado de capitais pela empresa emitente. Suas ofertas são a primeira negociação de qualquer tipo de valor mobiliário, onde a empresa oferece ações diretamente aos investidores (BREALEY; MYERS e MARCUS, 2007; KERR, 2011).

No Mercado Primário o dinheiro arrecadado vai para a empresa emitente, ou seja, converte-se em capital para a organização que as emitiu. Com a subscrição ou venda, a empresa obtém recursos para seus empreendimentos. Dessa forma é no Mercado Primário que ocorre a transferência direta de recursos para as organizações pela compra de seus títulos (ASSAF NETO, 2008).

2.2.2 Mercado Secundário

O Mercado Secundário é consequente ao mercado primário. Nele ocorrem às renegociações dos títulos emitidos e negociados no mercado primário. Assim, no Mercado Secundário as ofertas representam a comercialização de ações existentes. A comercialização das ofertas secundárias ocorre entre o detentor de uma ação e terceiros nas bolsas de valores (LIMA; GALARDI e NEUBAUER, 2006; KERR, 2011).

O Mercado Secundário assegura a liquidez aos investimentos do mercado primário, ou seja, assegura que títulos adquiridos no mercado primário possam ser revendidos. Assim, no Mercado secundário os títulos são comercializados entre os acionistas sem financiar projetos de investimento da empresa emitente. As negociações do Mercado Secundário acontecem em dois locais distintos, o mercado de balcão e de bolsas (ASSAF NETO, 2008; KERR, 2011).

2.3 Mercado Financeiro Brasileiro

O Mercado Financeiro Brasileiro é constituído principalmente pelas bolsas de valores que atuam como intermediadoras nos mercados secundários, onde essa atuação ocorre principalmente na revenda de ações e títulos (MONTES e TIBERTO, 2012).

O perfeito funcionamento do Mercado Financeiro Brasileiro depende de uma série de normativas gerenciais. Por exemplo, essas normativas têm os objetivos de: fixar diretrizes e políticas para o mercado, estabelecer diretrizes da política adotada, regulamentar as operações, estabelecer medidas para prevenção e correção de desequilíbrios econômicos, definir juros praticados e outras (LIMA; GALARDI e NEUBAUER, 2006).

2.4 BM&F Bovespa

No passado o Brasil teve nove bolsas de valores. Entretanto, atualmente a BM&F Bovespa - Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo, é a principal. Ela foi criada em maio de 2008 após integração entre a Bolsa de Mercadorias & Futuros - BM&F e a Bolsa de Valores de São Paulo - Bovespa (ASSAF NETO, 2008).

Em novembro de 2014 a BM&F Bovespa oferece mais de 500 ações como opções de investimento. Sua análise pode ser feita através da carteira teórica do índice Ibovespa que é atualmente composta por 69 ações. O Índice Ibovespa será descrito no item 2.5.1.

Entre as funções da BM&F Bovespa estão o levantamento de capital para negócios, a mobilização de poupanças em investimentos, a facilitação do crescimento de companhias, a restituição de renda, o aprimoramento da governança corporativa, a criação de oportunidades de investimento para pequenos investidores, a atuação como termômetro da economia, a ajuda no financiamento de projetos sociais e outras (ASSAF NETO, 2008; PINTO; MONTEIRO e NAKAO, 2011).

2.5 Índices de Mercados

Utilizar os dados de todas as ações da BM&F Bovespa nas análises da pesquisa é inviável. Está é uma limitação da pesquisa. A solução para que a análise possa ser feita está na utilização de Índices de Mercado. Entre os índices mais importantes do Mercado de Ações Brasileiro está o Ibovespa, que é definido no item 2.5.1.

Os demais índices importantes do Mercado de Ações Brasileiro são: O IVBX2 - Índice de 2ª linha de representabilidade do Ibovespa, o IbrX50 - Índice Brasil das 50 principais ações negociadas, o IbrX100 - Índice Brasil das 100 principais ações negociadas, o IEE - Índice Setorial de Energia Elétrica, o ITEL - Índice Setorial de Telecomunicações, o INDX - Índice do Setor Industrial, o IGC - Índice de Governança Corporativa, o ISE - Índice de Sustentabilidade Empresarial e o ITAG - Índice de Ações com *Tag Along* Diferenciado (ASSAF NETO, 2008).

2.5.1 Índice Ibovespa

O Índice Ibovespa, que é o mais importante do mercado de ações brasileiro, é apurado pela movimentação diária das ações que compõem sua carteira teórica. Essa carteira teórica é renovada quadrimestralmente e é constituída por ações que representem 80% do volume negociado nos últimos 12 meses na BM&F Bovespa. As ações do Ibovespa devem também ter sido negociada em pelo menos 80% dos pregões dos últimos 12 meses (ASSAF NETO, 2008).

A composição do índice Ibovespa tem 70 ações em novembro de 2014. Esse número é sujeito variações, que por sua vez, são necessárias para que a carteira represente a movimentação dos principais papéis negociados nos últimos 12 meses.

Outro fator relevante da carteira teórica do Índice Ibovespa é o alto grau de liquidez de suas ações. Isso porque esse conjunto de ações representa 80% do volume transacionado nos 12 meses (ASSAF NETO, 2008; PINTO; MONTEIRO e NAKAO, 2011).

2.6 Análises de Empresas e de suas Ações

A análise financeira de uma empresa inicia-se pela análise de suas demonstrações de resultados, que por sua vez, refletem no preço de suas ações. A análise de demonstrações financeiras evoluiu da leitura de indicadores tradicionais para a utilização de ferramentas de otimização atualmente. A evolução partiu dos modelos Tradicionais ou Quantitativos, posteriormente surgiram os modelos Integrados e atualmente são utilizados os modelos Estruturados (GRUNDKE e POLLE, 2012).

Os modelos Tradicionais ou Quantitativos se baseiam exclusivamente em demonstrações financeiras. Existem diferentes demonstrações financeiras, portanto, diferentes formas de interpretá-las. Para essa interpretação são exemplos a Análise Vertical, a Análise Horizontal e a Análise de Indicadores (LIMA; GALARDI e NEUBAUER, 2006).

Os modelos Integrados de análise de demonstrações financeiras têm o objetivo de utilizar informações econômicas e financeiras. Isso de forma plural ou multidimensional em relação às variáveis e se baseando na análise conjunta de indicadores (BRYAN, 2013).

Nos modelos estruturados ocorre a determinação de etapas de análise sucessivas. Essas etapas devem obedecer a uma sequência lógica para que no final sejam possíveis as conclusões e o levantamento da necessidade de maiores informações (KASSAI, 2002).

Atualmente tem se utilizado em análises estruturadas a ferramenta de Análise Envoltória de Dados, que entre as ferramentas utilizadas neste estudo é a principal.

2.6.1 Indicadores Econômicos - Financeiros ou Fundamentalistas

As análises de demonstrações financeiras ocorrem principalmente pela análise de Indicadores Econômicos – Financeiros. Por sua vez, a análise dos indicadores Econômicos - Financeiros permite a observação de informações importantes para o correto gerenciamento de uma empresa. Os indicadores têm como função medir o desempenho da empresa quanto à liquidez, ao endividamento, a rentabilidade e a atividade. Os indicadores são calculados com

base em informações apresentadas no balanço patrimonial e na demonstração do resultado da empresa (GITMAN e MADURA, 2003).

As ações de uma empresa geralmente refletem as expectativas dos agentes econômicos relacionadas às perspectivas do país. O preço de uma ação em bolsa é então resultado das condições de mercado, que por sua vez, refletem as condições estruturais e comportamentais da economia. O processo de análise para a decisão de compra ou venda da ação de uma empresa são geralmente baseados nos índices Econômicos - Financeiros ou Fundamentalistas (GRUNDKE e POLLE, 2012).

Analisados quais índices Econômicos - Financeiros ou Fundamentalistas possuem maiores poderes para explicar retornos de ações, geralmente estudos utilizam: Beta ou risco do mercado, o índice de ativo total por valor patrimonial, o índice de ativo total por valor de mercado, o índice de dividendos por preço, o índice de fluxo de caixa por preço, índice de liquidez da ação na bolsa de valores, o índice de valor de mercado, o índice de preço por valor patrimonial, o índice de lucro por preço e o índice de preço por vendas (NAGANO; MERLO e SILVA, 2003).

Ainda, segundo os autores, após análise por métodos de regressão dos indicadores para verificar quais têm maior capacidade de explicar a rentabilidade de ações da BM&F Bovespa, pôde-se concluir que os retornos das ações mostram forte relacionamento com: lucro por preço, valor de mercado, preço por valor patrimonial, liquidez, beta e preço por vendas.

3 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

A Análise Envoltória de Dados ou *Data Envelopment Analysis* - DEA é um conjunto de programações matemática para verificar eficiência. Isso comparando unidades de produção pela sua proximidade a uma fronteira eficiente. O primeiro modelo DEA foi proposto por *Charnes, Cooper e Rhodes* em 1978 (LEE, 2014).

A Análise Envoltória de Dados também é definida como uma técnica não paramétrica, que utiliza programação linear para comparar o desempenho operacional de unidades tomadoras de decisão ou DMUs - *Decision Making Units* (LEE, 2014; DOS ANJOS, 2005).

A programação matemática de DEA é possível pela aplicação de um modelo linear que possibilita a comparação da eficiência de DMUs similares. O modelo linear faz com que a decisão fique orientada por um único indicador, que é calculado utilizando várias abordagens de desempenho (MACEDO; CASA NOVA e ALMEIDA, 2007; MUREN; MA e CUI, 2014).

A Figura 3.1 apresenta graficamente o conceito de Análise Envoltória de Dados. A área sob a curva da Figura indica o conjunto de possibilidades de produção de determinado grupo de unidades tomadoras de decisão. A linha curva indica um grupo eficiente em transformar entradas em saídas para determinado nível (HAAS; MURPHY e LANCIONI, 2003).

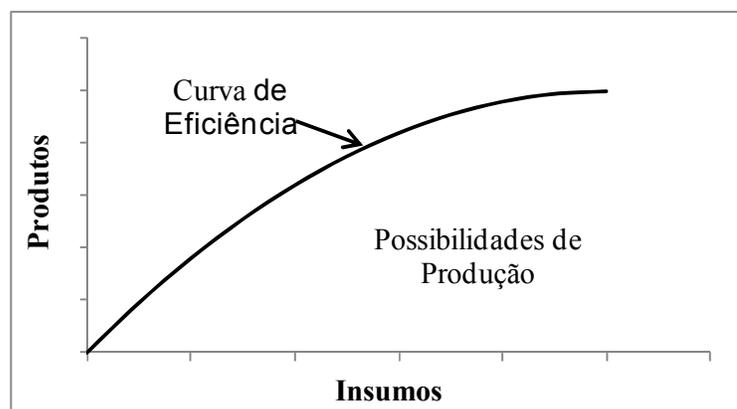


Figura 3.1: Área de Envoltória

Fonte: Elaborado pelo Autor

A DEA consiste em uma técnica utilizada para cálculo de eficiência dos chamados planos de operação. Esses planos são as produções de unidades tomadoras de decisão homogêneas, onde se utilizam um mesmo conjunto de insumos para gerar um mesmo conjunto de produtos. As diferenças ocorrem apenas em intensidade e magnitude de utilização e da produção (MUREN; MA e CUI, 2014).

A DEA, ainda pode ser definida como uma técnica originária de pesquisa operacional que objetiva a avaliação para posterior melhoria de desempenho. Seu conjunto de programações matemáticas é possível pela análise de eficiência de DMUs por meio das chamadas medidas parciais de produtividade (PATARI; LEIVO e HONKAPURO, 2012).

O primeiro estudo sobre Medida Parcial de Produtividade foi publicado no *International Journal of Management Science* em 1973. O artigo analisava a produtividade de unidades fabris nos Estados Unidos. O estudo encontrou problemas para analisar indicadores de produtividade que consideram um tipo de saída por um tipo de entrada (GOLD, 1973).

Considerar apenas uma saída por uma entrada pode levar a erros de interpretação, tanto dos efeitos de mudanças nos indicadores, quanto na variável a ser trabalhada para se alcançar os resultados desejados. Assim, surgiu a mensuração da eficiência por meio das medidas parciais (CHARNES; COOPER e RHODES, 1978).

3.1 Retornos de Escala e Possibilidades de Melhorias

Curvas de produção podem ser utilizadas para definir a relação entre *inputs* e *outputs* em relação a retornos de escala. As hipóteses para estas relações são que dado um nível de consumo de *inputs*, então são possíveis ocorrerem produções de *outputs* com retornos crescentes, constantes ou decrescentes de escala (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

3.1.1 Produção de Retornos Crescentes de Escala

Conforme mostrado na Figura 3.2, os retornos crescentes de escala ocorrem quando os acréscimos no consumo de *inputs* implicam em um aumento mais que proporcional na quantidade de *outputs*. Os retornos de escala crescentes são também conhecidos como economias de escala (BASSO e FUNARI, 2014).

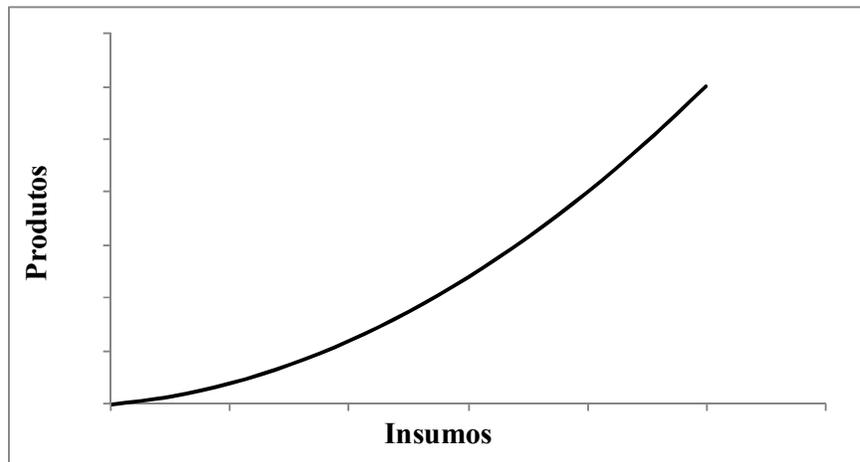


Figura 3.2: Consumo de recursos x Produção de retornos crescentes de escala

Fonte: Elaborado pelo Autor

3.1.2 Produção de Retornos Constantes de Escala

A Figura 3.3 apresenta os retornos constantes de escala. Esta possibilidade ocorre quando os acréscimos no consumo de *inputs* resultam em aumentos proporcionais nos *outputs* obtidos (PODINOVSKI *et al.* 2014).

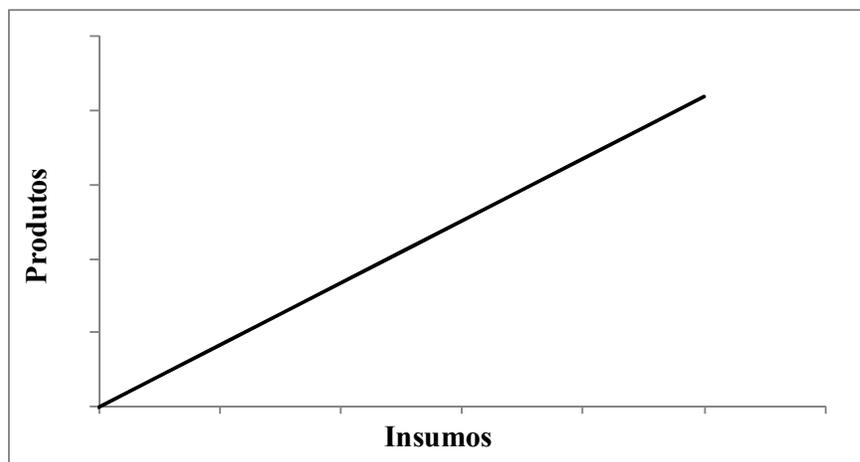


Figura 3.3: Consumo de recursos x Produção de retornos constantes de escala

Fonte: Elaborado pelo Autor

3.1.3 Produção de Retornos Decrescentes de Escala

Este tipo de retorno pode ser observado na Figura 3.4. Ele ocorre quando os acréscimos no consumo de *inputs* acarretam aumentos menos que proporcional na geração de *outputs*. Estes são também conhecidos como deseconomias de escala (BASSO e FUNARI, 2014).

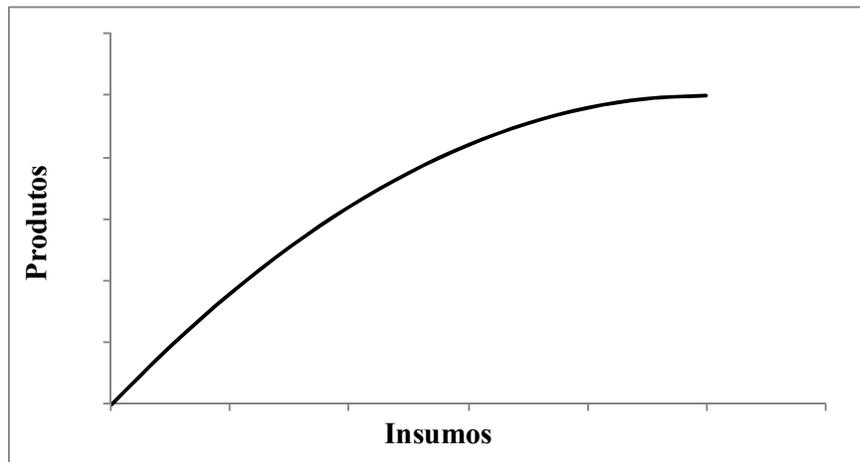


Figura 3.4: Consumo de recursos x Produção de retornos decrescentes de escala

Fonte: Elaborado pelo Autor

3.1.4 Possibilidades de Melhorias

Atrelados aos retornos de escala estão as curvas de produção. Essas curvas são úteis na avaliação de desempenho de empresas. Nelas as DMUs eficientes se tornam referência para as demais nos planos de produção (BASSO e FUNARI, 2014; PODINOVSKI *et al.* 2014).

Entretanto, atrelado às curvas de produção está a possibilidade de melhorias das DMUs do conjunto. A Figura 3.5 traz esse importante conceito de Análise Envoltória de Dados. Na Figura são observadas três empresas eficientes e uma ineficiente, respectivas à A, B, Z e C (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

No exemplo da Figura 3.5, as possibilidades de melhoria em DEA podem ocorrer de duas formas para empresa C. Na primeira ela deve manter a quantidade de *inputs* e aumentar seu nível de *outputs*. Assim, ela migraria em direção à empresa B. Na segunda forma ela deveria manter o seu nível de *outputs* e diminuir o seu nível de *inputs*. Dessa forma ela migraria em direção à empresa A. Em ambos os casos ela poderia encontrar a fronteira de eficiência, ou, indo além, ela estabeleceria uma nova fronteira e seria um novo *benchmarking* do sistema. A empresa Z representa um nível mais alto de consumo por produção praticado no conjunto (KASSAI, 2002).

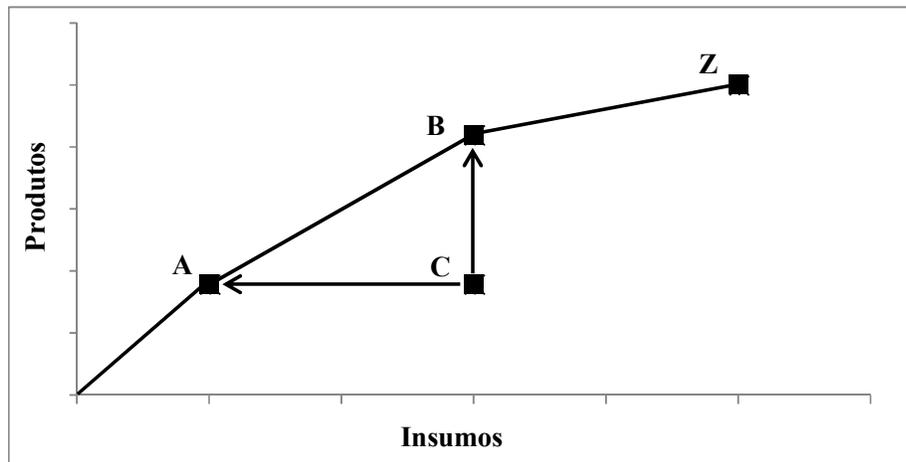


Figura 3.5: Possibilidades de melhoria de eficiência

Fonte: Elaborado pelo Autor

3.2 Modelagem de Análise Envoltória de Dados

Existem características a serem compreendidas no ambiente da Análise Envoltória de Dados, que permitem toda a formulação de seus modelos clássicos, e também dos modelos desenvolvidos a partir dos clássicos (SENA, 2005):

- a) O aumento de qualquer insumo significa um aumento na produção;
- b) Todos os insumos são essenciais ao processo produtivo e a ausência de algum inviabiliza o processo;
- c) O conjunto das possibilidades de produção é limitado e podem ser conhecidos os valores máximos e mínimos dos *inputs* e dos *outputs*;
- d) Sempre é possível fabricar uma quantidade positiva de produtos;
- e) A produção é uma função contínua, ou seja, sem vazios matemáticos.

A Figura 3.6 evidencia o princípio do conceito de modelagem DEA. Ela apresenta a situação onde as DMUs eficientes estão sobre a linha da fronteira e as DMUs ineficientes são dominadas pela fronteira. A reta de regressão foi obtida para enfatizar que quando qualquer decisão for tomada pela eficiência do modelo DEA, então será buscado um ponto ótimo na fronteira de eficiência. Entretanto, quando qualquer decisão for tomada pela observação das médias paramétricas de regressão, a referência será um valor médio regressivo e geralmente menor que o observado na fronteira de eficiência (DOS ANJOS, 2005).

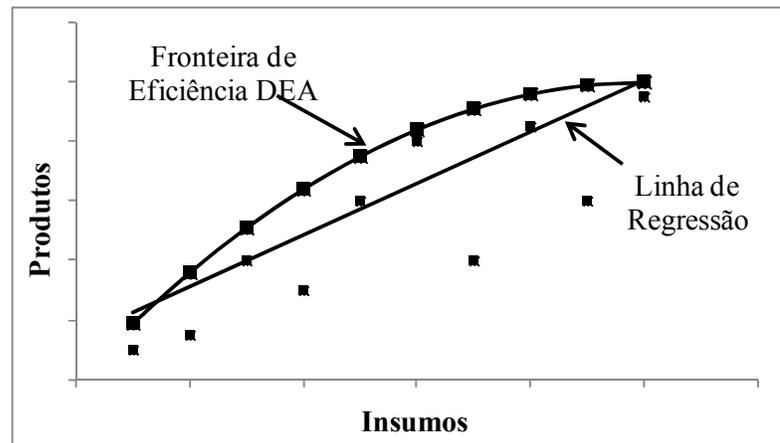


Figura 3.6: Curvas de regressão linear e da fronteira de eficiência DEA

Fonte: Elaborado pelo Autor

Segundo Charnes, Cooper e Rhodes (1978), a formulação DEA parte do conceito de medidas parciais de produtividade ou eficiência que é descrito pela equação 3.1.

$$Eficiência = \frac{Soma\ Ponderada\ dos\ Produtos}{Soma\ Ponderada\ dos\ Insumos} \tag{3.1}$$

Na modelagem do problema DEA original a obtenção do ponto ótimo ocorre na determinação de vetores de ponderações de *inputs* e *outputs*. Esses vetores são representados respectivamente por v e u nas Eq. de (3.2) a (3.4).

No sistema a Eq. (3.2) maximiza a eficiência da DMU o em análise pela divisão dos produtos virtuais, que são os *outputs* y_{jo} da DMU o multiplicando os respectivos fatores de ponderação u_j , dividido por insumos virtuais, que são os *inputs* x_{io} da DMU o multiplicando os respectivos fatores de ponderação v_i . A Eq. (3.3) restringe os resultados das eficiências de todas as DMUs k a no máximo 1 para que o valor de eficiência se restrinja a 100%. A Eq. (3.4) é relativa a não negatividade dos vetores v_i e u_j para que o modelo os admita no mínimo iguais à zero (RÖDDERI e REUCHER, 2012).

No conjunto de equações $EffO$ é a eficiência da DMU O em análise; v_i , u_j são os pesos de *inputs* $i = 1 \dots r$, e *outputs* $j = 1 \dots s$, respectivamente; x_{ik} e y_{jk} são os *inputs* i e *outputs* j das DMUs $k = 1 \dots n$; x_{io} e y_{jo} são os *inputs* i e *outputs* j da DMU O em análise (KAO, 2014).

$$\text{Max } Effo = \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{io}} \quad (3.2)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}} \leq 1, \quad \forall k \quad (3.3)$$

$$v_i, u_j, \geq 0, \quad \forall i, \quad \forall j \quad (3.4)$$

O problema apresentado pelo sistema de Eq. entre (3.2) e (3.4) é de programação fracionária. Isso porque seu objetivo é fracionário. Com esse tipo de programação o problema apresentaria infinitas soluções. Para que isso não ocorra o problema deve ser remodelado para programação linear. Os autores executaram a remodelagem para o modelo linear com a transformação do denominador da função objetivo em uma constante igual a 1. Dessa forma, tem-se o modelo linear equivalente. A reformulação gera o modelo CCR Primal orientado a *Inputs* conforme Eq. de (3.5) a (3.8) (KAO, 2014; RÖDDER e REUCHER, 2012).

$$\text{Max } Effo = \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} \quad (3.5)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 1 \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \quad \forall k \quad (3.7)$$

$$v_i, u_j, \geq 0, \quad \forall i, \quad \forall j \quad (3.8)$$

No sistema a Eq. (3.5) maximiza a eficiência da DMU *O* em análise representada pelos produtos virtuais. A Eq. (3.6) restringe os resultados dos insumos virtuais da DMU *O* em análise a 1, ou seja, define o consumo da DMU *O* como referência para todas as outras. A Eq. (3.7) restringe a diferença entre produtos virtuais e insumos virtuais a no máximo zero. Isso com o objetivo de impor que os resultados de eficiência sejam no máximo iguais a 100%. A Eq. (3.8) é relativa a não negatividade (DESPOTIS; STAMATI e SMIRLIS, 2009).

3.3 Modelos DEA Clássicos e suas Variantes

Existem dois modelos clássicos de Análise Envoltória de Dados: O CCR e o BCC (MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011; RÖDDER e REUCHER, 2012):

O CCR tem esse nome em homenagem aos autores “*Charnes, Cooper e Rhodes*”, e também é conhecido como CRS do inglês *Constant Return Scale*. Este modelo surgiu em 1978 com a estimação da eficiência técnica de escolas utilizando múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*. Uma característica deste modelo é admitir apenas dados positivos (DESPOTIS; STAMATI e SMIRLIS, 2009; KAO, 2014).

O modelo BCC também tem esse nome em homenagem aos autores “*Banker, Charnes e Cooper*”, e também conhecido como VRS do inglês *Variable Return Scale*. Este modelo surgiu em 1984. Sua principal diferença em relação ao CCR refere-se ao retorno de escala variável utilizado (MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011).

Os modelos CCR e BCC ainda podem apresentar variantes de acordo com: a orientação para *inputs* ou *outputs*, a fase de modelagem em primais ou duais e outros. Por exemplo, os modelos de super-eficiência que permitem que os resultados extrapolem o valor de 100% (KAO, 2014; MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011). A partir do item 3.3.1 estão alguns dos principais modelos clássicos DEA:

3.3.1 Modelo CCR Primal Orientado a *Inputs*

O modelo proposto em programação linear a partir da reformulação do fracionário original é o CCR Orientado a *Inputs* na fase Primal. Ele também é conhecido como método de Multiplicadores Orientado a *Inputs* (DESPOTIS; STAMATI e SMIRLIS, 2009). O modelo foi descrito no item 3.2 com o mesmo sistema.

$$\text{Max } Effo = \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} \quad (3.5)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 1 \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \forall k \quad (3.7)$$

$$v_i, u_j \geq 0, \forall i, \forall j \quad (3.8)$$

3.3.2 Modelo CCR Dual Orientado a *Inputs*

A partir da modelagem do CCR Primal Orientado a *Inputs* pode ser derivada a forma de chamada “Envelopamento” que é o CCR Dual Orientado a *Inputs*. Sobre seus termos, ainda não foram descritos: θ_o que representa a eficiência da DMU O em análise; λ_k que representa contribuição da DMU k para a formação da fronteira de eficiência no nível de consumo e produção da DMU O (LOPES *et al.* 2008; RÖDDERI e REUCHER, 2012).

$$\text{Mín } \theta_o \quad (3.9)$$

Sujeito a:

$$\theta_o x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall k \quad (3.10)$$

$$-y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall k \quad (3.11)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad (3.12)$$

No sistema de equações a Eq. (3.9) minimiza a eficiência θ_o da DMU O em análise buscando seu mínimo atrelado a eficiência de consumo $\theta_o x_{io}$. A Eq. (3.10) restringe a no mínimo zero a diferença entre o consumo ideal da DMU O e o produto do consumo x_{ik} de todas as DMUs k para com a respectiva contribuição na formação de fronteira de eficiência λ_k . Isso para que a possível redução nos insumos dados por $\theta_o x_{io}$ se limite à fronteira eficiente $x_{ik} \lambda_k$. Isso significa que os insumos devem ser minimizados até que se atinja a máxima eficiência. A Eq. (3.11) restringe a no mínimo zero a diferença entre a fronteira eficiente de produção $y_{jk} \lambda_k$ e a produção da DMU O em análise y_{jo} . Isso para que o nível de produção y_{jo} da DMU O seja mantido como referência da fronteira eficiente de produção $y_{jk} \lambda_k$ de todas as DMUs k . A Eq. (3.12) é relativa a não negatividade dos vetores λ_k dentro de todo o conjunto k . Nesse sistema as variáveis de decisão são θ_o e λ_k (MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011).

3.3.3 Modelo CCR Primal Orientado a *Outputs*

A orientação a *outputs* do modelo CCR na fase Primal é também chamada de método CCR de Multiplicadores Orientado a *Inputs*. Em suas equações têm-se os mesmos termos do modelo CCR Primal de *Inputs* (RÖDDERI e REUCHER, 2012).

Neste sistema de equações a Eq. (3.13) minimiza a eficiência da DMU O em análise, que é representada pelos insumos virtuais. A Eq. (3.14) restringe os resultados dos produtos virtuais da DMU O em análise a no máximo 1, ou seja, define a produção da DMU O como

referência para todas as outras. A Eq. 3.15 restringe a diferença entre insumos virtuais e produtos virtuais a no máximo zero. Isso com o objetivo de impor que os resultados de eficiência sejam no máximo iguais a 1. A Eq. (3.16) é para a não negatividade dos vetores v_i e u_j (LOPES *et al.* 2008).

$$\text{Min } Eff_0 = \sum_{j=1}^s v_j x_{jo} \quad (3.13)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r u_i y_{ik} = 1 \quad (3.14)$$

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} \leq 0, \forall k \quad (3.15)$$

$$v_i, u_j \geq 0 \quad (3.16)$$

3.3.4 Modelo CCR Dual Orientado a *Outputs*

Este modelo é obtido na dualidade derivativa do problema CCR Primal Orientado a *Outputs*. Em sua formulação, as variáveis ainda não descritas são: $\eta = \theta^{-1}$ que representa a eficiência invertida da DMU O em análise; e μ_k que representa contribuição da DMU k para a formação da fronteira de eficiência no nível de consumo e produção da DMU O em análise (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006; MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011).

$$\text{Max } \eta_o \quad (3.17)$$

Sujeito a:

$$x_{jo} - \sum_{k=1}^n x_{jk} \mu_k \geq 0, \forall k \quad (3.18)$$

$$-\eta_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \mu_k \geq 0, \forall k \quad (3.19)$$

$$\mu_k \geq 0 \quad (3.20)$$

No sistema a Eq. (3.17) maximiza a eficiência η_o da DMU O em análise buscando seu máximo atrelado à eficiência de produção $\eta_o y_{jo}$. A Eq. (3.18) restringe a no mínimo zero à diferença entre a fronteira eficiente de consumo $x_{jk} \mu_k$ e o consumo da DMU O em análise x_{jo} . Isso para que o nível de consumo x_{jo} da DMU O em análise seja mantido como referência da fronteira eficiente de produção $x_{jk} \mu_k$ de todas as DMUs k . A Eq. (3.19) restringe a no mínimo zero a diferença entre a produção ideal $\eta_o y_{jo}$ da DMU O e o produto de *outputs* y_{jk} de todas as DMUs k pela respectiva contribuição para formação de fronteira de

eficiência μ_k . Isso para que o possível incremento na produção $\eta_o y_{io}$ se limite à fronteira eficiente $y_{ik} \mu_k$, ou seja, devem ser maximizados os produtos para que se atinja a máxima eficiência. A Eq. (3.20) é relativa à não negatividade. As variáveis de decisão neste modelo são η_o e μ_k (MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011).

3.3.5 Modelo BCC Primal Orientado a *Inputs*

Este modelo é o chamado de método BCC Primal de Envolvimento Orientado a *Inputs*. Desenvolvido por *Banker, Charnes e Cooper* em 1984, não apresenta nenhum novo termo ainda não descrito (CHARNES; COOPER; LEWIN e SEIFORD, 1997).

$$\text{Min } \theta_o \quad (3.21)$$

Sujeito a:

$$\theta_o x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall k \quad (3.22)$$

$$-y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall k \quad (3.23)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k \leq 1 \quad (3.24)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad (3.25)$$

No seu sistema de equações pode se destacar a Eq. (3.24), quando modelo é comparado a seu similar já descrito, o CCR Dual Orientado a *Inputs*. Essa equação restringe a no máximo 1 o somatório dos índices de contribuição para formação de fronteira de eficiência λ_k . Isso significa que a fronteira é formada apenas pelas melhores DMUs k no nível de consumo e produção da DMU O em análise (MARBINI; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2011).

3.3.6 Modelo BCC Dual Orientado a *Inputs*

Esse modelo é também chamado BCC de Multiplicadores Orientado a *Inputs*. Em suas equações está a inserção do novo termo u_* , que representa uma variável de ajuste de escala (YANG *et al.* 2012).

As diferenças de seu sistema de equações em relação ao seu modelo similar já descrito, que é o CCR Primal orientado a *Inputs*, estão nas Eq. (3.26), (3.28) e (3.29). As Eq. (3.26) e (3.28) apresentam em suas formações a subtração da variável livre de ajuste de escala

u_* . A Eq. (3.29) é relativa à não negatividade incluindo o vetor u_* (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

$$\text{Max } Eff_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} - u_* \quad (3.26)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 1 \quad (3.27)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - u_* \leq 0, \forall k \quad (3.28)$$

$$v_i, u_j, \geq 0, u_* \in \mathbb{R} \quad (3.29)$$

3.3.7 Modelo BCC Primal Orientado a *Outputs*

A forma de Envelopamento chamada BCC Primal orientado a *Outputs* é similar ao CCR Dual Orientado a *Outputs* que já foi descrito. Suas equações não apresentam nenhum novo termo em relação ao seu similar (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

$$\text{Max } \eta_o \quad (3.30)$$

Sujeito a:

$$x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \mu_k \geq 0, \forall k \quad (3.31)$$

$$-\eta_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \mu_k \geq 0, \forall k \quad (3.32)$$

$$\sum_{k=1}^n \mu_k \leq 1 \quad (3.33)$$

$$\mu_k \geq 0 \quad (3.34)$$

Entre suas equações existe apenas a inclusão de uma nova restrição em relação ao seu modelo similar que é na Eq. (3.33). Ela restringe a no máximo 1 o somatório dos índices de contribuição para formação de fronteira de eficiência μ_k . Isso para que a fronteira seja formada pelas melhores DMUs k no nível de consumo e produção da DMU O em análise (YANG *et al.* 2014).

3.3.8 Modelo BCC Dual Orientado a *Outputs*

A orientação a *outputs* do modelo BCC em sua fase Dual é também chamada de BCC Dual de Multiplicadores Orientado a *Outputs*. Em relação a seu modelo similar, que é o CCR Primal Orientado a *Outputs*, o sistema de suas equações utiliza a inserção da nova variável v_* .

Ela representa uma variável livre pertencente ao conjunto dos números reais com a função de ajuste de escala (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

Ainda, segundo os autores, as diferenças do seu sistema em relação ao seu modelo similar estão nas Eq. (3.35), (3.37) e (3.38). As Eq. (3.35) e (3.37) apresentam em suas formações a subtração da variável livre de ajuste de escala v_* . A Eq. (3.38) é relativa à não negatividade e também inclui v_* .

$$\text{Min } Eff_0 = \sum_{i=1}^r v_i x_{io} - v_* \quad (3.35)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jo} = 1 \quad (3.36)$$

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_* \leq 0, \forall k \quad (3.37)$$

$$v_i, u_j, \geq 0, v_* \in \mathbb{R} \quad (3.38)$$

3.4 Escolha de *Inputs* e *Outputs*

As aplicações de modelos de DEA necessitam de orientações para definir as variáveis de *inputs* e de *outputs* a serem utilizadas. Existem poucas pesquisas sobre essas escolhas, onde em geral, elas são definidas com base em testes de exaustão, de não redundância e de coesão (SHIMONISHI, 2005).

A exaustão significa que a escolha das variáveis deve levar em conta a necessidade de descrever o problema considerando todos os aspectos relevantes. A não redundância refere-se a não fazer uso de variáveis que tenham alto grau de correlação para não se avaliar característica já avaliada. A coesão impõe o critério de quais *inputs* devem ser minimizados e de quais *outputs* devem ser maximizados (SOARES DE MELLO e BIONDI NETO, 2005).

No auxílio à escolha de variáveis de entrada e saídas para a aplicação de DEA, algumas considerações devem ser assumidas. Para que as escolhas possam ser executadas, a seleção das DMUs deve partir do princípio que todas elas apresentam performances diferentes, que sejam passíveis de avaliação e que possuam as mesmas variáveis estudadas. Também as características a serem avaliadas devem ser relevantes e a obtenção delas deve partir das identificações e seleções de fatores também relevantes. O objetivo é que os fatores

que explicam a eficiência não sejam confundidos com fatores que determinam a eficiência (DOS ANJOS, 2005).

O mesmo autor ainda reitera, que em uma fase final de seleção de fatores e antes da aplicação da Análise Envoltória de Dados, deve ser realizada a análise quantitativa das variáveis. Nesse momento as variáveis recebem valores numéricos. Em geral pode se definir como *inputs* os recursos que afetam as operações das DMUs e como *outputs* os benefícios mensuráveis.

Existem teóricos que afirmam que a utilização de uma série de análises de regressão de fatores é importante para a seleção de *inputs* e *outputs*. Após a aplicação da regressão, quando se estabelecer uma relação forte para entrada e fraca para saída para com o resultado de eficiência, isso indicará uma tendência a classificar o fator como de entrada. Por outro lado, quando existir uma relação fraca para entrada e forte para saída, isso indicará a classificação do fator como de saída. A relação fraca para todos os fatores indicam a necessidade de analisar a probabilidade de eliminar o fator. Agora, quando existir uma relação forte para todos os fatores, isso significa que este possa já estar sendo representado por outros e talvez deva ser eliminado (SHIMONISHI, 2005).

3.5 Número de *Inputs* e *Outputs*

No item anterior as orientações eram para definições de tipos de *inputs* e de *outputs*. Neste item são feitas definições sobre a quantidade ideal de insumos e de produtos. Isso a fim de se obter resultados mais realistas nas aplicações. Autores expressam argumentações divergentes a esse respeito.

Segundo Dos Anjos (2005), o número de DMUs deve ser no mínimo duas vezes o número de *inputs* somados a *outputs*. Logo, será necessário ter o dobro de DMUs em relação à soma total do número de variáveis utilizadas. Isso para que os resultados sejam representativos, ordenados e realistas quanto à eficiência do grupo em análise.

Existem também recomendações quanto à limitação do número de variáveis de *inputs* somados a *outputs*, a um terço do número de DMUs. Isso porque, se esta proporção não for atendida, pesquisas mostram que existe a tendência de muitas DMUs atingirem a fronteira de eficiência, e de poucas DMUs obterem resultados de eficiência menores que 100%. O fato é

prejudicial sobre vários aspectos, como por exemplo, a impossibilidade de ordenação (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

Existem também pesquisas onde não houve a preocupação dos autores com proporções entre a soma de *inputs* com *outputs* e o número de DMUs em análise. O motivo pode ser devido a proporção não ser necessária porque os resultados apresentaram valores satisfatórios. Ainda, pode ser devido a algumas das proporções citadas anteriormente terem sido atingidas e a informação foi omitida. Também pode ser pelo fato de que a regra é de natureza empírica, onde o que realmente importava eram os valores dos resultados de acordo com expectativas (SHIMONISHI, 2005; MACEDO; CASA NOVA e ALMEIDA, 2007).

3.6 Limitações da Análise Envoltória de Dados

A Análise Envoltória de Dados apresenta muitas características positivas, entretanto, a ferramenta tem base em suposições, sendo assim uma técnica empírica. Essa é sua principal limitação (KASSAI, 2002).

Outra limitação é relacionada ao número de DMUs necessárias para que o modelo apresente resultados consistentes. Isso porque o número mínimo de DMUs a serem estudadas utilizando o método deve ser no mínimo duas vezes maior que a soma de *inputs* e *outputs*. Nem sempre é possível atender essa restrição (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

A próxima limitação é que o método fornece medidas de eficiência dentro de um grupo em estudo. Assim, não terá sentido comparar a eficiência entre dois conjuntos modelados separadamente, pois, as melhores práticas não são consideradas de forma conjunta (KASSAI, 2002).

Uma limitação específica do modelo DEA BCC é o fato da DMU que tiver o menor valor de um determinado *input*, ou o maior valor de um determinado *output*, ter sempre o resultado de eficiência máximo. Essa propriedade é indesejada pelo fato de que os valores de consumo ou produção da DMU em questão poderem ser discrepantes (COOPER; SEIFORD e TONE, 2006).

Certamente o maior questionamento sobre Análise Envoltória de Dados está em sua base matemática, onde os métodos DEA são empíricos e, portanto, não paramétricos. Assim, as contestações neste caso se baseiam no fato da ferramenta ser uma técnica de abordagem de

dados sem fundamentação ou justificação estatística (SOARES DE MELLO e BIONDI NETO, 2005).

Apesar das desvantagens e limitações dos modelos de Análise Envoltórias de Dados, essas não devem ser consideradas sempre relevantes para sua aplicação. Isso porque, por outro lado, existe um grande número de fatores que tornam a aplicação da ferramenta vantajosa em relação a outros métodos. Por exemplo, a capacidade de mensuração de eficiência em sistemas complexos em números de *inputs* e *outputs* (KASSAI, 2002).

3.7 Lacunas de Aplicações de DEA em Ações

Apesar dos bons resultados na seleção de carteiras de ações, existem lacunas na utilização de DEA quanto a estimativas da extensão do horizonte de tempo para a coleta de dados a serem utilizados na seleção de carteiras, e também quanto a estimativas da extensão do horizonte de tempo de manutenção da carteira selecionada.

Lim, Oh e Zhu (2014) propõem a nova abordagem na utilização de um modelo DEA de eficiência-cruzada para a seleção de carteiras de ações. Segundo os autores, embora a eficiência-cruzada ter sido desenvolvida para a avaliação por pares de DMUs, as adaptações sugeridas trazem duas vantagens bastante interessantes. A primeira é a obtenção de carteiras bem diversificadas em termos de seu desempenho sob vários critérios de avaliação. A segunda é o alívio do chamado “*ganging together*”, que é um fenômeno negativo da avaliação de eficiência-cruzada na seleção de carteiras. Os autores demonstraram que a nova proposta de abordagem pode ser uma ferramenta promissora para seleção de carteira de ações. Eles ainda demonstraram que a carteira selecionada gera maiores ajustes entre retornos e riscos, que outras carteiras de referência.

Lamb e Tee (2012) desenvolveram uma nova teoria para atender uma demanda literária. Esta teoria utiliza a DEA na construção de um índice de risco-retorno para fundos de investimento. Os autores exploram o chamado conjunto de possibilidade de produção de fundos de investimento, para identificar uma forma apropriada de rendimentos de escala. O trabalho propõe que as medidas de risco-retorno podem ser combinadas de forma justificada e ainda, indica como tratar os riscos negativos e identificar os conjuntos adequados de medidas para evitá-los. Na pesquisa são identificados os problemas da falta de tratamento da diversificação em fundos de investimentos. Por fim, os autores propõem um processo

interativo para tratar o problema, que na prática comprova sua eficiência na simulação de sua utilização.

Patari, Leivo e Honkapuro (2012) examinaram a aplicabilidade DEA com base em multicritérios para a seleção de carteiras de ações. As carteiras de ações formadas no estudo foram obtidas utilizando três variantes de modelos DEA: o CCR puro, o CCR com supereficiência, e o CCR com eficiência-cruzada. Na pesquisa, o desempenho das carteiras é avaliado com base no retorno médio e em várias métricas de desempenho ajustadas ao risco de longo prazo. Os resultados deste trabalho mostraram que realmente a abordagem DEA é capaz de agregar valor à seleção de carteira de ações. No estudo houve um desempenho superior das principais carteiras em comparações, tanto com a carteira de fundos comparáveis do mercado em questão, quanto com a média do mercado de ações. Em ambas as comparações, as principais carteiras foram estatisticamente significativas sobre todas as medidas de desempenho empregadas. O trabalho ainda conclui que a metodologia DEA é particularmente interessante em aplicações multicritério no mercado de ações e, portanto, tem implicações interessantes para a prática de gestão de portfólio.

Edirisinghe e Zhang (2010) apresentaram uma nova metodologia para a seleção de variáveis de *inputs* e de *outputs* para abordagens DEA. O trabalho propõe um modelo interativo de otimização construído para a execução em dois estágios. O primeiro abordando o benefício da utilização de informações de especialistas para determinar uma avaliação de desempenho. O segundo maximiza a correlação com a métrica de retorno das DMUs em análise. A metodologia é aplicada em análises fundamentalistas de empresas de capital aberto dos EUA. Isso para determinar um indicador fundamentalista único baseado no modelo DEA proposto pelos autores. Mais de 800 empresas de todos os principais setores do mercado de ações dos EUA foram usadas na avaliação empírica do modelo proposto. Os resultados da simulação da aplicação do modelo nas empresas comprova a superioridade da metodologia como uma ferramenta de decisão para investimentos.

Zhan, Liu e Xu (2014) executaram um trabalho para tratar o problema de seleção de portfólio multi-período com retornos difusos. Os autores apresentaram um modelo probabilístico utilizando média e semivariância para seleção de carteiras. O modelo proposto trabalha com quatro variáveis: retorno, risco, custo de transação e o grau de diversificação de portfólio. No modelo, o nível de retorno é quantificado pelo valor médio probabilístico de retorno, o nível de risco é caracterizado pela semivariância probabilística inferior de retorno, e

o grau de diversificação da carteira é medido pela entropia probabilística originalmente apresentada. Além disso, um algoritmo inteligente híbrido foi projetado pelos autores para obter a melhor estratégia de portfólio. Por fim, a análise por comparações entre a entropia probabilística e entropia de proporção do modelo é fornecida por dois exemplos numéricos. Isso para ilustrar a eficácia das abordagens propostas.

De acordo com a pesquisa na base do *Institute Scientific Information (ISI) Web of Knowledge*, pode se dizer que não são encontrados modelos matemáticos, métodos ou procedimentos para estimativas de horizontes de tempo mensais: para a coleta de dados a serem utilizados em aplicação de modelos DEA na seleção de carteira de ações e para a manutenção da carteira de ações selecionada com a ferramenta.

As lacunas ocorrem porque nos trabalhos pesquisados neste item, quando aplicado algum modelo DEA em mercado de ações com diversas finalidades, os horizontes de tempo de coleta de variáveis ou de manutenção da carteira são arbitrários, ou simplesmente seguem extensões de terceiros.

4 CONCEPÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Este capítulo apresenta o passo a passo da concepção do modelo matemático proposto. Este modelo é utilizado para estimar os horizontes de tempo buscados na pesquisa, que representam as lacunas na aplicação de DEA em mercados de ações.

O passo a passo do capítulo busca explicar a concepção do modelo de forma minuciosa. Ele contempla a seleção do modelo DEA utilizado e as redefinições de seus termos, o modelo proposto para a fase de cálculo de eficiência, as matrizes de eficiência DEA planejadas para serem geradas, as formulações para a minimização de erros quadrados utilizadas, as matrizes de auxílio à solução na minimização de erros quadrados definidas, o modelo proposto para a fase de minimização de erros quadrados e as alternativas de aplicação do modelo proposto.

A finalidade é estimar os horizontes de tempo que quando empregados juntos sejam mais representativos entre si, e assim ofereçam maiores tendências de maximização dos índices de retorno da carteira que utilizá-los.

Isso porque, como a carteira de ações é formada sob a restrição de uma linha de corte baseada em resultados de eficiência de um determinado modelo DEA e este modelo tem como único *output* o índice de retorno das ações pesquisadas, então a maior representabilidade entre os horizontes de tempo mensais aumentará a eficiência própria da linha de corte, que por sua vez é diretamente relacionada a retorno.

4.1 Modelo DEA Utilizado

O modelo DEA aplicado pela pesquisa é o CCR Orientado a *Inputs*. Este modelo, quando utilizado em mercado de ações para a formação de carteiras, geralmente tem resultados superiores a outros modelos (PATARI; LEIVO e HONKAPURO, 2012).

Segundo Charnes, Cooper e Rhodes (1978) podem ter modelos DEA orientados a *inputs* e orientados a *outputs*. A orientação do modelo CCR neste estudo é para *inputs*. Esta orientação objetiva que o modelo mantenha o nível dos *inputs* e maximize o único *output*, que é retorno das ações estudadas. Assim, as ações com maiores índices de retorno terão também maiores índices de eficiência.

4.1.1 Redefinições dos Termos do Modelo DEA Utilizado

O modelo DEA a ser aplicado em um estudo deve ser o mais apropriado possível. Se necessário ele pode sofrer adaptações para uma melhor determinação dos resultados de eficiência (RÖDDER e REUCHER, 2012).

O modelo utilizado, o CCR Orientado a *Inputs*, necessita de prévia redefinição de seus termos. O objetivo da redefinição é deixar claro quando o modelo utiliza dados das ações referentes ao passado, e quando o modelo utiliza dados das ações referentes ao futuro. Isso em relação às secções ou pontos de coleta adotadas na pesquisa.

Quando a modelagem DEA utilizar históricos apenas do passado das oito secções de coleta, tem-se que do modelo CCR Orientado a *Inputs*, que foi descrito no terceiro capítulo, terá em substituição aos termos da revisão, a seguinte redefinição:

- a) O termo Eff_o é renomeado para a_o , e representa a eficiência da ação O em análise a cada aplicação do modelo;
- b) Os termos v'_i e u'_j são os pesos dos *inputs* $i = 1 \dots r$ e do *output* $j = 1 \dots s$ respectivamente;
- c) Os termos x'_{ik} e y'_{jk} são os dados relativos aos *inputs* $i = 1 \dots r = 1 \dots 3$, que são valor de mercado, preço por vendas e preço por valor patrimonial e *outputs* $j = 1$ que é apenas o retorno de cada ação;
- d) O conjunto $k = 1 \dots n = 1 \dots 35$, são as 33 ações reais estudadas, e mais 2 ações fictícias que são utilizadas para limitação inferior e superior de escala de eficiência;
- e) As variáveis x'_{io} e y'_{jo} são relativas aos *inputs* i e *outputs* j da ação O em análise.

Assim, o modelo é redefinido pelo conjunto de Eq. de (4.1) a (4.4) para mensuração de eficiência utilizando históricos apenas do passado das oito secções de coleta:

$$\text{Max } Eff'_0 = \sum_{j=1}^s u'_j y'_{jo} = a_o \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r v'_i x'_{io} = 1 \quad (4.2)$$

$$\sum_{j=1}^s u'_j y'_{jk} - \sum_{i=1}^r v'_i x'_{ik} \leq 0, \forall k \quad (4.3)$$

$$v'_i, u'_j \geq 0, \forall i, \forall j \quad (4.4)$$

Agora, quando a modelagem DEA utiliza dados futuros às oito secções de coleta, o modelo terá em substituição aos termos da revisão a seguinte redefinição:

- a) O termo Eff'_0 é renomeado para b_o , e representa a eficiência da ação O em análise a cada aplicação do modelo;
- b) Os termos v''_g e u''_h são os pesos dos *inputs* $g = 1 \dots q$ e do *output* $h = 1 \dots z$ respectivamente;
- c) Os termos x''_{gk} e y''_{jk} são relativos aos *inputs* $g = 1 \dots q = 1 \dots 3$, que são valor de mercado, preço por vendas e preço por valor patrimonial e *outputs* $h = 1$ que é apenas o retorno;
- d) O conjunto $k = 1 \dots n = 1 \dots 35$ são 33 ações reais estudadas e mais 2 ações fictícias utilizadas na pesquisa para a limitação inferior e superior de escala de eficiência;
- e) O x'_{go} e y'_{ho} são relativos aos *inputs* g e *outputs* h da ação O em análise.

Dessa forma é redefinido o modelo pelo conjunto de Eq. de (4.5) a (4.8) para mensuração de eficiência utilizando históricos apenas do futuro das oito secções de coleta.

$$\text{Max } Eff'_0 = \sum_{h=1}^z u''_h y''_{ho} = b_o \quad (4.5)$$

Sujeito a:

$$\sum_{g=1}^q v''_g x''_{go} = 1 \quad (4.6)$$

$$\sum_{h=1}^z u''_h y''_{hk} - \sum_{g=1}^q v''_g x''_{gk} \leq 0, \forall k \quad (4.7)$$

$$v''_g, u''_h \geq 0, \forall g, \forall h \quad (4.8)$$

4.1.2 Matrizes de Eficiência DEA Planejadas

O software utilizado para o cálculo de eficiência DEA é disponível no site da universidade de *Dortmond* na Alemanha para uso acadêmico, o EMS - *Efficiency Measurement System* ® 1.3.0. Os motivos para a posição das secções, assim como os números de horizontes adotados neste planejamento é explicado no item 5.4.

A aplicação do modelo DEA encontra os resultados de eficiência a partir dos dados ajustados do passado das secções t de coleta. Isso para montar um conjunto de matrizes a partir da eficiência a_o de cada ação do conjunto k em todos os horizontes testados l .

O número de matrizes de eficiência é igual ao número de secções t de coleta, onde $t = 1 \dots f = 1 \dots 8$. As oito secções são equivalentes aos fechamentos de setembro de 2011 a abril de 2012. Estes são os pontos exatos no tempo a partir de onde os dados serão colhidos, ora deles para o passado variando os horizontes de coleta de dados para seleção de carteira, ora deles para o futuro variando os horizontes de manutenção de carteira.

O número de horizontes de tempo mensais do passado, ou de coleta de dados para a seleção, é representado pelo conjunto de horizontes l testados. Seu valor é quatorze, onde $l = 1 \dots m = 1 \dots 14$. Esta dimensão define o número de colunas de cada uma das oito matrizes. O número de ações k testadas, que define a dimensão vertical das matrizes, como já descrito é 35, onde $k = 1 \dots n = 1 \dots 35$.

Assim é gerado o conjunto de oito matrizes a_{lk} de resultados de eficiência do passado de ações.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{m1} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \times f \quad (\text{M4.1})$$

Da mesma forma, quando aplicado o modelo DEA para encontrar resultados de eficiência utilizando dados do futuro, ou de manutenção de carteiras iniciadas nas secções ou nos pontos exatos de coleta, o conjunto de matrizes é igual a $t = 1 \dots f = 1 \dots 8$.

As demais dimensões do conjunto de matrizes de eficiência b_o são o número de ações do conjunto $k = 1 \dots n = 1 \dots 35$, e o número de horizontes mensais futuros, ou de manutenção de carteira, em relação às secções com a dimensão $e = 1 \dots w = 1 \dots 3$. A

primeira dimensão define o número de linhas da matriz e a segunda dimensão define o número de colunas das matrizes.

Neste caso é gerado o conjunto de matrizes b_{ek} de resultados de eficiência de ações a partir das secções t . Isso utilizando dados futuros na aplicação do modelo DEA adotado. Assim pode ser definido o conjunto de matrizes b_{ek} :

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{w1} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{1n} & \dots & b_{wn} \end{bmatrix} \times f \quad (\text{M4.2})$$

4.2 Formulações para a Minimização de Erros Quadrados

O modelo proposto pela pesquisa busca responder duas questões que tangenciam a aplicação de Análise Envoltória de Dados em mercados de ações e ainda vão ao encontro dos objetivos da pesquisa:

- a) Qual o horizonte de tempo ideal para a coleta de dados na aplicação de Análise Envoltória de Dados para a formação de carteiras de ações?
- b) Qual o horizonte de tempo ideal de manutenção da carteira de ações selecionada com a aplicação de Análise Envoltória de Dados?

A finalidade é estimar os horizontes de tempo que quando empregados juntos sejam mais representativos entre si, e assim ofereçam maiores tendências de maximização dos índices de retorno da carteira que utilizá-los. Isso porque, como a carteira é formada sob a restrição de uma linha de corte conforme resultados de eficiência do modelo DEA adotado, e também esse modelo DEA tem como único *output* o índice de retorno das ações, então a maior representabilidade entre os horizontes de tempo empregados aumentará a eficiência da linha de corte.

Assim, para que a pesquisa tente responder as duas questões, antes são apresentados a definição de matrizes de auxílio à solução do problema e a proposta do modelo, ambos na fase de minimização de erros quadrados.

4.2.1 Matrizes de Auxílio à Solução na Minimização de Erros Quadrados

Nas aplicações reais de programação matemática é comum a utilização de ferramentas de auxílio. Neste momento na pesquisa é necessário que sejam definidas matrizes de auxílio à solução. As duas primeiras são as matrizes linhas binárias c_l e d_e .

A matriz c_l auxilia a estimação do horizonte de tempo de coleta de dados para a formação de carteira. Nela, assim como na matriz de resultados de eficiência do passado a_{lk} , cada coluna l representa um horizonte de tempo do passado das oito secções, onde $l = 1 \dots m$.

A matriz d_e auxilia na estimação do horizonte de tempo de manutenção de carteira formada. Nela, assim como na matriz de resultados de eficiência do futuro b_{ek} , cada coluna e representa um horizonte de tempo de manutenção de carteira, onde $e = 1 \dots w$. Dessa forma as matrizes serão:

$$[c_1 \quad \dots \quad c_m] \quad (M4.3)$$

$$[d_1 \quad \dots \quad d_w] \quad (M4.4)$$

Essas matrizes linhas binárias são definidas com o propósito de serem utilizadas em restrições. Isso porque, existindo matrizes linhas binárias com o mesmo número de colunas do número de horizontes de tempos testados, ao associar cada uma de suas colunas a um horizonte de tempo e restringir o somatório das colunas de cada matriz a um valor igual a 1, então em um modelo de minimização de erros é possível determinar os horizontes de tempo buscados.

A seguir estão descritas as restrições que são inseridas no modelo de minimização de erros quadrados que foram elaboradas a partir das matrizes linhas binárias.

$$\sum_{l=1}^m c_l = 1, \forall l, c_l \in \{0,1\} \quad (4.9)$$

$$\sum_{e=1}^w d_e = 1, \forall e, d_e \in \{0,1\} \quad (4.10)$$

Após a definição das restrições pelas Eq. (4.9) e (4.10) é necessário ainda, a definição de duas matrizes relativas aos horizontes de tempo testados na pesquisa.

Quando a matriz refere-se aos horizontes de tempo de coleta de dados para formação de carteira, ela é representada por p'_l com a mesma dimensão $l = 1 \dots m$ da matriz linha binária c'_l .

Quando a matriz refere-se aos horizontes de tempo de manutenção da carteira formada, ela é representada por p''_e e tem mesma dimensão $e = 1 \dots w$ da matriz linha binária d'_e . As matrizes são:

$$\begin{bmatrix} p'_1 & \dots & p'_m \end{bmatrix} \quad (\text{M4.5})$$

$$\begin{bmatrix} p''_1 & \dots & p''_w \end{bmatrix} \quad (\text{M4.6})$$

Com as matrizes p'_l e p''_e definidas, então poderão ser equacionados dois escalares P' e P'' para serem respectivos aos resultados encontrados, primeiro, do horizonte de tempo de coleta de dados para formação de carteira, e depois, do horizonte de tempo para manutenção de carteira selecionada. Para isso basta inserir as Eq. (4.11) e (4.12), que não são restrições, no modelo de minimização de erros quadrados:

$$P' = \sum_{l=1}^m p'_l c_l \quad (4.11)$$

$$P'' = \sum_{e=1}^w p''_e d'_e \quad (4.12)$$

4.2.2 Modelo Proposto na Fase de Mínimos Erros Quadrados

A estimação dos horizontes de tempo ocorre pela busca da melhor representabilidade entre os resultados de eficiência do passado, representados pela matriz a_{lk} , para com os resultados de eficiência do futuro, representados pela matriz b_{ek} .

Com base em conceitos do Método de Minimização de Erros Quadrados, que é bastante conhecido por ser o principal conceito em estudos que utilizam variações de Análise de Regressão (KU, 2013), então pode ser proposto o modelo para estimar os horizontes de tempo buscados.

A proposta do modelo na fase de minimização de erros quadrados é descrita a partir das definições das matrizes de eficiência calculadas das secções de coleta para o passado a_{lk} , das matrizes de eficiência calculadas das secções de coleta para o futuro b_{ek} , e das matrizes linhas binárias c_l e d'_e . Com essas matrizes é possível o cálculo dos escalres P' e P'' . Isso quando

inserido no modelo a função objetivo para a minimizar de erros quadrados descrita pela Eq. (4.13).

$$\text{Min} \sum_{l=1}^f \left\{ \sum_{l=1}^m \sum_{e=1}^w \sum_{k=1}^n \left[(c_l d_e) (a_{lk} - b_{ek}) \right]^2 \right\} \quad (4.13)$$

Sujeito a:

$$\sum_{l=1}^m c_l = 1, \forall l, c_l \in \{0,1\} \quad (4.9)$$

$$\sum_{e=1}^w d_e = 1, \forall e, d_e \in \{0,1\} \quad (4.10)$$

Para Calcular:

$$P' = \sum_{l=1}^m p'_l c_l \quad (4.11)$$

$$P'' = \sum_{e=1}^w p''_e d_e \quad (4.12)$$

No modelo a Eq. (4.13) minimiza: O produto das matrizes binárias c_l e d_e , que ainda multiplica as diferenças entre os resultados de eficiência das matrizes a_{lk} para com os resultados de eficiência das matrizes b_{ek} . Isso tudo ao quadrado. A intenção é identificar as colunas, uma do passado e uma do futuro, que apresentem a melhor representabilidade.

As Eq. (4.9) e (4.10) restringem os somatórios das matrizes linhas binárias c_l e d_e a um valor exato igual a 1. Assim, como essas matrizes linha binárias variam no conjunto 0 e 1, apenas uma coluna de c_l e uma coluna de d_e serão iguais a 1. Conseqüentemente, a coluna da matriz c_l que for igual a 1, representará o horizonte de tempo encontrado de coleta de dados do passado para formação de carteira, e a coluna da matriz d_e que assumir valor igual a 1, definirá o horizonte de tempo encontrado de manutenção da carteira selecionada.

Vale chamar a atenção para as Eq. (4.11) e (4.12). Isso porque elas não restringem o modelo, mas apenas calculam os escalares P' e P'' , que são respectivos aos resultados encontrados para ambos os horizontes buscados.

4.3 Alternativas de Aplicação do Modelo Proposto

A ferramenta de Análise Envoltória de Dados possui diversas variantes, principalmente dos modelos clássicos CCR e BCC. Essas variantes surgiram por adaptações, que muitas das vezes, ocorrem para contornar limitações, e em sua maioria são aplicáveis na seleção de carteiras de ações (PATARI; LEIVO e HONKAPURO, 2012).

O modelo matemático proposto também pode ser adaptado. Na primeira situação, o investidor pode conhecer ou preferir um horizonte de tempo para manutenção de carteira de ações selecionada utilizando o modelo DEA empregado.

As adaptações necessárias no modelo para este primeiro caso seriam: inativar a dimensão e correspondente a horizontes de tempo de manutenção de carteira, uma vez que o investidor conhece ou prefere o horizonte de tempo desta dimensão, e também inativar a matriz linha binária de auxílio à solução d_e , que é utilizada na determinação do horizonte de tempo de manutenção de carteira. Também deve ser inativada a restrição de somatório igual a 1 da Eq. (4.10), e por último, inativar a Eq. de cálculo do escalar P'' , a (4.12), que calcula o horizonte de manutenção de carteira.

No entanto, se o investidor conhecer ou preferir um horizonte de tempo de coleta de dados do passado para aplicação do modelo DEA utilizado e, portanto, busca apenas o horizonte de tempo de manutenção da carteira, então as adaptações necessárias são inativar as equações e matrizes utilizadas para determinar o horizonte tempo de coleta de dados do passado. As inativações devem ocorrer de forma similar a descrita no parágrafo anterior, que por sua vez, propôs a inativação das equações e matrizes para estimação do horizonte de manutenção.

Entre os modelos clássicos de Análise Envoltória de Dados, o aplicado na pesquisa é o CCR Orientado a *Inputs*. Este modelo considera retornos de escala constantes e maximiza as saídas mantendo o nível de entradas (ANDERSEN e PETERNSEN, 1993; SHIMONISHI, 2005). Entretanto, outros modelos DEA podem substituir a variante do CCR utilizada no modelo proposto. Para isso basta que o pesquisador faça os ajustes necessários.

Outras adaptações de aplicabilidade podem ser possíveis. Por exemplo, se a intenção fosse analisar empresas que possuam as condições necessárias para a aplicação do modelo DEA, então a estimação do horizonte tempo futuro, ou de manutenção de carteira, teria um

significado diferente para o gestor. Este horizonte significaria o tempo que o gestor teria para fazer adequações nas empresas ineficientes do grupo, pois durante o período, os resultados da eficiência prevista teriam grande probabilidade de ocorrerem novamente.

O modelo proposto tem uma estrutura onde modelos de previsão podem substituir o DEA na seleção da carteira de ações. Um exemplo de substituição poderia ser a utilização de Análise de Regressão para prever resultados de retorno. Isso variando o horizonte de coleta de dados para a previsão, e ao mesmo tempo, colhendo os resultados de retorno ocorrido variando o tempo de manutenção da carteira ou futuro às secções de coleta.

Assim, o modelo com as adequações encontraria o melhor ajuste pela minimização de erros quadrados, agora entre determinado horizonte de tempo para previsão utilizando Análise de Regressão, e determinado horizonte de tempo para manutenção de carteiras formadas pela Análise de Regressão.

5 MÉTODO DE PESQUISA

Este capítulo apresenta a metodologia e o método utilizados, além do planejamento e da execução de coleta e de tratamento de dados. A partir da coleta de dados, cada etapa é complementada por um exemplo de execução de acordo com as delimitações de escopo.

5.1 Metodologia da Pesquisa

A metodologia deve nortear a execução da pesquisa desde a definição do seu conteúdo, e posteriormente, deve ajudar a esclarecer por que se deseja fazer a pesquisa, como a pesquisa será realizada, quais recursos serão necessários para a execução, qual a extensão do escopo e outros (LUO, 2012).

Assim, a metodologia desta pesquisa auxilia a solução do problema e a obtenção dos objetivos em uma sequência com as seguintes etapas:

- a) Definição do objeto de estudo;
- b) Fundamentação teórica;
- c) Definição do problema;
- d) Definição dos objetivos;
- e) Definição do método;
- f) Definições de tratamento e de coleta de dados;
- g) Modelagem e aplicação do modelo;
- h) Simulação do desempenho dos resultados do modelo;
- i) Análises e discussões dos resultados do modelo;
- j) Conclusões sobre a análise de resultado;
- k) Elaboração e submissão de artigos.

A partir do planejamento das etapas de uma pesquisa científica é possível sua classificação. A classificação é necessária para que o pesquisador identifique as diretrizes, a fim de aumentar a probabilidade de sucesso, pois, após a definição da direção da pesquisa, ela será mais facilmente conduzida em todo seu processo (SILVA e MENEZES, 2005).

A Figura 5.1 apresenta as principais variações de classificações de pesquisas científicas de acordo com a natureza, com a abordagem, com os objetivos e com os procedimentos técnicos. Na Figura estão destacadas as classificações desta pesquisa:

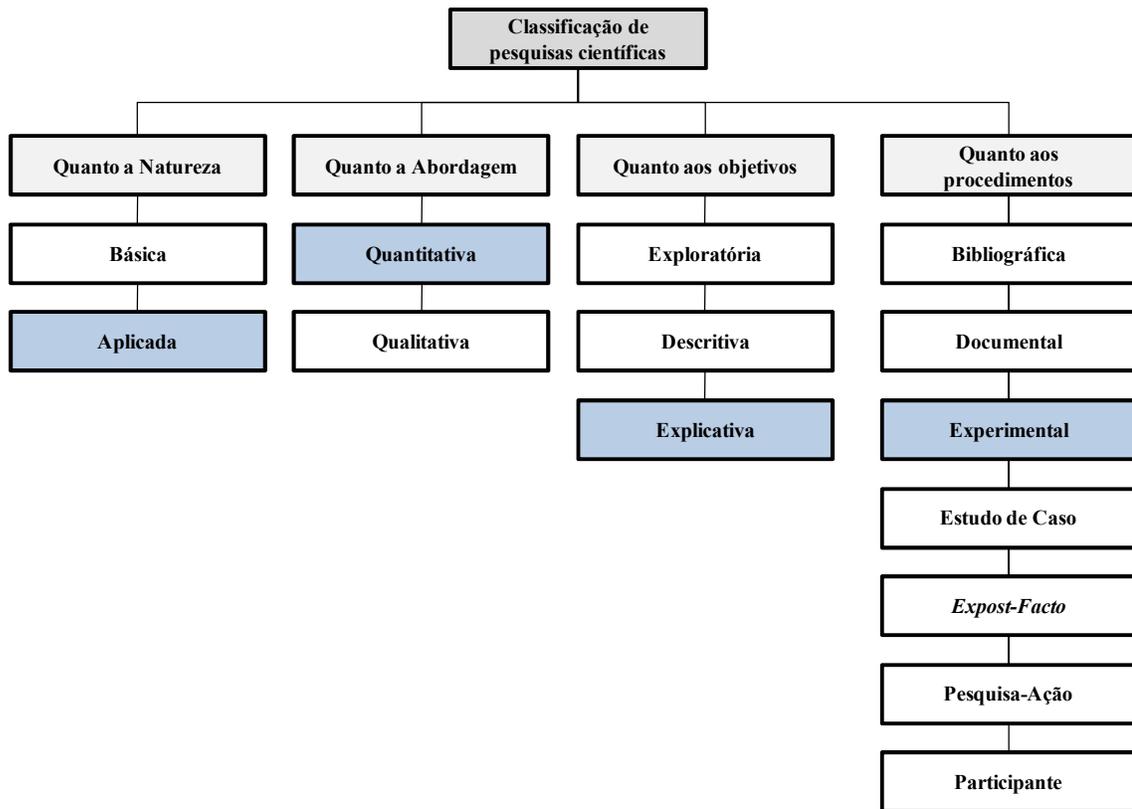


Figura 5.1: Classificação de pesquisas científicas

Fonte: Adaptado de Silva e Menezes (2005)

5.2 Classificação Metodológica da Pesquisa

A seguir estão as justificativas para a classificação da pesquisa de acordo com a natureza, com a abordagem, com objetivos e com procedimentos técnicos. Isso segundo a teoria de Silva e Menezes (2005):

- a) **Quanto a Natureza:** Esta pesquisa é classificada como “Aplicada”. Na variação Natureza a classificação de uma pesquisa deverá ser “Aplicada” quando se objetivar a geração de conhecimentos para aplicações na solução de problemas. Exatamente como é nesta.

- b) **Quanto a Abordagem do Problema:** A pesquisa deverá ser classificada como “Quantitativa” quando trabalhar com variáveis denominadas quantitativas e que requerem o uso de ferramentas matemáticas. Este estudo trabalha exatamente com esse tipo.
- c) **Quanto aos Objetivos:** A classificação aqui é como “Explicativa”. Isso porque, entre as classificações por objetivos existe a “Explicativa” que visa identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência dos fenômenos e aprofundam o conhecimento da realidade. Como a teoria descrita é o objetivo da pesquisa, ela é classificada como Explicativa.
- d) **Quanto aos Procedimentos Técnicos:** Neste caso a classificação é como “Experimental”. Na variação de pesquisas por procedimentos técnicos, a chamada “Experimental” ocorre quando se determina um objeto de estudo, se selecionam as variáveis capazes de influenciá-lo e se definem as formas de controle e de observação dos efeitos das variáveis no objeto. Estes são justamente os procedimentos seguidos neste estudo.

5.3 Método de Pesquisa Utilizado

No item anterior a pesquisa foi classificada como “Experimental” quanto a seus procedimentos técnicos. Segundo Robinson (2004), a classificação “Experimental” de procedimentos técnicos é bastante adequada ao método “Modelagem e Simulação”.

O método de Modelagem e Simulação deve ser empregado a partir do reconhecimento de um problema existente em um sistema, onde o seu entendimento pode ocorrer pela reprodução deste problema (ROBINSON, 2004). O problema abordado neste estudo são as perdas de capital que ocorrem em investimentos em ações. Isso por falta de preparo, de conhecimento ou mesmo de um modelo para orientação do investidor.

Pode-se dizer que a modelagem e simulação é o processo de criar e experimentar um sistema através de um modelo matemático (CHUNG, 2004). Este trabalho propõe um modelo matemático para a otimização do sistema de investimento em ações da BM&F Bovespa. Isso utilizando determinado modelo DEA para a seleção da carteira.

Quando utilizado o método de Modelagem e Simulação em uma pesquisa, um modelo matemático pode ser proposto para otimizar um sistema e o cenário ótimo pode ser simulado (CHUNG, 2004). A proposição da modelagem da pesquisa utiliza as ferramentas matemáticas

como Análise Envoltória de Dados, Minimização de Erros Quadrados e Programação Matemática Binária. Em seguida o modelo tem seus resultados submetidos à simulação do investimento de uma carteira fictícia para análises e conclusões.

Os cenários para Modelagem e Simulação podem ser determinísticos ou estocásticos. Eles são determinísticos quando as variáveis assumem valores exatos, e por outro lado são estocásticos, quando permitem que as entradas assumam valores em distribuições de probabilidade. Em Modelagem e Simulação o cenário pode ainda ser estático ou dinâmico em relação a movimentação. Quando os dados representam o sistema sem considerar a variabilidade com o tempo, o modelo é estático. Quando os dados representam o sistema a qualquer tempo, ele é dito dinâmico (CHUNG, 2004).

A partir dos conceitos do parágrafo anterior, pode-se classificar esta pesquisa como: determinística, pois suas variáveis assumem valores exatos nos estudos; e estática, pois seus valores não considerarão mudanças instantâneas nas variáveis utilizadas pela pesquisa.

Uma pesquisa necessita de um modelo estruturado para definir seus processos a serem executados (SARNO e THORNTON, 2003). Na Figura 5.2 está descrito o fluxograma de processo de modelagem em simulação utilizado:

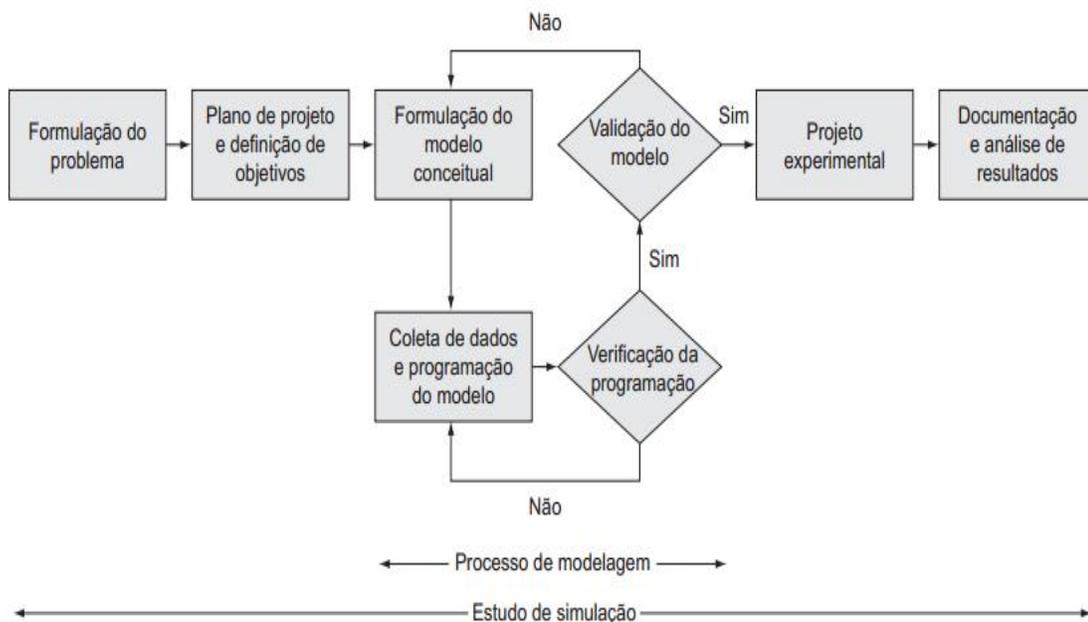


Figura 5.2: Processo de modelagem em simulação

Fonte: Sarno e Thornton (2003)

5.4 Planejamento de Coleta e de Tratamento de Dados

Este item apresenta o planejamento da coleta e do tratamento de dados que são utilizados. Estes dados, após coleta e tratamento, são os *inputs* e *outputs* utilizados nas aplicações iniciais das equações do modelo proposto no capítulo 4.

5.4.1 Unidades Tomadoras de Decisão

As chamadas *Decision Making Units* - DMUs são os objetos de aplicação dos modelos de programação DEA. Elas podem ser representadas por empresas, departamentos, cidade, escolas e outros.

O objeto de estudo da pesquisa é o conjunto de ações da bolsa de valores de São Paulo, a BM&F Bovespa. Em novembro de 2014, esta bolsa oferece mais de 500 opções de investimento em ações. Utilizar os dados de todas essas ações nas análises aqui é inviável. Isso devido os extensos cálculos que são executados. Uma solução é a utilização dos chamados Índices de Mercado como primeiros filtros.

Na bolsa de valores de São Paulo existe o índice Ibovespa, que é o mais importante do mercado acionário brasileiro. Este índice representa comportamento médio dos preços e o perfil das negociações do mercado a vista de ações com alto grau de liquidez na BM&F Bovespa (PINTO; MONTEIRO e NAKAO, 2011).

A pesquisa tem a intenção de estudar o comportamento de ações da BM&F Bovespa. Como o Índice Ibovespa representa bem as ações da bolsa de valores em questão, então o primeiro filtro para seleção de ações da pesquisa será que, as ações que serão estudadas sejam componentes da última carteira teórica do índice. Isso para um investidor fictício situado no tempo no final de abril de 2013.

No caso, o investidor fictício teria a intenção de montar uma carteira de ações da BM&F Bovespa para mantê-la por no máximo um ano antes de reavaliar o mercado. Assim, a última carteira que vigorou no período para o investidor fictício foi a do primeiro quadrimestre de 2013.

As ações que a pesquisa estuda, além de comporem o índice Ibovespa do primeiro quadrimestre de 2013, devem ter dados disponíveis para o período de aplicação do modelo proposto, de janeiro de 2009 a abril de 2013, relativos aos índices fundamentalistas utilizados.

Além das duas restrições ao número de ações a serem estudadas impostas até então, devido aos extensos cálculos executados na pesquisa, este número será mais uma vez restringido. No período de aplicação do modelo foi observado que das 69 ações que compunham o índice Ibovespa no primeiro quadrimestre de 2013, apenas 42 tinham disponíveis no período de aplicação do modelo proposto, os índices fundamentalistas utilizados. A terceira restrição inserida é que, o número de ações a serem estudadas deve ser de no mínimo de 80% das 42 ações que têm disponíveis os índices fundamentalistas utilizados.

Assim, foram selecionadas aleatoriamente as 33 ações a seguir em códigos: BISA3, BRFS3, BRKM5, CESP6, CMIG4, CPLE6, CSNA3, CYRE3, DASA3, DTEX3, ELET3, ELET6, ELPL4, EMBR3, GGBR4, ITSA4, LAME4, LIGT3, LREN3, MRFG3, MRVE3, OIBR3, OIBR4, PCAR4, PETR3, RENT3, RSID3, SUZB5, TIMP3, USIM3, VAGR3, VALE3 e VIVT4.

5.4.2 Delimitações de Escala do Modelo

A pesquisa, primeiro, seleciona um determinado modelo DEA para o cálculo de eficiência de ações. Em sequência, a pesquisa calcula a eficiência das ações da bolsa BM&F Bovespa com o modelo DEA escolhido. A seguir os valores de eficiência são utilizados em um modelo de minimização de erros quadrados para a obtenção de horizontes de tempos.

A correta obtenção dos horizontes de tempos necessita da imposição de uma escala de *inputs* e *outputs* homogênea em seus limites máximos e mínimos. Isso antes da aplicação do modelo DEA escolhido.

O motivo é que testes realizados nesta pesquisa mostram, que quando em uma tabela para aplicação do modelo DEA adotado existir apenas DMUs com baixos valores de *inputs* e *outputs*, e em outra tabela existir apenas DMUs com altos valores de *inputs* e *outputs*, mesmo se em cada uma das tabelas existirem uma DMU com os mesmos valores de *inputs* e *outputs*, o resultado destas DMU terão valores de eficiência diferentes entre as tabelas. A divergência de valores ocorre devido às diferenças de delimitações de escalas geradas pelo modelo DEA utilizado para cada conjunto de dados.

Outros testes realizados nesta pesquisa também mostram que o problema pode ser impedido utilizando em cada tabela de *inputs* e *outputs* valores de duas DMUs fictícias. A primeira com resultados do *output* retorno igual ao menor encontrado em todas as tabelas

utilizadas no período de modelagem, e a segunda com resultados do *output* retorno igual ao maior encontrado, também em todas as tabelas utilizadas no período de modelagem. Em ambas as DMUs fictícias os três *inputs* utilizados devem ter valores aproximadamente médios, onde neste caso, são utilizados valores iguais a 1. Assim, cada tabela na aplicação do modelo terá 33 ações pré-selecionada, acrescidas de mais 2 ações fictícias de delimitação de escala.

Entre os dados de retornos mensais encontrados durante todo o período de aplicação do modelo proposto é observado que o menor valor foi de -19,66% e que o maior valor foi 10,25%.

5.4.3 Horizontes Testados e Secções de Coleta de Dados

A delimitação do escopo de uma pesquisa é importante e deve ser bem definida. Para a pesquisa nesta etapa é necessário deixar claro os limites especialmente em relação ao tempo do estudo. São necessárias quatro delimitações.

A primeira delimitação é em relação aos horizontes de tempo de coleta de dados do passado dos pontos ou secções de coleta. Neste caso é utilizado o máximo horizonte de tempo usual, de 32 meses, ou a média aproximada de 2 a 3 anos. Dentro desse máximo período é mantida a relação de quatro meses de vigor da carteira Ibovespa. Então são testados, em uma fase inicial, 8 horizontes, que começam em 4 meses e finalizam em 32 meses.

A segunda delimitação é em relação aos horizontes de tempo futuros aos pontos ou secções de coleta, que representam a manutenção de carteiras de ações. Neste caso é utilizado o máximo horizonte de tempo usual de 12 meses. Dentro desse máximo período novamente é mantida a relação de quatro meses de vigor da carteira Ibovespa. Então, são testados em uma fase inicial 3 horizontes, que começam em 4 meses e finalizam em 12 meses.

A estas duas primeiras delimitações cabe uma observação. Após a aplicação do modelo proposto para a estimação dos horizontes locais de acordo com o escopo preliminar, os horizontes ótimos globais dentro dos limites deste escopo são buscados.

Assim, na prática os horizontes de tempo mensais de coleta de dados para a seleção de carteiras que são testados foram: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 e 32. Já os horizontes de tempo mensais de manutenção de carteira testados foram: 4, 8, 9, 10, 11 e 12.

O motivo é que os resultados da primeira aplicação do modelo apontaram 28 meses como o horizonte ótimo para a coleta de dados na formação de carteira, e 12 meses como horizonte ótimo de manutenção da carteira selecionada. Os ótimos globais próximos destes ótimos locais variando o espaçamento em um mês e dentro das delimitações do escopo da pesquisa são apresentados no item 6.2.

A terceira delimitação de tempos da pesquisa é em relação às secções de coleta. Estas secções são pontos exatos no tempo a partir de onde são coletados os dados, ora da secção para o passado, representado a variação de horizontes para a seleção de carteiras, ora da secção para o futuro, representado a variação de horizontes de manutenção de carteira. Serão 8 secções no total. A primeira secção ocorre no fechamento da bolsa de setembro de 2011, e a última secção ocorre no fechamento da bolsa em abril de 2012. Neste intervalo cada fechamento mensal corresponde a uma secção de coleta totalizando assim oito pontos.

A principal restrição para as extensões dos dois horizontes de tempo mensais das duas primeiras delimitações, assim como para o número secção de coleta, é não utilizar dados de 2008 devido à sua acentuada distorção pela crise econômica iniciada na época.

A quarta delimitação de tempos da pesquisa é relativa ao período de simulação do comportamento da carteira que utilizará os horizontes encontrados pelo modelo proposto. O planejamento é que 12 meses após o último ponto de coleta de dados, então seja iniciada a simulação da carteira de ações com os horizontes encontrados.

O motivo do período de simulação ser iniciada 12 meses após a última secção de coleta de dados é por que o maior horizonte de tempo de manutenção de carteira testado também é de 12 meses. Dessa forma, o período de aplicação do modelo proposto para estimar os horizontes de tempo e o período de simulação dos resultados da carteira com os horizontes serão totalmente independentes. O período de simulação é a partir do início de maio de 2013 ao final de junho de 2014 ocorrendo em um total de 14 meses.

5.4.4 Dados Utilizados e suas Definições

A pesquisa pressupõe um investidor no final de abril de 2013 com a intenção de montar uma carteira de ações da BM&F Bovespa, para mantê-la por no máximo um ano, antes de reavaliar a necessidade de alterações. Deve ser pressuposto então, que o investidor tenha disponível todo histórico de índices fundamentalistas do passado de ações do BM&F Bovespa para suas decisões.

O investidor fictício teria a intenção de conseguir um conjunto de dados para a mensuração da eficiência de ações em obter unicamente o índice retorno. Dessa forma, o único dado de *output* utilizado no modelo DEA é o Retorno Mensal de cada uma das ações.

Em relação aos demais dados a serem utilizadas pelo modelo DEA como *inputs*, Nagano, Merlo e Silva (2003) afirmam que geralmente estudos utilizam os seguintes índices fundamentalistas para explicar retornos de ações: beta ou risco do mercado, ativo total por valor patrimonial, ativo total por valor de mercado, dividendos por preço, fluxo de caixa por preço, liquidez da ação na bolsa, valor de mercado da empresa, preço por valor patrimonial, lucro por preço e preço por vendas.

Os mesmos autores, ainda dizem que analisando estes índices fundamentalistas aplicando técnicas de regressão para verificar quais têm maior poder para explicar o retorno de ações da BM&F Bovespa, pôde-se concluir que entre eles, os que mostram forte relacionamento com retorno são: lucro por preço, valor de mercado, preço por valor patrimonial, liquidez, beta e preço por vendas.

Entretanto, coeficientes de correlação modular variando entre 0,10 e 0,30 são ao menos um pouco representativos para explicar uma variável de resposta, enquanto que, valores menores que 0,10, por sua vez, não têm representabilidade (MOORE, 2007). Assim, foram analisados quais índices fundamentalistas têm o coeficiente de correlação modular para com o retorno mensal das ações estudadas maior ou igual a 0,20, que é média da variação de correlação ao menos um pouco representativa segundo Moore (2007).

O mercado de ações é dinâmico e suas tendências mudam constantemente em períodos curtos (TICKNOR, 2013). Para minimizar a possibilidade de erros por mudanças de tendência, então foram utilizados dados de até 32 meses anteriores a um investidor fictício situado no final de abril de 2013. A extensão de 32 meses é escolhida, por representar também a máxima extensão de tempo testada na pesquisa para coleta de dados na formação de carteira.

Assim, os cálculos de correlação foram executados com dados de setembro de 2010 a abril de 2013. Ou seja, neste período calculou-se a correlação entre cada um dos índices fundamentalistas selecionado por Nagano, Merlo e Silva (2003), para com o retorno de todas as ações estudadas na pesquisa. Posteriormente foi obtida a média total por índice. A Tabela 5.1 apresenta os valores encontrados de correlação para com o retorno das ações.

Tabela 5.1: Correlação entre índices fundamentalistas e o retorno das ações estudadas

Índice Fundamentalista	Índice Médio de Correlação no Período
Lucro por Preço	-0,170
Valor de Mercado	0,255
Liquidez	-0,065
Beta ou Risco	-0,009
Preço por Venda	0,253
Preço por Valor Patrimonial	0,262

Na Tabela 5.1 pode ser observado que os valores encontrados de correlação para cada índice fundamentalista foram: lucro por preço = - 0,17; valor de mercado = 0,26; preço por valor patrimonial = 0,26; liquidez = - 0,07; Beta = 0,01; e preço por vendas = 0,25. Dessa forma, os índices fundamentalistas selecionados como entradas para o modelo DEA são: valor de mercado; preço por valor patrimonial e preço por vendas.

5.4.5 Ajustes e Parâmetros de *Inputs*

Os índices fundamentalistas que são utilizados na pesquisa como *inputs* necessitam ser ajustados. Isso para melhorar sua representabilidade em relação aos retornos das ações estudadas. Neste ajuste é calculado o quanto a variação percentual mensal dos índices reduz ou aumenta uma unidade.

Assim, se em determinada secção de coleta de dados se deseja calcular o *input* ajustado a ser utilizado, então este *input* tem o valor 1 somado a variação mensal percentual i para o horizonte de coleta de dados para a seleção de carteiras, isso a uma distante de n meses. No cálculo deve ser convencionado que o valor do *input* bruto após coleta no mês da secção seja x_n , e que o mesmo *input* a n meses anteriores tenha tido o valor igual a x_o .

Então, para calcular a variação mensal percentual i deste número índice deve se resolver a equação:

$$i = \sqrt[n]{x_n/x_o} - 1 \quad (5.1)$$

Como se deseja calcular a interferência em uma unidade pela variação mensal percentual i , a fórmula será:

$$Input\ Ajustado = (1 + i) = 1 + (\sqrt[n]{x_n/x_o} - 1) = \sqrt[n]{x_n/x_o} \quad (5.2)$$

Quando se desejar calcular o resultado da secção de coleta em questão para o seu futuro, representando a direção de manutenção de carteira, a variável na secção deve ser x_o , e no futuro a n meses deve ser x_n .

A justificativa para o ajuste é que os índices fundamentalistas mudam significativamente de dimensão de uma ação para outra, o que tornaria a modelagem incorreta ou injusta na utilização do próprio número índice. Também como se deseja visualizar ao máximo a eficiência das ações em produzir retorno, então dessa forma se busca minimizar alterações nos resultados de eficiência causados por alterações nos *inputs*.

A base de dados utilizada na pesquisa é do Software *Economática* ®. Os parâmetros de coleta de dados de cada número índice de *input* são:

- a) Valor de Mercado = Valor da empresa no fechamento mensal, em moeda original do país e com três casas decimais.
- b) Preço por Valor Patrimonial = Valor do índice em moeda original do país no fechamento mensal consolidado e com três casas decimais.
- c) Preço por Vendas = Valor do índice em moeda original do país, isso no fechamento mensal consolidado, que é calculado com base nas demonstrações de resultados mensais relativas ao último ano e com três casas decimais.

5.4.6 Ajustes e Parâmetros do *Output*

Se em determinada secção de coleta deseja-se calcular o valor ajustado do *output* retorno de acordo com a variação mensal percentual i do índice para um horizonte de coleta de dados para seleção de carteira, então se deve convencionar que existe uma extensão de n meses de horizontes de tempo.

Assim valor do número índice de retorno no mês da secção deve ser y_n , e o mesmo número índice a n meses anteriores deve ser y_o . Isso para que o valor do *output* ajustado possa ser obtido pela equação:

$$\text{Output Ajustado} = \left[\left(\sqrt[n]{y_n/y_o} - 1 \right) \times 100 + (2 \times 19,657) \right]^2 \quad (5.3)$$

O motivo da multiplicação da primeira parte da equação por 100 é alterar os valores percentuais obtidos para valores inteiros. Isso, principalmente para maximizar a interferência das variações de retorno nos resultados de eficiência.

O valor de $2 \times 19,657$ é necessário devido à restrição do modelo DEA CCR Orientado a *Inputs* não ser capaz de utilizar dados negativos. Como no período de aplicação do modelo o menor valor de $i = (\sqrt[n]{y_n/y_o} - 1) \times 100$ é $-19,657$. Então se soma duas vezes este valor no ajuste do dado para a eliminação de negatividade, conforme orientação de Cooper; Seiford e Tone, (2006).

A equação é elevada ao quadrado para maximizar as diferenças em obter retorno entre as ações, de forma que o modelo DEA utilizado absorva bem essa diferença e a reflita nos resultados de eficiência.

Quando se desejar calcular o *output* ajustado a partir da variação mensal percentual i iniciada na secção em questão, entretanto agora em direção ao futuro, o número índice na secção deve ser y_o , e no futuro a n meses deve ser y_n .

Os parâmetros de coleta deste índice são: valor do retorno no fechamento mensal, calculado com base em um mês anterior, em moeda original do país, ajustado por distribuição de dividendos, com valores inteiros obtidos a partir da multiplicação do percentual por 100 e com três casas decimais.

Como este índice foi colhido em valores percentuais mensais, antes de aplicar a fórmula de cálculo dada pela Eq. (5.3) sobre seus valores, para todas as ações foi atribuído um número índice igual a 1 em dezembro de 2008, ou seja, um mês antes do período de aplicação do modelo. Posteriormente este número índice foi reajustado em todos os meses de acordo com o respectivo valor de retorno mensal ocorrido para cada ação.

Um exemplo pode ser observado na Tabela 5.2, onde para a ação BISA3, o seu valor de retorno é de 0,837 em janeiro de 2009. No exemplo, a alteração no número índice ocorreu por causa de uma redução percentual de 17,3% no preço da ação em janeiro de 2009. Então seu número índice que era igual a 1 em dezembro de 2008, passou a ser de 0,837 em janeiro de 2009.

O resultado é simplesmente obtido a partir do número índice no mês anterior multiplicado pelo valor da constante 1 mais o acréscimo ou menos o decréscimo do percentual ocorrido no mês seguinte [$0,837 = 1 \times (1 - 0,173)$].

5.4.7 Ajustes na Presença de *Inputs* ou *Outputs* Negativos

O modelo DEA CCR orientado a *inputs* deve ter tratamento de variáveis que apresentem dados negativos. Como este é o modelo utilizado na pesquisa, deve se verificar a possível presença de dados negativos nos *inputs* e *outputs*. As fórmulas utilizadas nas Eq. (5.2) e (5.3) para os ajustes dos *inputs* e *outputs* foram planejadas também para eliminar dados negativos.

Sobre a equação para tratamento de *inputs*, a Eq. (5.2), por estrutura ela já elimina dados negativos. Uma alternativa para eliminar dados negativos em modelos DEA é somar a cada valor da variável em questão, uma constante de maior ou igual ao valor do dado mais negativo da variável (COOPER; SEIFORD; TONE, 2006). Este é o procedimento adotado para a eliminação de dados negativos pela Eq. (5.3) ao somar $2 \times 19,657$.

5.5 Execução de Coleta e de Tratamento de Dados

Neste item são apresentados exemplos de coleta e de tratamento de dados. O intuito é oferecer subsídios a pesquisas que tenham o objetivo de reaplicações.

5.5.1 Coleta dos Dados Brutos

A Tabela 5.2 e 5.3 são exemplos de dados brutos. A obtenção destes dados segue rigorosamente o planejamento descrito no item 5.4.

Nas Tabelas os dados utilizados como *inputs* estão exatamente com os valores originais colhidos no software *Economática* ®. Já o único *output*, que é o retorno, foi transformado em um número índice igual a 1 em dezembro de 2008, e a partir daí, este valor foi reajustado de acordo com o retorno percentual ocorrido nos meses seguintes.

Na Tabela 5.2 e na Tabela 5.3 os dados são referentes aos fechamentos dos meses de janeiro de 2009, setembro de 2011 e setembro de 2012. Esses meses foram escolhidos intencionalmente para serem utilizados nos exemplos posteriores. Isso porque, nestes exemplos serão tratados os dados com os máximos horizontes de tempo mensais que são testados pela pesquisa, que são 32 meses da secção para o passado e 12 meses da secção para o futuro.

Ou seja, como setembro de 2011 é a primeira secção, então 32 meses dela para o passado significa retornar a janeiro de 2009, representando a maior opção de horizonte de

coleta de dados para seleção de carteira a ser testado, e 12 meses da mesma secção para o futuro significa avançar a setembro de 2012, representando a maior opção de horizonte de manutenção de carteira a ser testado.

Tabela 5.2: Dados do fechamento de Janeiro de 2009 e de Setembro de 2011

Ações	Valor de Mercado		Preço por Vendas		Preço por Valor Patrimonial		Retorno	
	jan/09	set/11	jan/09	set/11	jan/09	set/11	jan/09	set/11
BISA3	6,99E+08	2,45E+09	0,499	0,641	0,330	0,803	0,837	2,473
BRFS3	6,61E+09	2,80E+10	0,572	1,121	1,608	1,974	1,076	2,228
BRKM5	3,01E+09	1,10E+10	0,154	0,371	0,788	1,174	1,029	2,726
CESP6	3,85E+09	8,83E+09	1,651	3,112	0,518	0,873	0,828	1,937
CMIG4	1,39E+10	1,73E+10	1,433	1,270	1,668	1,442	0,990	1,475
CPLE6	5,78E+09	8,71E+09	1,092	1,225	0,740	0,789	0,908	1,587
CSNA3	2,67E+10	2,15E+10	1,933	1,362	4,006	2,587	1,213	1,194
CYRE3	3,31E+09	4,84E+09	1,162	0,895	1,560	1,075	1,011	1,347
DASA3	1,29E+09	4,97E+09	1,135	2,290	2,697	1,962	1,001	2,884
DTEX3	4,32E+08	4,72E+09	0,834	1,619	0,829	1,299	1,056	2,854
ELET3	2,92E+10	2,33E+10	0,984	0,699	0,346	0,283	1,010	0,978
ELET6	2,92E+10	2,33E+10	0,918	0,927	0,323	0,375	1,009	1,071
ELPL4	4,28E+09	5,60E+09	0,578	0,475	1,319	1,357	1,020	2,111
EMBR3	6,29E+09	8,50E+09	0,541	0,892	1,053	1,477	0,986	1,441
GGBR4	1,98E+10	2,15E+10	0,499	0,617	1,059	0,906	0,998	0,924
ITSA4	3,39E+10	4,94E+10	1,805	8,769	1,712	1,475	0,919	1,489
LAME4	4,39E+09	1,01E+10	0,668	1,057	15,814	18,018	1,019	2,366
LIGT3	4,83E+09	5,05E+09	0,894	0,735	1,721	1,517	1,082	1,588
LREN3	1,72E+09	6,21E+09	0,788	2,014	2,418	5,809	0,903	3,489
MRFG3	1,82E+09	2,13E+09	0,247	0,099	0,666	0,363	0,907	0,847
MRVE3	1,47E+09	4,62E+09	1,320	1,251	0,945	1,361	1,102	3,117
OIBR3	1,70E+10	6,74E+09	2,619	0,762	4,742	0,677	0,974	0,235
OIBR4	1,70E+10	6,74E+09	0,576	0,680	1,042	0,605	0,871	0,863
PCAR4	7,02E+09	1,48E+10	0,384	0,332	1,299	1,981	0,963	1,896
PETR3	2,47E+11	2,63E+11	1,239	1,160	1,926	0,830	1,105	0,825
RENT3	1,62E+09	4,92E+09	0,901	1,715	3,014	4,552	1,155	3,631
RSID3	8,56E+08	2,35E+09	0,598	0,908	0,691	1,131	1,188	2,457
SUZB5	3,59E+09	3,33E+09	0,892	0,702	0,960	0,347	0,968	0,936
TIMP3	1,06E+10	1,93E+10	1,208	1,299	2,031	1,725	1,375	1,815
USIM3	1,38E+10	1,59E+10	0,849	1,743	0,887	1,223	1,044	1,765
VAGR3	1,04E+08	1,32E+09	0,295	0,844	0,993	0,938	1,367	1,310
VALE3	1,60E+11	2,12E+11	2,320	2,174	1,760	1,554	1,174	1,672
VIVT4	2,10E+10	5,37E+10	1,402	1,569	2,231	1,318	0,987	1,438

Tabela 5.3: Dados do fechamento de Setembro de 2011 e de Setembro de 2012

Ações	Valor de Mercado		Preço por Vendas		Preço por Valor Patrimonial		Retorno	
	set/11	set/12	set/11	set/12	set/11	set/12	set/11	set/12
BISA3	2,45E+09	1,74E+09	0,641	0,550	0,803	0,699	2,473	1,974
BRFS3	2,80E+10	3,04E+10	1,121	1,108	1,974	2,150	2,228	2,459
BRKM5	1,10E+10	1,06E+10	0,371	0,321	1,174	1,370	2,726	2,787
CESP6	8,83E+09	6,98E+09	3,112	2,120	0,873	0,679	1,937	1,575
CMIG4	1,73E+10	2,01E+10	1,270	1,183	1,442	1,515	1,475	1,773
CPLE6	8,71E+09	8,29E+09	1,225	1,104	0,789	0,722	1,587	1,574
CSNA3	2,15E+10	1,67E+10	1,362	1,011	2,587	2,073	1,194	0,971
CYRE3	4,84E+09	7,15E+09	0,895	1,130	1,075	1,436	1,347	2,040
DASA3	4,97E+09	3,79E+09	2,290	1,688	1,962	1,442	2,884	2,220
DTEX3	4,72E+09	7,29E+09	1,619	2,257	1,299	1,849	2,854	4,538
ELET3	2,33E+10	1,80E+10	0,699	0,403	0,283	0,206	0,978	0,796
ELET6	2,33E+10	1,80E+10	0,927	0,607	0,375	0,310	1,071	0,989
ELPL4	5,60E+09	3,30E+09	0,475	0,335	1,357	0,895	2,111	1,652
EMBR3	8,50E+09	9,88E+09	0,892	0,825	1,477	1,522	1,441	1,690
GGBR4	2,15E+10	3,09E+10	0,617	0,863	0,906	1,200	0,924	1,363
ITSA4	4,94E+10	5,12E+10	8,769	8,096	1,475	1,485	1,489	1,601
LAME4	1,01E+10	1,47E+10	1,057	1,413	18,018	18,900	2,366	3,409
LIGT3	5,05E+09	4,79E+09	0,735	0,660	1,517	1,483	1,588	1,644
LREN3	6,21E+09	8,39E+09	2,014	2,298	5,809	7,167	3,489	4,844
MRFG3	2,13E+09	4,07E+09	0,099	0,179	0,363	1,195	0,847	1,630
MRVE3	4,62E+09	5,79E+09	1,251	1,318	1,361	1,520	3,117	4,083
OIBR3	6,74E+09	1,43E+10	0,762	0,562	0,677	1,439	0,235	0,274
OIBR4	6,74E+09	1,43E+10	0,680	0,462	0,605	1,182	0,863	0,966
PCAR4	1,48E+10	2,38E+10	0,332	0,476	1,981	2,895	1,896	3,048
PETR3	2,63E+11	2,99E+11	1,160	1,119	0,830	0,888	0,825	0,950
RENT3	4,92E+09	7,05E+09	1,715	2,236	4,552	5,614	3,631	5,266
RSID3	2,35E+09	1,31E+09	0,908	0,421	1,131	0,630	2,457	1,463
SUZB5	3,33E+09	5,84E+09	0,702	0,558	0,347	0,529	0,936	0,619
TIMP3	1,93E+10	1,89E+10	1,299	1,024	1,725	1,384	1,815	1,666
USIM3	1,59E+10	1,07E+10	1,743	0,931	1,223	0,681	1,765	0,958
VAGR3	1,32E+09	8,58E+08	0,844	0,977	0,938	0,704	1,310	0,850
VALE3	2,12E+11	1,86E+11	2,174	2,034	1,554	1,150	1,672	1,501
VIVT4	5,37E+10	4,82E+10	1,569	1,477	1,318	1,122	1,438	1,377

5.5.2 Tratamento dos Dados Brutos

A Tabela 5.2 e a Tabela 5.3, que são utilizadas no exemplo no item anterior, têm uma posição intencional de dados no tempo. Isso porque, o fechamento da BM&F Bovespa de setembro de 2011 é o ponto utilizado como primeira secção de coleta de dados.

Assim, para serem ajustados os dados que são utilizados pelo modelo DEA a 32 horizontes mensais retroativos à primeira secção, deve-se retornar ao fechamento mensal de janeiro de 2009.

Já para ajustar os dados que são utilizados 12 horizontes mensais a frente da primeira secção, deve-se avançar ao fechamento de setembro de 2012.

Estes são justamente os dados de fechamentos mensais disponibilizados na Tabela 5.2 e na Tabela 5.3 para serem utilizados no próximo exemplo de cálculos.

É necessário deixar claro, que os dados brutos da Tabela 5.2 e da Tabela 5.3 são apenas exemplos para gerarem os dados ajustados das tabelas seguintes. Ou seja, ao iniciar a aplicação, nesta fase da pesquisa será possível utilizar os resultados como exemplo.

Entretanto, na prática, neste momento devem estar colhidos não apenas os dados brutos do exemplo, mas todos os dados brutos relativos a todas as extensões de horizontes de tempo de coleta de dados para formação de carteira que são testadas, assim como todos os dados brutos relativos a todas as extensões de horizontes de tempo de manutenção da carteira formada. Ambos em todas as secções de coleta de dados planejadas.

Continuando o exemplo, neste momento é necessário terminar o tratamento dos dados brutos, para deixá-los com os valores devidamente ajustados.

Isso para que os dados possam ser utilizados pelo modelo DEA selecionado. Então as Eq. (5.2) e (5.3) devem ser aplicadas sobre os dados das Tabelas 6.1 e 6.2 para tratá-los.

O valor de n nas equações é o número de períodos mensais da secção em questão. Isso até o mês no passado ou no futuro, que se deseja montar a coluna de dados ajustados.

No exemplo, a partir da secção para o passado n é igual a 32, e da secção para o futuro n é igual a 12. A Eq. (5.2) faz o tratamento dos 3 *inputs* utilizados, enquanto a Eq. (5.3) trata o *output* retorno.

Quando a modelagem acontece da secção para o passado, o número índice na posição da secção é representado por x_n ou y_n , e no passado é representado por x_o ou y_o .

Agora, quando a modelagem acontece para o futuro, o número índice na posição do fechamento da secção é representado por x_o ou y_o , e no futuro é representado por x_n ou y_n .

As aplicações das Eq. (5.2) e (5.3) sobre os dados das Tabelas 5.2 e 5.3 gera os dados das Tabelas 5.4 e 5.5. Nas Tabelas 5.4 e 5.5 são observadas ainda, as duas ações fictícias que também foram devidamente planejadas, a FICT01 e a FICT02. Elas possuem valores médios de *inputs* iguais a 1 para todos os três, e valores de *outputs* de 386,398 e 2456,457 respectivamente.

Estes valores de *outputs* correspondem, respectivamente, a um resultado da fórmula da Eq. (5.3) aplicada aos valores mínimos e máximos da variação mensal percentual i de retorno observado. Isso no período de aplicação do modelo proposto. A variação mensal percentual i mínima e máxima de retorno foi de -19,657% e 10,249%.

Conforme descrito no planejamento, as ações fictícias são inseridas para limitar os extremos da escala de eficiência que é gerada pelo modelo DEA em cada aplicação. Isso para eliminar divergências de valores de eficiência que podem ocorrer devido às diferenças de definições de escalas geradas pelo modelo DEA.

Assim, os dados da Tabela 5.4 e da Tabela 5.5 estão ajustados para serem utilizados pelo modelo DEA para calcular, parcialmente, a eficiência na secção 1.

Esses dados ajustados são respectivos apenas a uma extensão da secção para o passado, de 32 horizontes mensais, e a uma extensão da secção para o futuro, de 12 horizontes mensais.

Tabela 5.4: Dados ajustados referentes a 32 meses anteriores secção 1

Ações	Valor de Mercado	Preço por Vendas	Preço / Valor Patrimonial	Retorno
BISA3	1,040	1,008	1,008	1828,272
BRFS3	1,046	1,021	1,021	1731,747
BRKM5	1,041	1,028	1,028	1798,280
CESP6	1,026	1,020	1,020	1764,372
CMIG4	1,007	0,996	0,996	1645,827
CPLE6	1,013	1,004	1,004	1687,104
CSNA3	0,993	0,989	0,989	1541,707
CYRE3	1,012	0,992	0,992	1617,340
DASA3	1,043	1,022	1,022	1821,322
DTEX3	1,078	1,021	1,021	1803,710
ELET3	0,993	0,989	0,989	1537,630
ELET6	0,993	1,000	1,000	1560,244
ELPL4	1,008	0,994	0,994	1731,790
EMBR3	1,009	1,016	1,016	1640,780
GGBR4	1,003	1,007	1,007	1526,728
ITSA4	1,012	1,051	1,051	1667,479
LAME4	1,026	1,014	1,014	1762,420
LIGT3	1,001	0,994	0,994	1641,785
LREN3	1,041	1,030	1,030	1903,475
MRFG3	1,005	0,972	0,972	1528,835
MRVE3	1,037	0,998	0,998	1816,177
OIBR3	0,971	0,962	0,962	1222,787
OIBR4	0,971	1,005	1,005	1543,340
PCAR4	1,024	0,995	0,995	1718,294
PETR3	1,002	0,998	0,998	1475,130
RENT3	1,035	1,020	1,020	1845,412
RSID3	1,032	1,013	1,013	1731,533
SUZB5	0,998	0,993	0,993	1537,368
TIMP3	1,019	1,002	1,002	1614,936
USIM3	1,004	1,023	1,023	1678,286
VAGR3	1,083	1,033	1,033	1535,129
VALE3	1,009	0,998	0,998	1634,202
VIVT4	1,030	1,004	1,004	1639,953
FICT01	1,000	1,000	1,000	386,398
FICT02	1,000	1,000	1,000	2456,457

Tabela 5.5: Dados ajustados referentes a 12 meses posteriores a secção 1

Ações	Valor de Mercado	Preço por Vendas	Preço / Valor Patrimonial	Retorno
BISA3	0,972	0,987	0,989	1402,630
BRFS3	1,007	0,999	1,007	1611,378
BRKM5	0,997	0,988	1,013	1560,117
CESP6	0,981	0,969	0,979	1413,927
CMIG4	1,013	0,994	1,004	1669,182
CPLE6	0,996	0,991	0,993	1540,394
CSNA3	0,979	0,975	0,982	1414,151
CYRE3	1,033	1,020	1,024	1834,285
DASA3	0,978	0,975	0,975	1380,450
DTEX3	1,037	1,028	1,030	1870,919
ELET3	0,979	0,955	0,974	1414,337
ELET6	0,979	0,965	0,984	1494,310
ELPL4	0,957	0,971	0,966	1390,663
EMBR3	1,013	0,994	1,003	1652,288
GGBR4	1,031	1,028	1,024	1815,480
ITSA4	1,003	0,993	1,001	1593,564
LAME4	1,031	1,024	1,004	1798,008
LIGT3	0,996	0,991	0,998	1568,642
LREN3	1,025	1,011	1,018	1771,082
MRFG3	1,056	1,051	1,104	2018,091
MRVE3	1,019	1,004	1,009	1729,674
OIBR3	1,065	0,975	1,065	1647,448
OIBR4	1,065	0,968	1,057	1620,819
PCAR4	1,041	1,030	1,032	1879,280
PETR3	1,011	0,997	1,006	1639,595
RENT3	1,030	1,022	1,018	1802,901
RSID3	0,953	0,938	0,952	1230,740
SUZB5	1,048	0,981	1,036	1291,025
TIMP3	0,998	0,980	0,982	1489,998
USIM3	0,968	0,949	0,952	1179,820
VAGR3	0,965	1,012	0,976	1279,993
VALE3	0,989	0,994	0,975	1476,185
VIVT4	0,991	0,995	0,987	1517,117
FICT01	1,000	1,000	1,000	386,398
FICT02	1,000	1,000	1,000	2456,457

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em Modelagem e Simulação, após as etapas iniciais, o modelo deve ser submetido à validação. Depois da validação então deve ser executado o projeto experimental, a documentação e análise de resultados (SARNO e THORNTON, 2003). Este capítulo traz os resultados necessários à validação do modelo matemático proposto.

A aplicação do modelo encontra resultado de eficiência para formar o conjunto de matrizes a_{lk} , quando variando horizontes de coleta de dados para seleção de carteira, e também para formar o conjunto de matrizes b_{ek} , quanto variando horizontes de manutenção de carteira selecionada.

Então a partir da aplicação da minimização de erros quadrados sobre os resultados de eficiência dos dois conjuntos de matrizes, o modelo proposto encontra a extensão, em meses, para o horizonte de tempo de coleta de dados para a utilização em um determinado modelo DEA na seleção de carteiras de ações, e também para o horizonte de manutenção da carteira selecionada.

Posteriormente a validação dos resultados do modelo proposto ocorre pela simulação dos índices de retorno anuais estimados, tanto da carteira que utiliza ambos os horizontes estimados, quanto de outras carteiras que não utilizam estes horizontes.

Esses índices de retorno são utilizados na sequência em comparações por testes de hipóteses, onde é verificada a possível existência de diferenças estatisticamente significativas entre: os índices da carteira formada utilizando ambos os horizontes estimados pelo modelo proposto, para com os índices das outras carteiras que não os utilizam.

6.1 Aplicação da Fase DEA do Modelo Proposto

O estudo calcula eficiência pela aplicação de um determinado modelo DEA em ações pré-selecionadas da bolsa de valores de São Paulo. Em seguida os valores de eficiência serão utilizados em minimização de erros quadrados para estimar os horizontes de tempo em questão.

O software utilizado para o cálculo de eficiência DEA é disponível no site da universidade de *Dortmund* da Alemanha para uso acadêmico, o EMS - *Efficiency Measurement System* ® 1.3.0.

6.1.1 Resultados de Eficiência do Modelo Proposto na Fase DEA

Em pesquisas de Modelagem e Simulação, após as etapas iniciais, o pesquisador deve formular o modelo conceitual, executar a coleta de dados e fazer a programação dos dados no modelo (SARNO; THORNTON, 2003). Nos próximos itens a pesquisa traz os primeiros resultados de seu modelo conceitual.

Quando os cálculos de eficiência estão sendo executados da secção em questão para o passado, simulando a coleta de dados para a formação de carteira, as Eq. de (4.1) a (4.4) do primeiro modelo DEA com termos redefinidos estão ativas.

Quando os cálculos de eficiência estão sendo executados da secção de coleta em questão para o futuro, simulando a manutenção de carteiras, são Eq. de (4.5) a (4.8) do segundo modelo DEA redefinido que estão ativas.

Com a aplicação dos modelos DEA sobre os dados ajustados da Tabela 5.4 e da Tabela 5.5 são gerados os resultados da Tabela 6.1.

Esta Tabela apresenta a eficiência e a classificação de cada ação referente ha 32 horizontes mensais anteriores e a 12 horizontes mensais posteriores à secção 1.

Este procedimento deve ser executado para todas as ações, em todas as oito secções de planejadas, e para todos os horizontes de tempo do passado e do futuro testados.

Ou seja, os resultados da Tabela 6.1 são apenas uma continuação do exemplo e não contemplam os resultados na íntegra. Os resultados completos apenas para os horizontes testados para o passado e também apenas para a secção 1 estão no item 6.1.2.

Tabela 6.1: Eficiência e Classificação DEA de Ações conforme Tabelas 5.4 e 5.5

Ações	Secção 01 a 32 Horizontes Mensais para o Passado		Secção 01 a 12 Horizontes Mensais para o Futuro	
	Eficiência	Classificação	Eficiência	Classificação
BISA3	0,739	3	0,588	28
BRFS3	0,690	13	0,657	15
BRKM5	0,712	7	0,643	18
CESP6	0,704	10	0,594	25
CMIG4	0,673	16	0,684	11
CPL6	0,684	14	0,633	19
CSNA3	0,635	27	0,590	27
CYRE3	0,664	21	0,732	4
DASA3	0,725	5	0,577	29
DTEX3	0,719	6	0,741	3
ELET3	0,633	28	0,603	24
ELET6	0,640	26	0,630	20
ELPL4	0,709	8	0,592	26
EMBR3	0,662	22	0,677	13
GGBR4	0,620	30	0,722	6
ITSA4	0,671	18	0,653	16
LAME4	0,707	9	0,729	5
LIGT3	0,673	17	0,644	17
LREN3	0,753	1	0,713	8
MRFG3	0,640	25	0,782	1
MRVE3	0,741	2	0,701	9
OIBR3	0,517	33	0,688	10
OIBR4	0,647	24	0,681	12
PCAR4	0,703	11	0,742	2
PETR3	0,602	32	0,670	14
RENT3	0,736	4	0,721	7
RSID3	0,696	12	0,534	32
SUZB5	0,631	29	0,536	31
TIMP3	0,656	23	0,619	22
USIM3	0,680	15	0,506	33
VAGR3	0,605	31	0,540	30
VALE3	0,667	19	0,616	23
VIVT4	0,665	20	0,626	21

6.1.2 Matrizes de Eficiência Geradas na Fase DEA

Neste momento deve ser executado todo o cálculo de eficiência. Isso aplicando as Eq. de (4.1) a (4.8) para cada ação do conjunto $k = 1 \dots n$ em todas as oito secções do conjunto $t = 1 \dots f = 1 \dots 8$.

Após o cálculo, então estarão dispostas todas as colunas de resultados de eficiência, correspondente ao conjunto de horizontes de tempo de coleta de dados testados para a formação de carteira do conjunto $l = 1 \dots m$.

Assim, o conjunto das oito matrizes a_{lk} representará os resultados de eficiência das oito seções de coleta a partir delas para o passado.

A Tabela 6.2a e a Tabela 6.2b apresentam os resultados de eficiência do conjunto de matrizes a_{lk} para a secção 1.

O resultado de eficiência das Tabelas contemplam todas as ações e todos os horizontes de tempo de coleta de dados para a formação de carteira.

Na coluna referente a 32 meses pode ser observado, que os resultados das eficiências são os mesmos apresentadas na Tabela 6.1 utilizada no exemplo anterior.

É possível perceber que na prática as Tabelas trazem mais horizontes de tempo testados do que definido no escopo preliminar.

O aumento do número de horizontes de tempo testados ocorreu porque, na primeira modelagem o ótimo encontrado de coleta de dados para a formação de carteira estava entre 24 e 32 meses.

Assim, entre este intervalo todas as possibilidades de horizontes mensais foram testadas a fim de se encontrar o ótimo global dentro dos limites de escopo.

Na prática os horizontes mensais de coleta de dados para formação de carteira que foram testados são: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 e 32.

Tabela 6.2a: Resultados de Eficiência x Horizontes anteriores à seção 1

Ações	Horizontes Testados $\alpha_{lk} [l = 1 \dots m; k = 1 \dots n (\text{ações})]$						
	32	31	30	29	28	27	26
BISA3	73,85%	74,69%	74,86%	68,97%	68,34%	67,56%	64,33%
BRFS3	69,03%	70,98%	70,43%	70,88%	69,26%	69,86%	69,10%
BRKM5	71,22%	73,15%	73,66%	72,56%	71,44%	71,00%	69,78%
CESP6	70,42%	70,15%	70,50%	69,49%	68,54%	67,34%	67,66%
CMIG4	67,25%	66,97%	66,80%	66,62%	66,82%	66,94%	66,82%
CPLE6	68,43%	68,53%	67,89%	66,64%	66,35%	66,74%	66,45%
CSNA3	63,45%	64,62%	63,15%	61,78%	59,95%	60,99%	59,97%
CYRE3	66,38%	69,16%	66,61%	63,42%	62,31%	62,33%	59,76%
DASA3	72,54%	74,85%	72,16%	72,55%	72,33%	72,52%	71,27%
DTEX3	71,92%	72,82%	72,46%	71,35%	71,67%	66,84%	64,86%
ELET3	63,27%	63,27%	63,48%	62,56%	62,58%	62,03%	61,97%
ELET6	63,97%	64,06%	63,73%	62,63%	63,05%	63,03%	62,90%
ELPL4	70,93%	70,14%	69,35%	69,55%	68,95%	67,90%	68,08%
EMBR3	66,17%	68,66%	67,38%	66,34%	65,60%	67,54%	66,57%
GGBR4	61,99%	63,87%	63,20%	62,01%	59,52%	59,65%	58,88%
ITSA4	67,09%	68,67%	65,97%	65,88%	65,44%	65,65%	64,81%
LAME4	70,72%	72,85%	71,06%	69,01%	68,79%	69,51%	68,36%
LIGT3	67,25%	66,72%	66,97%	66,46%	66,26%	65,52%	66,68%
LREN3	75,25%	75,85%	76,07%	73,27%	72,83%	73,11%	70,98%
MRFG3	64,04%	63,83%	62,84%	59,57%	57,03%	56,67%	55,62%
MRVE3	74,06%	74,77%	72,37%	68,54%	66,19%	66,09%	64,60%
OIBR3	51,74%	51,80%	50,32%	51,19%	50,63%	51,43%	56,08%
OIBR4	64,67%	65,07%	64,09%	63,61%	63,29%	63,96%	63,60%
PCAR4	70,27%	70,84%	70,41%	69,50%	68,92%	68,99%	67,92%
PETR3	60,17%	61,00%	58,77%	59,64%	58,11%	58,53%	58,65%
RENT3	73,63%	74,77%	74,51%	72,15%	71,60%	72,03%	69,93%
RSID3	69,58%	72,53%	71,76%	65,42%	64,62%	64,54%	61,86%
SUZB5	63,05%	65,36%	64,00%	63,16%	61,54%	62,09%	60,50%
TIMP3	65,59%	66,45%	66,97%	66,72%	65,38%	66,81%	68,95%
USIM3	68,02%	68,97%	68,36%	67,26%	65,31%	64,44%	63,38%
VAGR3	60,47%	62,30%	61,52%	61,38%	60,39%	60,32%	59,96%
VALE3	66,66%	67,36%	67,42%	66,01%	65,63%	67,02%	66,45%
VIVT4	66,53%	68,05%	65,82%	67,38%	67,75%	68,28%	68,66%

Tabela 6.2b: Resultados de Eficiência x Horizontes anteriores à secção 1

Ações	Horizontes Testados $\alpha_{lk} [l = 1 \dots m; k = 1 \dots n (\text{ações})]$						
	25	24	20	16	12	8	4
BISA3	61,83%	61,39%	60,14%	59,90%	54,63%	54,74%	40,43%
BRFS3	69,20%	66,89%	68,23%	69,16%	69,23%	69,64%	71,21%
BRKM5	67,56%	67,04%	65,75%	69,75%	61,04%	53,90%	34,67%
CESP6	67,28%	66,55%	66,36%	67,80%	65,89%	63,17%	57,29%
CMIG4	66,71%	67,12%	65,81%	66,88%	66,75%	66,79%	60,40%
CPLE6	66,29%	65,68%	63,15%	65,07%	62,81%	58,11%	53,92%
CSNA3	59,65%	58,64%	57,64%	55,18%	50,90%	46,66%	40,38%
CYRE3	57,56%	57,37%	56,42%	55,65%	49,67%	50,74%	42,80%
DASA3	70,94%	70,32%	68,45%	68,86%	63,10%	63,85%	43,73%
DTEX3	63,92%	63,88%	58,97%	57,48%	52,17%	50,54%	40,99%
ELET3	62,36%	62,27%	56,68%	58,53%	57,63%	54,32%	46,74%
ELET6	63,33%	63,35%	58,81%	61,09%	60,64%	58,75%	51,25%
ELPL4	67,46%	67,19%	67,91%	69,10%	68,02%	67,15%	54,76%
EMBR3	65,62%	65,73%	66,33%	67,33%	64,53%	60,27%	62,26%
GGBR4	58,66%	57,74%	55,80%	54,18%	52,94%	50,03%	49,53%
ITSA4	64,69%	63,55%	62,89%	61,53%	57,44%	57,83%	51,51%
LAME4	67,83%	67,27%	65,77%	68,38%	64,37%	68,14%	59,36%
LIGT3	67,03%	66,86%	67,22%	69,71%	68,10%	64,07%	57,59%
LREN3	70,35%	70,18%	69,53%	67,21%	61,97%	66,63%	54,10%
MRFG3	55,34%	54,25%	48,89%	49,39%	44,65%	42,43%	21,53%
MRVE3	63,90%	63,85%	62,84%	62,43%	54,42%	53,07%	40,62%
OIBR3	56,47%	55,09%	57,45%	60,08%	60,04%	52,71%	42,83%
OIBR4	63,43%	60,56%	62,19%	63,32%	64,85%	58,97%	41,37%
PCAR4	67,35%	66,40%	63,69%	64,70%	64,93%	62,54%	59,27%
PETR3	58,75%	57,61%	57,16%	57,03%	56,45%	53,14%	48,99%
RENT3	69,11%	68,69%	68,21%	69,29%	61,59%	64,54%	61,53%
RSID3	60,78%	58,82%	59,18%	57,90%	51,55%	52,06%	37,08%
SUZB5	60,37%	59,62%	57,37%	54,15%	50,90%	47,21%	33,09%
TIMP3	69,36%	68,77%	67,50%	68,51%	69,46%	70,52%	64,92%
USIM3	63,77%	63,64%	62,36%	63,80%	60,81%	59,63%	59,48%
VAGR3	58,70%	58,61%	52,56%	57,35%	52,40%	50,23%	54,02%
VALE3	66,70%	65,93%	64,42%	64,31%	61,96%	56,86%	56,55%
VIVT4	68,82%	68,78%	70,70%	73,71%	73,64%	78,22%	80,72%

Também, para cada uma das oito secções do conjunto t , devem estar dispostas todas as colunas de resultados de eficiência correspondentes aos horizontes mensais testados de manutenção de carteira do conjunto $e = 1 \dots w$. Assim, o conjunto de oito matrizes b_{ek} representa os resultados de eficiência a partir das oito secções para o futuro.

A tabela 6.3 apresenta esses resultados de eficiência para a matriz b_{le} para secção 1. Nela pode ser observado, que na coluna referente à 12 meses, os resultados das eficiências apresentados são os mesmos da Tabela 6.1 utilizada no exemplo do item 6.1.1.

Tabela 6.3: Resultados de Eficiência x Horizontes posteriores à secção 1

Ações	Horizontes Testados $b_{lk} [e = 1 \dots w; k = 1 \dots n(\text{ações})]$					
	4	8	9	10	11	12
BISA3	70,13%	50,95%	50,43%	49,88%	57,10%	58,77%
BRFS3	69,07%	62,87%	62,24%	61,41%	64,02%	65,66%
BRKM5	68,87%	57,04%	62,71%	60,77%	61,71%	64,28%
CESP6	74,35%	72,50%	73,49%	72,83%	67,77%	59,43%
CMIG4	84,73%	83,44%	83,47%	82,54%	77,35%	68,35%
CPLE6	75,77%	70,34%	71,95%	69,67%	65,51%	63,25%
CSNA3	78,22%	61,20%	57,63%	56,24%	55,69%	59,02%
CYRE3	87,87%	73,63%	71,89%	70,96%	72,97%	73,24%
DASA3	66,77%	59,57%	58,13%	55,21%	58,29%	57,66%
DTEX3	72,92%	67,88%	70,33%	73,14%	72,72%	74,08%
ELET3	70,71%	60,68%	63,65%	63,38%	61,38%	60,28%
ELET6	75,84%	62,63%	64,58%	65,12%	63,07%	63,02%
ELPL4	84,01%	63,41%	65,13%	57,12%	56,87%	59,17%
EMBR3	65,16%	70,07%	68,22%	67,23%	68,38%	67,70%
GGBR4	78,80%	69,35%	72,47%	72,88%	71,16%	72,20%
ITSA4	77,82%	65,09%	64,01%	67,14%	66,08%	65,31%
LAME4	77,90%	67,94%	70,53%	72,36%	71,55%	72,90%
LIGT3	72,96%	64,59%	65,90%	65,89%	65,17%	64,43%
LREN3	74,82%	69,46%	68,09%	69,83%	71,38%	71,31%
MRFG3	81,87%	76,50%	75,78%	74,80%	78,73%	78,20%
MRVE3	88,10%	62,09%	64,42%	69,13%	69,91%	70,11%
OIBR3	59,84%	69,82%	66,89%	72,60%	67,29%	68,79%
OIBR4	64,33%	69,26%	67,49%	72,85%	67,21%	68,14%
PCAR4	81,25%	73,78%	74,12%	74,15%	73,70%	74,24%
PETR3	82,68%	63,11%	61,93%	63,56%	64,94%	66,95%
RENT3	73,52%	72,64%	69,91%	71,75%	72,80%	72,12%
RSID3	69,29%	50,06%	49,88%	49,77%	56,74%	53,42%
SUZB5	58,47%	49,02%	44,74%	46,97%	50,40%	53,57%
TIMP3	71,20%	68,30%	71,98%	63,85%	62,43%	61,87%
USIM3	48,52%	38,73%	37,23%	40,83%	45,32%	50,61%
VAGR3	36,99%	49,83%	51,90%	51,69%	52,66%	54,02%
VALE3	68,37%	61,29%	63,66%	61,59%	59,52%	61,62%
VIVT4	65,09%	65,04%	65,84%	64,50%	62,29%	62,59%

Na Tabela 6.3 é possível perceber que na prática são testados mais horizontes de tempo do que definido no escopo preliminar. O aumento do número de horizontes de tempo ocorreu porque, na primeira modelagem o ótimo encontrado de manutenção de carteira estava entre 8 e 12 meses.

Assim, entre estes intervalos, todas as possibilidades de horizontes mensais foram testadas. Isso a fim de se encontrar o ótimo global dentro dos limites de escopo. Na prática os horizontes de tempo mensais de manutenção de carteira formada com o modelo DEA testados foram: 4, 8, 9, 10, 11 e 12.

6.2 Aplicação da Fase de Minimização de Erros Quadrados

Este item apresenta os principais resultados da pesquisa que são: O horizonte de tempo mensal estimado para a aplicação de um determinado modelo DEA em seleção de carteiras de ações e o horizonte de tempo mensal de manutenção da carteira selecionada.

A finalidade é estimar os horizontes de tempo que quando empregados juntos sejam mais representativos entre si, e assim ofereçam maiores tendências de maximização dos índices de retorno da carteira que utilizá-los.

Isso porque, como a carteira é formada sob a restrição de uma linha de corte conforme resultados de eficiência do modelo DEA adotado, e também este modelo tem como único *output* o índice de retorno das ações, então a maior representabilidade entre os horizontes de tempo aumentará a eficiência da própria linha de corte, que por sua vez é principalmente relacionada aos índice de retorno das ações.

A estimação dos horizontes de tempo ocorre pela busca da melhor representabilidade entre os resultados de eficiência do passado das secções de coleta, representados pela matriz a_{lk} , para com os resultados de eficiência do futuro das secções de coleta, representados pela matriz b_{ek} . Os resultados estão expostos no item 6.2.1.

6.2.1 Resultados da Fase de Minimização de Erros Quadrados

Neste momento no software *Excel*® deve estar montadas, lado a lado, as matrizes de resultados de eficiência a_{lk} e b_{le} . Isso para cada uma das oito secções de coleta.

Dessa forma será possível a aplicação desta etapa do modelo matemático proposto para a obtenção dos horizontes buscados. Isso conforme a função objetivo dada pela Eq. (4.13) e restrições do sistema dadas pelas Eq. (4.9) e (4.10). Isso para calcular os escalares das Eq. (4.11) e (4.12), que são respectivas aos horizontes de tempo mensais buscados.

Após a aplicação das equações do modelo proposto referentes a etapa de minimização de erros quadrados utilizando o solver do *Excel*® sobre as matrizes de eficiência a_{lk} e b_{le} , tem-se a resposta simultaneamente dos escalares P' e P'' .

Como já descrito, o valor do escalar P' é obtido a partir da multiplicação da matriz p'_l , de opções de horizontes de tempo de coleta de dados para formação de carteiras, pelos os valores resultantes do solver para as variáveis de decisão da matriz linha binária C_l .

A Tabela 6.4 traz a matriz de opções de horizontes de tempo mensais de coleta de dados para formação de carteira p'_l , a matriz binária de variáveis de decisão C_l , o resultado do escalar P' , e também o resultado da função objetivo do modelo na fase de minimização de erros quadrados.

Na Tabela 6.4 pode ser observado que o valor do escalar P' , que representa a extensão do horizonte ótimo estimado de coleta de dados para a formação de carteira utilizando o modelo DEA CCR Orientado a *Input*, é de 26 meses.

Tabela 6.4: Resultado estimado do horizonte mensal de coleta de dados

Matriz Linha de Horizontes de Tempo Mensais do Passado Testados														=	$p'_l = 1...m$														
32	30	31	29	28	27	26	25	24	20	16	12	8	4																
Matriz Linha Binária de Variáveis de Decisão														=	$C_l = 1... m$														
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0																
Resultado do Escalar de Coleta de Dados														=	$P' = \sum_{l=1}^m p'_l c_l$														
														=	26														
Função Objetivo														=	$\text{Min} \sum_{t=1}^f \left(\sum_{l=1}^m \sum_{e=1}^w \sum_{k=1}^n \left[(c_l d_e) (a_{lk} - b_{ek}) \right]^2 \right)$														2,1499

Também com a aplicação do modelo proposto pelo software o *Excel*® é obtida a resposta do escalar P'' . Seu valor é estimado pela multiplicação da matriz de opções de horizontes de manutenção de carteiras testados p''_e , pelos valores resultantes do solver para as variáveis de decisão da matriz linha binária d_e .

A Tabela 6.5 traz a matriz de opções de horizontes de tempo mensais de manutenção de carteira p''_e , a matriz binária de variáveis de decisão d_e , o resultado do escalar P'' , e

também novamente o resultado da função objetivo do modelo na fase de minimização de erros quadrados.

A Tabela mostra que o valor do escalar P'' , que representa a extensão do horizonte ótimo estimado de manutenção de carteira formada utilizando o modelo DEA CCR Orientado a *Input*, é de 12 meses.

Tabela 6.5: Resultado estimado do horizonte mensal de manutenção de carteira

Matriz Linha de Horizontes de Tempo Mensais Futuros Testados						=	$p_e'' = 1 \dots w$
4	8	9	10	11	12		
Matriz Linha Binária de Variáveis de Decisão						=	$d_e'' = 1 \dots w$
0	0	0	0	0	1		
Resultados do Escalar de Manutenção de Carteria						=	$P'' = \sum_{e=1}^w p_e'' d_e''$
12							
$\text{Min} \sum_{t=1}^f \left(\sum_{l=1}^m \sum_{e=1}^w \sum_{k=1}^n \left[(c_l d_e'') (a_{lk} - b_{ek}) \right]^2 \right)$						=	2,1499

É possível observar que os resultados da função objetivo da Tabela 6.4 e da Tabela 6.5 são iguais. Isso ocorre, porque se tratam do mesmo valor, ou seja, o modelo matemático proposto estima os horizontes mensais de tempo em uma mesma aplicação.

6.3 Formação da Carteira com os Horizontes Encontrados

Na sequência para que as comparações planejadas entre índices de retorno possam ser executadas, antes deve ser concebida a carteira que simula a aplicação das extensões de horizontes de tempo mensais estimados pelo modelo matemático proposto.

No item 6.2 foram apresentados os horizontes estimados pelo proposto dentro das delimitações do escopo da pesquisa. Assim, espera-se que haja uma tendência de resultados de índices de retorno maiores com a utilização destes horizontes na gestão de investimentos em carteiras ações.

A verificação do efeito da utilização dos horizontes estimados em uma carteira, a princípio necessita da simulação dos resultados obtidos em um período posterior ao da aplicação do modelo.

É importante que fique claro, que o período de estimação dos horizontes de tempo mensais e o período de simulação dos índices de retorno das carteiras são independentes. Isso para destacar que a simulação é executada como se um investidor fictício, que estaria situado no tempo imediatamente após a obtenção dos horizontes de tempo, não soubesse o que ocorreria no futuro do mercado de ações em questão.

Como o período de aplicação do modelo para a estimação dos horizontes de tempo é de janeiro de 2009 a abril de 2013, então o período de simulação da carteira com horizontes estimados, e também de todas as outras carteiras formadas para comparação, começa no início de maio de 2013 e termina no final de junho de 2014.

Retomando a metodologia de utilização de exemplos de cálculos executados, a seguir está o passo a passo da formação da carteira com a extensão de horizontes de tempo estimados pelo modelo matemático proposto.

O passo inicial para a formação desta carteira é ter disponíveis os números índices de retorno das ações utilizadas pela pesquisa dentro do período da simulação.

Os índices de retorno foram colhidos em valores mensais para todas as ações iniciando em janeiro de 2009. Posteriormente, também para todas as ações, foi atribuído um número índice igual a 1 em dezembro de 2008, ou seja, um mês antes do período de aplicação do modelo proposto.

Em seguida, no início do tratamento do *output* retorno o número índice de todas as ações é reajustado para todos os meses a partir de janeiro de 2009, de acordo com o respectivo valor de retorno mensal ocorrido. Toda metodologia de ajuste do *output* retorno é mais bem descrita no item 5.4.6.

Os números índices de retorno são apresentados na Tabela 6.6a e na Tabela 6.6b. Pode ser observado, que as Tabelas contemplam os números índices dentro período de simulação e também de um mês anterior. É necessário disponibilizar o número índice de um mês anterior para calcular a variação percentual do primeiro mês da simulação.

Tabela 6.6a: Números índices de retorno utilizados nas concepções de carteiras

Ações	Abr/ 2013	Mai/ 2013	Jun/ 2013	Jul/ 2013	Ago/ 2013	Set/ 2013	Out/ 2013
BISA3	1,09	0,84	0,75	0,83	0,85	0,80	0,70
BRFS3	3,50	3,53	3,42	3,46	3,93	3,85	3,75
BRKM5	3,40	3,26	3,22	3,43	3,43	3,47	3,88
CESP6	1,61	1,61	1,51	1,54	1,65	1,84	1,82
CMIG4	2,15	2,18	2,00	2,10	1,87	1,93	2,00
CPLE6	1,74	1,61	1,36	1,37	1,40	1,54	1,53
CSNA3	0,71	0,60	0,54	0,59	0,78	0,88	1,13
CYRE3	2,13	2,05	1,85	1,96	1,90	2,02	2,02
DASA3	2,01	2,03	2,12	2,19	2,03	2,14	2,10
DTEX3	5,75	5,63	4,87	5,02	4,65	5,07	5,37
ELET3	0,36	0,40	0,33	0,33	0,35	0,44	0,50
ELET6	0,57	0,65	0,56	0,54	0,59	0,68	0,77
ELPL4	0,71	0,65	0,54	0,53	0,63	0,74	0,86
EMBR3	2,19	2,45	2,57	2,43	2,46	2,24	2,06
GGBR4	1,11	0,93	0,90	1,04	1,23	1,19	1,26
ITSA4	1,83	1,92	1,69	1,71	1,72	1,86	1,99
LAME4	3,80	3,72	3,37	3,43	3,26	3,52	3,58
LIGT3	1,51	1,30	1,16	1,32	1,34	1,41	1,47
LREN3	5,58	5,45	4,68	4,42	4,20	4,66	4,95
MRFG3	0,94	1,05	1,04	1,00	0,85	0,84	0,63
MRVE3	2,90	2,33	2,26	2,27	2,91	3,19	3,38
OIBR3	0,18	0,13	0,13	0,13	0,11	0,14	0,13
OIBR4	0,64	0,52	0,51	0,54	0,46	0,60	0,52
PCAR4	3,76	3,52	3,38	3,44	3,32	3,43	3,78
PETR3	0,79	0,78	0,61	0,64	0,66	0,70	0,81
RENT3	5,29	5,15	4,94	5,10	4,88	5,17	5,73
RSID3	1,00	1,03	0,87	0,79	0,82	0,94	0,82
SUZB5	0,85	0,91	0,97	0,92	1,11	1,03	1,07
TIMP3	1,80	1,80	1,79	1,87	2,07	2,27	2,52
USIM3	0,84	0,74	0,63	0,72	0,84	0,87	0,94
VAGR3	0,92	1,00	1,01	0,97	1,03	1,05	1,02
VALE3	1,49	1,33	1,27	1,35	1,50	1,50	1,60
VIVT4	1,78	1,77	1,69	1,62	1,56	1,66	1,67

Tabela 6.6b: Números índices de retorno utilizados nas concepções de carteiras

Ações	Nov/ 2013	Dez/ 2013	Jan/ 2014	Fev/ 2014	Mar/ 2014	Abr/ 2014	Mai/ 2014	Jun/ 2014
BISA3	0,56	0,57	0,66	0,73	0,73	0,71	0,74	0,72
BRFS3	3,64	3,51	3,11	3,09	3,26	3,63	3,47	3,84
BRKM5	4,06	4,10	3,63	3,15	3,47	3,09	2,97	2,86
CESP6	1,83	1,74	1,79	1,75	2,07	2,26	2,30	2,38
CMIG4	1,97	1,90	1,89	1,82	2,07	2,30	2,23	2,50
CPLE6	1,60	1,56	1,42	1,29	1,52	1,68	1,69	1,78
CSNA3	1,14	1,37	1,07	0,98	0,97	0,84	0,85	0,93
CYRE3	1,90	1,74	1,72	1,57	1,65	1,68	1,65	1,72
DASA3	2,23	2,66	2,72	2,76	2,77	2,44	2,71	2,59
DTEX3	5,26	5,11	4,60	4,26	4,53	4,16	3,97	3,89
ELET3	0,42	0,42	0,37	0,36	0,47	0,55	0,49	0,48
ELET6	0,67	0,64	0,61	0,59	0,70	0,81	0,72	0,78
ELPL4	0,81	0,80	0,75	0,69	0,74	0,82	0,81	0,97
EMBR3	2,28	2,39	2,32	2,65	2,56	2,45	2,59	2,57
GGBR4	1,30	1,32	1,23	1,04	1,05	0,97	0,97	0,94
ITSA4	1,92	1,86	1,76	1,81	1,98	2,10	2,01	2,05
LAME4	3,44	3,40	3,18	3,13	3,64	3,67	3,61	3,83
LIGT3	1,60	1,69	1,46	1,26	1,43	1,50	1,67	1,81
LREN3	4,59	4,48	4,07	4,24	4,73	4,90	5,05	5,30
MRF3	0,60	0,55	0,57	0,57	0,61	0,57	0,73	0,82
MRVE3	3,24	2,95	2,89	2,84	2,83	2,47	2,51	2,73
OIBR3	0,12	0,11	0,15	0,13	0,10	0,07	0,07	0,07
OIBR4	0,50	0,50	0,58	0,50	0,43	0,30	0,27	0,27
PCAR4	3,70	3,57	3,18	3,37	3,40	3,61	3,49	3,53
PETR3	0,76	0,66	0,57	0,54	0,62	0,67	0,67	0,70
RENT3	5,49	5,41	4,97	5,07	5,41	5,43	5,83	5,98
RSID3	0,64	0,61	0,58	0,51	0,54	0,48	0,48	0,51
SUZB5	1,00	1,09	1,12	1,05	0,99	0,86	0,97	1,00
TIMP3	2,55	2,72	2,79	2,53	2,62	2,67	2,76	2,94
USIM3	0,94	1,02	0,93	0,77	0,76	0,66	0,59	0,57
VAGR3	0,92	0,93	0,87	0,83	0,81	0,86	0,77	0,77
VALE3	1,61	1,60	1,48	1,48	1,41	1,35	1,31	1,35
VIVT4	1,56	1,56	1,62	1,51	1,73	1,69	1,62	1,62

O início do processo de concepção dos resultados da carteira com os horizontes de tempo estimados pelo modelo proposto tem como mês base de cálculos abril de 2013. O motivo é que este é o mês onde se encontra o investidor fictício, e a partir dele é feito o tratamento dos dados para a aplicação do modelo DEA CCR orientado a *Inputs*. Isso para posteriormente classificar as ações utilizadas na pesquisa de acordo com seus respectivos resultados de eficiência.

Assim, a coleta de dados brutos e o ajuste dos *inputs* e *output* utilizam a extensão de 26 meses anteriores ao fechamento de abril de 2013, que corresponde retornar a fevereiro de 2011 para colher seus números índices.

Dessa forma, a Tabela 6.7 traz os dados brutos dos *inputs* e *output* de abril de 2013 e de fevereiro de 2011, que são utilizados nos cálculos para a seleção das ações que serão mantidas nos 12 primeiros meses.

Como o período de simulação é de 14 meses e o horizonte ótimo de manutenção estimado é de 12 meses, então em abril de 2014 deve-se repetir o procedimento de seleção. Isso para um posterior período de manutenção por mais 2 meses para completar os 14 meses do período de simulação.

Na Tabela 6.7 os dados dos *inputs* estão brutos, ou seja, exatamente como foram colhidos. Já os dados de retorno, que é o único *output*, foram transformados em números índices.

Pode ser observado que na Tabela 6.7 não estão as ações fictícias utilizadas no período de aplicação do modelo matemático proposto para limitar a escala de eficiência.

As ações fictícias constam na Tabela posterior, a 6.8, entretanto, o uso delas no período de simulação é facultativo. Isso porque, neste momento apenas importa a classificação pela eficiência das ações.

A Tabela 6.7 traz o exemplo de dados brutos de *inputs* e *output*. Na Tabela 6.8, que é apresentada na sequência, são mostrados estes dados ajustados. Isso para que em seguida ocorra a aplicação do modelo DEA CCR Orientado a *Inputs*.

Toda a metodologia de ajustes de dados, tanto de *inputs* quanto de *outputs*, foi descrita nos itens 5.4.5 e 5.4.6.

Tabela 6.7: Variáveis brutas para ajustes antes da aplicação de DEA

Ações	Valor de Mercado		Preço / Vendas		Preço / Valor Patrimonial		Retorno	
	fev/11	abr/13	fev/11	abr/13	fev/11	abr/13	fev/11	abr/13
BISA3	3,36E+09	1,25E+09	1,022	0,317	1,244	0,445	3,364	1,094
BRFS3	2,52E+10	4,31E+10	1,109	1,465	1,848	2,875	1,975	3,498
BRKM5	1,45E+10	1,20E+10	0,578	0,379	1,562	1,580	3,654	3,398
CESP6	8,50E+09	6,48E+09	3,077	1,899	0,854	0,679	1,857	1,605
CMIG4	1,70E+10	2,17E+10	1,466	1,213	1,643	1,758	1,391	2,152
CPLE6	1,09E+10	8,68E+09	1,658	1,095	1,037	0,780	1,877	1,745
CSNA3	3,89E+10	1,15E+10	2,689	0,692	5,091	1,479	2,044	0,712
CYRE3	7,00E+09	7,49E+09	1,430	1,325	1,618	1,428	1,866	2,131
DASA3	6,26E+09	3,41E+09	3,070	1,490	7,491	1,297	3,626	2,009
DTEX3	7,65E+09	9,14E+09	2,789	2,589	2,215	2,200	4,570	5,752
ELET3	3,36E+10	8,68E+09	0,893	0,200	0,379	0,110	1,361	0,357
ELET6	3,36E+10	8,68E+09	1,149	0,385	0,487	0,212	1,417	0,567
ELPL4	5,56E+09	1,83E+09	0,554	0,142	1,437	0,812	1,944	0,713
EMBR3	1,01E+10	1,27E+10	1,081	1,032	2,009	1,937	1,684	2,187
GGBR4	3,06E+10	2,54E+10	0,994	0,701	1,700	0,984	1,502	1,111
ITSA4	5,27E+10	5,69E+10	10,112	8,402	2,019	1,611	1,846	1,834
LAME4	9,35E+09	1,61E+10	1,038	1,383	21,623	19,233	2,163	3,801
LIGT3	5,57E+09	4,12E+09	0,855	0,532	1,672	1,327	1,646	1,506
LREN3	6,24E+09	9,47E+09	2,260	2,362	6,110	7,189	3,400	5,575
MRFG3	5,03E+09	3,54E+09	0,317	0,106	1,301	0,837	2,002	0,941
MRVE3	6,37E+09	4,11E+09	2,107	1,006	2,217	1,058	4,224	2,895
OIBR3	8,17E+09	8,60E+09	0,940	0,344	0,851	0,895	0,307	0,176
OIBR4	8,17E+09	8,60E+09	0,721	0,289	0,653	0,752	0,968	0,643
PCAR4	1,59E+10	2,92E+10	0,494	0,558	2,242	3,335	2,041	3,758
PETR3	4,03E+11	2,55E+11	1,518	0,869	1,386	0,746	1,257	0,793
RENT3	4,64E+09	7,06E+09	1,858	2,211	5,164	5,017	3,397	5,288
RSID3	3,43E+09	1,42E+09	1,459	0,445	1,730	0,608	3,534	1,004
SUZB5	5,65E+09	7,91E+09	1,209	1,200	0,654	0,718	1,587	0,847
TIMP3	1,68E+10	2,04E+10	1,310	1,073	1,839	1,442	1,558	1,795
USIM3	2,27E+10	9,88E+09	2,043	0,771	1,519	0,606	2,192	0,838
VAGR3	9,00E+08	1,32E+09	1,541	1,395	1,311	0,908	1,907	0,925
VALE3	2,80E+11	1,73E+11	3,547	1,839	2,620	1,150	2,134	1,493
VIVT4	2,06E+10	5,72E+10	1,310	1,746	1,769	1,361	1,081	1,783

Tabela 6.8: Variáveis ajustadas para aplicação de DEA na seleção de carteira

Ações	Valor de Mercado	Preço / Vendas	Preço / Valor Patrimonial	Retorno
BISA3	0,963	0,956	0,961	1231,058
BRFS3	1,021	1,011	1,017	1725,219
BRKM5	0,993	0,984	1,000	1523,769
CESP6	0,990	0,982	0,991	1501,959
CMIG4	1,009	0,993	1,003	1681,547
CPLE6	0,991	0,984	0,989	1523,650
CSNA3	0,954	0,949	0,954	1248,928
CYRE3	1,003	0,997	0,995	1586,188
DASA3	0,977	0,973	0,935	1374,121
DTEX3	1,007	0,997	1,000	1616,248
ELET3	0,949	0,944	0,954	1176,348
ELET6	0,949	0,959	0,969	1285,439
ELPL4	0,958	0,949	0,978	1262,235
EMBR3	1,009	0,998	0,999	1626,145
GGBR4	0,993	0,987	0,979	1456,202
ITSA4	1,003	0,993	0,991	1543,739
LAME4	1,021	1,011	0,996	1722,718
LIGT3	0,988	0,982	0,991	1518,936
LREN3	1,016	1,002	1,006	1700,297
MRFG3	0,987	0,959	0,983	1328,596
MRVE3	0,983	0,972	0,972	1434,244
OIBR3	1,002	0,962	1,002	1382,810
OIBR4	1,002	0,965	1,005	1425,182
PCAR4	1,024	1,005	1,015	1737,972
PETR3	0,983	0,979	0,976	1410,831
RENT3	1,016	1,007	0,999	1683,531
RSID3	0,967	0,955	0,961	1196,455
SUZB5	1,013	1,000	1,004	1363,621
TIMP3	1,008	0,992	0,991	1588,909
USIM3	0,969	0,963	0,965	1273,187
VAGR3	1,015	0,996	0,986	1337,243
VALE3	0,982	0,975	0,969	1440,195
VIVT4	1,040	1,011	0,990	1702,221
FICT01	1,000	1,000	1,000	386,398
FICT02	1,000	1,000	1,000	2456,457

Após aplicar o modelo DEA CCR sobre os dados da Tabela 6.8, então é possível a seleção das ações da carteira de horizontes estimados pelo modelo proposto pelos primeiros 12 meses. A Tabela 6.9 vai além, ela também apresenta estes resultados referentes ao segundo

período de manutenção de carteira. Isso para compor os 14 meses de simulação, que é 2 meses superior ao ótimo estimado de manutenção de carteira de 12 meses.

Tabela 6.9: Eficiência e classificação para seleção da carteira do modelo proposto

Ações	Resultados do modelo DEA referentes a 26 meses anteriores a 04/2013		Resultados do modelo DEA referentes a 26 meses anteriores a 04/2014	
	Eficiência	Classificação	Eficiência	Classificação
BISA3	52,42%	31	49,54%	32
BRFS3	69,48%	4	67,14%	2
BRKM5	63,05%	13	64,37%	11
CESP6	62,29%	16	62,95%	13
CMIG4	68,95%	6	64,55%	9
CPLE6	63,02%	14	61,89%	16
CSNA3	53,57%	30	58,53%	24
CYRE3	64,88%	11	61,98%	14
DASA3	59,84%	21	61,62%	17
DTEX3	65,98%	9	66,23%	4
ELET3	50,72%	33	56,35%	27
ELET6	55,12%	27	59,20%	23
ELPL4	54,15%	28	51,62%	31
EMBR3	66,32%	8	68,47%	1
GGBR4	60,54%	17	60,83%	18
ITSA4	63,39%	12	64,46%	10
LAME4	70,45%	1	66,21%	5
LIGT3	62,97%	15	61,94%	15
LREN3	69,10%	5	64,66%	8
MRFG3	56,41%	24	53,23%	29
MRVE3	60,07%	20	57,81%	25
OIBR3	58,51%	23	52,69%	30
OIBR4	60,09%	19	53,71%	28
PCAR4	70,42%	2	66,63%	3
PETR3	58,82%	22	59,43%	22
RENT3	68,61%	7	65,23%	7
RSID3	50,98%	32	46,07%	33
SUZB5	55,53%	25	59,99%	21
TIMP3	65,29%	10	65,53%	6
USIM3	53,81%	29	56,83%	26
VAGR3	55,21%	26	60,56%	20
VALE3	60,52%	18	60,82%	19
VIVT4	70,00%	3	64,29%	12

Neste momento é necessário discutir a linha de corte para a formação das carteiras que serão utilizadas para comparações.

O modelo DEA CCR orientado a *Inputs* apresenta bom desempenho na seleção de carteiras de ações. Isso quando utilizado uma linha de corte onde apenas as ações dentro do quarto quartil de melhores resultados de eficiência sejam selecionadas, ou seja, apenas 25 % das melhores ações classificadas segundo resultados de eficiência devem compor a carteira (PATARI; LEIVO e HONKAPURO, 2012).

Como visto na Tabela 6.9, com os resultados foram classificadas as ações pesquisadas de acordo com a eficiência encontrada. A classificação é para que apenas as 16 melhores ações pelo resultado de eficiência entrem na carteira de horizontes estimados pelo modelo proposto.

A linha de corte é 16 ações, porque entre as carteiras do índice Ibovespa no período de aplicação do modelo o mínimo observado foram 66 ações componentes. Assim, 16 ações representam aproximadamente 25% do mínimo observado para determinar a linha de corte segundo teoria de Patari, Leivo e Honkapuro (2012).

Neste momento também é necessário definir a ponderação a ser atribuída a participação das ações, tanto para a carteira que utiliza ambos os horizontes estimados pelo modelo proposto, quanto para todas as outras carteiras que serão formadas.

Para facilitar comparações, a participação de cada ação receberá a ponderação de forma normalizada, de acordo com as mesmas ponderações que cada ação teve no índice Ibovespa do primeiro quadrimestre de 2013, que é onde se encontra o investidor fictício.

A Tabela 6.10 traz as ponderações atribuídas às ações para a formação da carteira com os horizontes estimados pelo modelo proposto. Isso para os dois momentos de alocação, o primeiro a partir de maio de 2013 e o segundo a partir de maio de 2014.

Tabela 6.10: Participações das ações nos inícios das ponderações da carteira do modelo

Ações	Referente a 04 de 2013			Referente a 04 de 2014		
	Part. no Ibovespa	Part. Ibov. das 16 Melhores Ações	Part. Norm. 16 Melhores Ações	Part. no Ibovespa	Part. Ibov. das 16 Melhores Ações	Part. Norm. 16 Melhores Ações
BISA3	0.76%	0.00%	0.00%	0.76%	0.00%	0.00%
BRFS3	1.41%	1.41%	9.21%	1.41%	1.41%	9.62%
BRKM5	0.68%	0.68%	4.45%	0.68%	0.68%	4.64%
CESP6	0.53%	0.53%	3.47%	0.53%	0.53%	3.62%
CMIG4	1.44%	1.44%	9.39%	1.44%	1.44%	9.81%
CPLE6	0.48%	0.48%	3.13%	0.48%	0.48%	3.27%
CSNA3	1.56%	0.00%	0.00%	1.56%	0.00%	0.00%
CYRE3	1.42%	1.42%	9.30%	1.42%	1.42%	9.71%
DASA3	0.71%	0.00%	0.00%	0.71%	0.00%	0.00%
DTEX3	0.51%	0.51%	3.33%	0.51%	0.51%	3.47%
ELET3	0.59%	0.00%	0.00%	0.59%	0.00%	0.00%
ELET6	0.58%	0.00%	0.00%	0.58%	0.00%	0.00%
ELPL4	0.68%	0.00%	0.00%	0.68%	0.00%	0.00%
EMBR3	0.67%	0.67%	4.37%	0.67%	0.67%	4.56%
GGBR4	2.52%	0.00%	0.00%	2.52%	0.00%	0.00%
ITSA4	2.45%	2.45%	16.07%	2.45%	2.45%	16.77%
LAME4	0.86%	0.86%	5.65%	0.86%	0.86%	5.90%
LIGT3	0.43%	0.43%	2.78%	0.43%	0.43%	2.91%
LREN3	0.95%	0.95%	6.23%	0.95%	0.95%	6.51%
MRFG3	0.68%	0.00%	0.00%	0.68%	0.00%	0.00%
MRVE3	1.73%	0.00%	0.00%	1.73%	0.00%	0.00%
OIBR3	0.28%	0.00%	0.00%	0.28%	0.00%	0.00%
OIBR4	1.33%	0.00%	0.00%	1.33%	0.00%	0.00%
PCAR4	0.63%	0.63%	4.10%	0.63%	0.63%	4.28%
PETR3	2.57%	0.00%	0.00%	2.57%	0.00%	0.00%
RENT3	0.69%	0.69%	4.53%	0.69%	0.69%	4.73%
RSID3	1.17%	0.00%	0.00%	1.17%	0.00%	0.00%
SUZB5	0.82%	0.00%	0.00%	0.82%	0.00%	0.00%
TIMP3	1.21%	1.21%	7.93%	1.21%	1.21%	8.28%
USIM3	0.29%	0.00%	0.00%	0.29%	0.00%	0.00%
VAGR3	0.26%	0.00%	0.00%	0.26%	0.00%	0.00%
VALE3	2.87%	0.00%	0.00%	2.87%	0.00%	0.00%
VIVT4	0.93%	0.93%	6.06%	0.93%	0.93%	6.33%
Total	34.67%	15.28%	100.00%	34.67%	15.28%	104.41%

Na Tabela 6.10 é possível perceber que há uma diferença nas ponderações iniciais dos dois momentos de alocação de capital. Isso ocorre, pois o segundo momento de alocação considera a variação ocorrida no primeiro.

A diferença chama a atenção, porque as ações que compõe a carteira nos dois momentos de alocação são as mesmas. O fato das ações elencadas nos dois momentos serem as mesmas é simples coincidência.

Então os valores das participações atualizadas pelos retornos das ações são definidos a partir dos dados das Tabelas 6.6 e 6.10. Já a soma produto destas mesmas tabelas são os valores de retornos mensais da carteira com os horizontes estimados, ou seja, a multiplicação dos números índices de retornos de cada ação no período de simulação, que é obtido na Tabela 6.6, multiplicados pelas respectivas participações normalizadas das 16 ações selecionadas por valores de eficiência, que é obtido na Tabela 6.10.

Por exemplo, para a primeira ação em ordem alfabética que compõe a carteira das 16 melhores classificadas, a BRFS3, seu número índice de retorno em abril de 2013 foi de 3,50 e em maio de 2014 foi de 3,53. Assim houve uma variação percentual de retorno para a ação de aproximadamente 0,857%. Esse percentual aplicado à participação que a ação iniciou a simulação atualiza sua participação de 9,21% no primeiro dia de maio de 2013, para 9,29% no último dia de maio de 2013.

Executando este mesmo procedimento de cálculo para as outras 15 ações da carteira e fazendo o somatório da participação atualizada de todas elas, ter-se-á o valor percentual que corrige um eventual investimento na carteira de 16 ações da carteira.

Nos meses seguintes até abril de 2014, a metodologia de atualização dos valores é a mesma. A única diferença é que, a partir do segundo mês deste período, ao invés de utilizar a participação normalizada da Tabela 6.10, deve-se utilizar a participação atualizada da ação do mês anterior.

Continuando com o exemplo da ação BRFS3, este valor a ser atualizado no segundo mês é o de 9.29%, que fechou o primeiro mês do período de simulação.

A Tabela 6.11a e a Tabela 6.11b apresentam a variação mensal ocorrida na carteira das 16 melhores ações segundo a eficiência do modelo DEA utilizado.

Tabela 6.11a: Variação da participação devido ao retorno das ações utilizadas

Ações	mai/ 2013	jun/ 2013	jul/ 2013	ago/ 2013	set/ 2013	out/ 2013	nov/ 2013
BISA3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRFS3	9,29%	9,02%	9,12%	10,36%	10,13%	9,87%	9,59%
BRKM5	4,27%	4,21%	4,49%	4,48%	4,53%	5,08%	5,31%
CESP6	3,48%	3,26%	3,33%	3,57%	3,98%	3,94%	3,95%
CMIG4	9,50%	8,74%	9,15%	8,16%	8,44%	8,75%	8,61%
CPLE6	2,89%	2,43%	2,46%	2,51%	2,77%	2,75%	2,87%
CSNA3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CYRE3	8,95%	8,07%	8,57%	8,27%	8,82%	8,82%	8,32%
DASA3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DTEX3	3,25%	2,82%	2,90%	2,69%	2,93%	3,11%	3,04%
ELET3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ELET6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ELPL4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EMBR3	4,88%	5,14%	4,86%	4,90%	4,47%	4,10%	4,55%
GGBR4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ITSA4	16,81%	14,82%	14,96%	15,07%	16,25%	17,43%	16,79%
LAME4	5,53%	5,01%	5,10%	4,85%	5,23%	5,33%	5,11%
LIGT3	2,39%	2,14%	2,44%	2,48%	2,61%	2,72%	2,96%
LREN3	6,09%	5,24%	4,95%	4,70%	5,21%	5,54%	5,13%
MRFG3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
MRVE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OIBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OIBR4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PCAR4	3,84%	3,69%	3,75%	3,62%	3,74%	4,12%	4,03%
PETR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
RENT3	4,41%	4,23%	4,37%	4,18%	4,43%	4,91%	4,70%
RSID3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
SUZB5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TIMP3	7,96%	7,90%	8,28%	9,16%	10,03%	11,15%	11,26%
USIM3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VAGR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VALE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VIVT4	6,02%	5,75%	5,51%	5,31%	5,64%	5,68%	5,30%
Total	99,56%	92,46%	94,24%	94,32%	99,22%	103,28%	101,53%

Tabela 6.11b: Variação da participação devido ao retorno das ações utilizadas

Ações	dez/ 2013	jan/ 2014	fev/ 2014	mar/ 2014	abr/ 2014	mai/ 2014	jun/ 2014
BISA3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRFS3	9,24%	8,18%	8,12%	8,57%	9,56%	9,18%	10,17%
BRKM5	5,36%	4,75%	4,13%	4,54%	4,04%	4,46%	4,30%
CESP6	3,77%	3,88%	3,78%	4,48%	4,89%	3,68%	3,81%
CMIG4	8,28%	8,23%	7,94%	9,01%	10,04%	9,49%	10,65%
CPLE6	2,79%	2,55%	2,31%	2,73%	3,01%	3,30%	3,46%
CSNA3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CYRE3	7,58%	7,52%	6,87%	7,19%	7,35%	9,50%	9,93%
DASA3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DTEX3	2,95%	2,66%	2,46%	2,62%	2,40%	3,32%	3,25%
ELET3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ELET6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ELPL4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EMBR3	4,77%	4,64%	5,28%	5,12%	4,89%	4,82%	4,79%
GGBR4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ITSA4	16,25%	15,38%	15,89%	17,35%	18,38%	16,08%	16,39%
LAME4	5,05%	4,73%	4,65%	5,41%	5,46%	5,80%	6,16%
LIGT3	3,12%	2,69%	2,33%	2,65%	2,77%	3,23%	3,52%
LREN3	5,01%	4,56%	4,74%	5,29%	5,47%	6,72%	7,04%
MRFG3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
MRVE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OIBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OIBR4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PCAR4	3,89%	3,47%	3,67%	3,70%	3,94%	4,13%	4,18%
PETR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
RENT3	4,63%	4,26%	4,35%	4,63%	4,66%	5,07%	5,21%
RSID3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
SUZB5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TIMP3	12,04%	12,34%	11,19%	11,57%	11,81%	8,56%	9,10%
USIM3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VAGR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VALE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VIVT4	5,29%	5,50%	5,15%	5,88%	5,75%	6,05%	6,08%
Total	100,04%	95,31%	92,87%	100,74%	104,41%	103,40%	108,02%

Ainda sobre as Tabelas 6.11, como no primeiro dia de maio de 2014 deve ser redistribuída a participação para iniciar o segundo momento da carteira, então se considera a participação normalizada dada pela Tabela 6.10 para o primeiro mês deste segundo momento.

Entretanto, esta participação normalizada deve considerar a oscilação ocorrida no primeiro momento. Depois, como executado na atualização do primeiro momento, deve utilizar o valor do mês anterior para a sequência da atualização.

Retomando o exemplo, a ação BFRS3 teve uma participação inicial de 9,21% no primeiro momento de ponderação. Como por coincidência as ações que formam a carteira nos dois períodos são as mesmas, então sua participação no segundo momento deve ser o valor da primeira participação corrigido pelos 4,412% positivos que ocorreram no primeiro ano de vigência da carteira. Assim, o novo valor da participação, que deve sofrer o ajuste da variação percentual do índice retorno no final de maio de 2014 é 9,62%. Justamente o valor disposto na Tabela 6.10 para o segundo momento de manutenção de carteira.

A partir dos dados da Tabela 6.11 então é possível calcular diversos parâmetros estatísticos relacionados a retornos da carteira que utiliza ambos os horizontes estimados pelo modelo proposto.

A Tabela 6.12 traz os resultados de retorno mensal, retorno acumulado, desvio padrão mensal, retorno médio mensal, retorno anual estimado a partir do retorno médio mensal e desvio padrão anual estimado a partir do desvio padrão mensal.

O retorno mensal é a oscilação percentual obtida nas Tabelas 6.11. O retorno acumulado é em relação ao retorno mensal ocorrido. O desvio padrão mensal é calculado sobre as 14 amostras de retorno mensal. O retorno anual estimado é o retorno mensal médio somado a 1, em seguida elevado a 12ª potência, e por último subtraído 1.

O desvio padrão anual estimado é o desvio padrão das 14 amostras mensais, multiplicado pela raiz quadrada de 12, que representam a quantidade de meses que contém um ano, ou a soma total da quantidade de variâncias mensais do período ao qual deseja-se estimar elevado a 0,5 (DILELLIO; HESSE e STANLEY, 2014).

Retomando o exemplo, como todos os parâmetros estatísticos partem do retorno mensal, seu cálculo para junho de 2013 é o seguinte: O índice atualizador de capital investido para maio de 2013 observado na Tabela 6.11 é de 99,56% e para junho de 2013 é de 92,56%. Assim, o retorno mensal de junho de 2013 é de: $(92,46\% / 99,56\%) - 1 = - 7,13\%$. Justamente o valor apresentado na Tabela 6.12.

A Tabela 6.12 também traz o *p-value* do teste de normalidade de *Anderson Darling*. Este sob a hipótese de que seu valor deve ser maior que 0,05 para que parâmetros estatísticos possam ser aplicados. Seu cálculo foi executado sobre as 14 amostras de retorno mensal com o software *Minitab*® 14.

Tabela 6.12: Resultados gerais da carteira com horizontes encontrados pelo modelo

Mês	Retorno Mensal	Outros Parâmetros	Valores
mai/13	-0,44%	Retorno Médio Mensal	0,64%
jun/13	-7,13%		
jul/13	1,93%	Desvio Padrão Mensal	4,23%
ago/13	0,08%		
set/13	5,20%	Retorno Acumulado	8,02%
out/13	4,09%		
nov/13	-1,69%	Retorno Anual Estimado	7,90%
dez/13	-1,48%		
jan/14	-4,73%	Desvio Padrão Anual Estimado	14,66%
fev/14	-2,56%		
mar/14	8,47%	<i>P-Value</i> de Normalidade	0,869
abr/14	3,65%		
mai/14	-0,97%		
jun/14	4,47%		

6.4 Testes de Hipóteses

Todas as tabelas deste item trazem os resultados de retorno mensal, retorno acumulado, desvio padrão mensal, retorno médio mensal, retorno anual estimado a partir do retorno médio mensal e desvio padrão anual estimado a partir do desvio padrão mensal. As tabelas também trazem o índice beta em relação ao Ibovespa e o *p-value* do teste de normalidade de *Anderson Darling*. Este último para autenticação da aplicação de parâmetros e análises estatísticas.

Mais importante, as tabelas deste item também trazem os resultados de *p-value* de testes de hipótese. Estes testes verificam se o retorno anual estimado da carteira que utiliza os horizontes estimados pelo modelo proposto tem diferenças iguais ou superiores à zero, em relação às diversas carteiras formadas para comparação. A análise ainda é complementada com o parâmetro da diferença esperada entre os índices de retornos anuais estimados da carteira com os horizontes estimados, para com as demais carteiras.

O teste realizado para duas amostras de tamanho igual a 14 é:

$$\begin{cases} H_0 : \mu (\text{Carteira de Hz Encontrados}) - \mu (\text{Demais Carteiras}) = 0 \\ H_1 : \mu (\text{Carteira de Hz Encontrados}) - \mu (\text{Demais Carteiras}) > 0 \end{cases}$$

Nos testes de hipóteses, as médias e os desvios padrões utilizados são os valores anuais estimados a partir dos valores mensais ocorridos. A base de cálculo é anual por ser comum a análises nesta extensão. Ou seja, os índices de juros do governo, do mercado e de pesquisas são geralmente em bases anuais.

O mercado de ações permite que investidores obtenham retorno satisfatório em alguns momentos, entretanto, geralmente este mercado é hostil e propício a perdas (LIM; OH e ZHU, 2014; TICKNOR, 2013; EDIRISINGHE e ZHANG, 2010).

Devido à alta imprevisibilidade do mercado de ações, o nível de confiança adotado é de 90%. Assim é aceita a hipótese nula para valores de *p-value* superiores a 10%.

Os cálculos são executados com o software *Minitab*® 14 pela ferramenta *2 Sample-t*, onde não foi assumido que as amostras têm variâncias iguais por não ser possível afirmar a igualdade.

A Tabela 6.13 traz os resultados do Índice Ibovespa, da carteira com todas as ações utilizadas na pesquisa e novamente da carteira que utiliza os horizontes encontrados pelo modelo proposto.

Estas comparações iniciais são apenas ilustrativas. Elas confrontam a carteira formada com os dois horizontes de tempo estimados pelo modelo proposto, para com carteiras que representam o mercado. Então estas comparações são úteis para mensurar a eficiência da metodologia de formação de carteiras como um todo.

Os resultados da carteira com todas as ações estudadas na pesquisa têm sua obtenção de forma mais simples que a da carteira de horizontes estimados pelo modelo proposto descrita no item 6.3.

Sua formação inicial ocorre pela ponderação normalizada de acordo com a mesma do Ibovespa do primeiro quadrimestre de 2013. Em seguida são atribuídas às ponderações iniciais as variações percentuais mensais a partir de maio de 2013.

A Tabela 6.13 mostra que a carteira que utiliza os horizontes estimados pelo modelo apresenta um desempenho superior as duas carteiras que representam o mercado.

Em relação à carteira do Ibovespa, o período de simulação apresenta uma diferença entre os retornos acumulados de quase 13%. A diferença entre os retornos anuais estimados é de 10,67%. Essa diferença é estatisticamente significativa para o nível de confiança de 90% com um *p-value* de 0,047.

Em relação à carteira de todas as ações utilizadas pela pesquisa, o período de simulação apresenta uma diferença entre os retornos acumulados que quase 9%. Neste caso a diferença entre os retornos anuais estimados é de 7,45%. Esta diferença não é estatisticamente significativa para o nível de confiança de 90%, pois o *p-value* do teste de hipótese é 0,108. Entretanto, o valor de *p-value* é pouco superior ao mínimo para rejeição da hipótese nula.

Como já descrito, pode-se dizer que os resultados da Tabela 6.13 permitem avaliar a eficiência da metodologia de formação de carteira como um todo. Ou seja, ela mensura a eficiência de todas as ferramentas utilizadas para a formação da carteira com os horizontes estimados pelo modelo matemático proposto em relação ao mercado estudado.

Tabela 6.13: Resultados gerais do modelo e do mercado

Parâmetros Estatísticos	Carteira com os Horizontes Econtraados	Carteira do Ibovespa	Carteira de todas as Ações
Retorno Médio Mensal	0,64%	-0,23%	0,04%
Desvio Padrão Mensal	4,23%	5,11%	4,71%
Retorno Acumulado	8,02%	-4,90%	-0,92%
Retorno Anual Estimado	7,90%	-2,77%	0,45%
Desvio Padrão Anual Estimado	14,66%	17,69%	16,30%
Beta	0,918	-	0,876
<i>P-Value</i> de Normalidade	0,869	0,468	0,189
Diferença Estimada	-	10,67%	7,45%
<i>P-Value</i> da Hipótese	-	0,047	0,108

Como a intenção da pesquisa é estimar: o horizonte de tempo de coleta de dados para a aplicação de um determinado modelo DEA em seleção de carteiras de ações, e o horizonte de tempo de manutenção da carteira selecionada, então as comparações significativas para a pesquisa são entre a carteira formada utilizando ambos os horizontes estimados, para com outras carteiras que não utilizam os dois horizontes estimados.

A metodologia de formação de todas as carteiras utilizadas para comparações a seguir é idêntica a utilizada na formulação dos resultados da carteira com os horizontes estimados pelo modelo proposto. Entretanto, adquando apenas as extensões dos horizontes de tempo para a coleta de dados na seleção da carteira de ações e as extensões dos horizontes de manutenção da carteira selecionada.

As primeiras comparações significativas para a pesquisa indicam a eficiência do modelo em estimar ambos os horizontes simultaneamente. As carteiras que são submetidas aos testes nestas comparações são:

- a) Coleta de dados de 08 meses X Manutenção de 08 meses;
- b) Coleta de dados de 12 meses X Manutenção de 04 meses;
- c) Coleta de dados de 16 meses X Manutenção de 08 meses;
- d) Coleta de dados de 20 meses X Manutenção de 04 meses;
- e) Coleta de dados de 24 meses X Manutenção de 08 meses;
- f) Coleta de dados de 28 meses X Manutenção de 04 meses.

A premissa aqui é variar o horizonte de coleta de dados de aproximadamente 1 ano até dois anos e meio. Também, na medida que o horizonte de coleta de dados para seleção de carteira vai aumentando, então é alternado o horizonte de manutenção da carteira entre 4 e 8 meses. Isto porque, estes são os horizontes de tempo testados na modelagem, ou seja, dentro do escopo, e também diferentes do ótimo encontrado.

A motivação também é testar horizontes de tempo comumente utilizados por investidores e por pesquisas no mercado de ações e também manter a relação de quatro meses de vigor da carteira Ibovespa.

A Tabela 6.14 mostra que a carteira que utiliza os horizontes estimados pelo modelo proposto apresenta um desempenho superior em relação a todas as demais carteiras com escolhas de horizontes de tempo diferentes. Na Tabela pode ser observado, que o retorno acumulado no período da simulação pela carteira que utiliza os dois horizontes encontrados é maior que de todas as seis carteiras com horizontes aleatórios. A diferença entre os retornos anuais estimados tem média de 9,45% ao ano e varia de 5,14% a 14,06%.

O teste de hipótese, que é o principal parâmetro estatístico a ser analisado, apenas não rejeita a hipótese nula claramente para uma carteira, a de 12 meses de horizonte de coleta de dados para seleção por 4 meses de horizonte de manutenção. Na carteira de 24 meses de horizonte de coleta de dados para seleção por 8 meses de manutenção, a hipótese nula é aceita por um valor próximo do limite. O valor de *p-value* para rejeição é menor ou igual a 0,100 e o valor encontrado é de 0,123, ou seja, apenas 0,023 acima do mínimo para a rejeição.

Tabela 6.14: Resultados gerais do modelo e de horizontes aleatórios em geral

Parâmetros Estatísticos	Carteira Horiz. Econt.	Carteira 08 X 08	Carteira 12 X 04	Carteira 16 X 08	Carteira 20 X 04	Carteira 24 X 08	Carteira 28 X 04
Retorno Médio Mensal	0,64%	-0,31%	0,23%	-0,53%	-0,23%	0,12%	-0,08%
Desvio Padrão Mensal	4,23%	3,85%	4,69%	3,81%	4,29%	4,09%	4,09%
Retorno Acumulado	8,02%	-5,24%	1,74%	-8,03%	-4,30%	0,57%	-2,15%
Retorno Anual Estimado	7,90%	-3,71%	2,76%	-6,16%	-2,68%	1,44%	-0,92%
Desvio Padrão Anual Estimado	14,66%	13,35%	16,25%	13,20%	14,87%	14,16%	14,18%
Beta	0,767	0,603	0,853	0,659	0,781	0,744	0,727
<i>P-Value</i> de Normalidade	0,869	0,375	0,904	0,180	0,279	0,348	0,813
Diferença Anual Estimada	-	11,61%	5,14%	14,06%	10,58%	6,46%	8,82%
<i>P-Value</i> da Hipótese	-	0,019	0,194	0,007	0,035	0,123	0,059

As próximas comparações são entre a carteira formada com os dois horizontes de tempo estimados, para com carteiras formadas utilizando horizontes de coleta de dados diferente do estimado, mas com o horizonte de tempo de manutenção de carteira igual ao estimado. Estas comparações indicam a eficiência do modelo em estimar apenas o horizonte de tempo de coleta de dados a ser utilizado na aplicação do modelo DEA em seleção de carteiras de ações.

A Tabela 6.15, além dos resultados da carteira com os horizontes estimados pelo modelo proposto, traz os resultados das seis carteiras que são testadas neste caso, e apresentam as seguintes extensões de horizontes de tempo:

- a) Coleta de dados de 8 meses X Manutenção de 12 meses;
- b) Coleta de dados de 12 meses X Manutenção de 12 meses;
- c) Coleta de dados de 16 meses X Manutenção de 12 meses;

- d) Coleta de dados de 20 meses X Manutenção de 12 meses;
- e) Coleta de dados de 24 meses X Manutenção de 12 meses;
- f) Coleta de dados de 28 meses X Manutenção de 12 meses.

Neste caso, a premissa é variar o horizonte de coleta de dados de aproximadamente um ano até dois anos e meio. A motivação é testar horizontes comumente utilizados por investidores e por pesquisas no mercado de ações. Também, na medida que o horizonte de coleta de dados para seleção de carteira vai aumentando, o de manutenção de carteira é mantido em 12 meses, que que foi o ótimo estimado. Aqui novamente é mantida a relação de quatro meses de vigor da carteira Ibovespa.

A Tabela 6.15 mostra que a carteira que utiliza os horizontes estimados pelo modelo proposto apresenta um desempenho que é novamente superior a todas as carteiras formadas para as comparações neste caso.

Na Tabela pode ser observado, que o retorno acumulado no período de simulação pela carteira que utiliza os dois horizontes estimados é maior que os de todas as seis carteiras com horizontes aleatórios de coleta de dados.

A diferença com base no retorno anual estimado varia de 1,49% a 10,23%, tem uma média de 4,88% ao ano e apresenta uma tendência de diminuição na medida que o horizonte de coleta de dados utilizado se aproxima do encontrado pelo modelo proposto.

Apesar da diferença de índices de retorno sempre favorável aos resultados do modelo proposto em todas as comparações, os testes apenas rejeitam a hipótese nula para a carteira de 16 meses de horizonte de coleta de dados para formação de carteira por 12 meses de horizonte de manutenção de carteira.

Também o valor de *p-value* é bem próximo do limite de rejeição para a carteira de 12 meses de horizonte de coleta de dados por 12 meses de horizonte de manutenção da carteira selecionada. Neste caso, o valor de *p-value* encontrado é de 0,125, ou seja, apenas 0,025 maior que o mínimo para rejeição.

Tabela 6.15: Resultados gerais do modelo e de horizontes aleatórios de coleta de dados

Parâmetros Estatísticos	Carteira Horiz. Econt.	Carteira 08 X 12	Carteira 12 X 12	Carteira 16 X 12	Carteira 20 X 12	Carteira 24 X 12	Carteira 28 X 12
Retorno Médio Mensal	0,64%	0,40%	0,07%	-0,20%	0,29%	0,38%	0,52%
Desvio Padrão Mensal	4,23%	3,55%	4,86%	4,20%	4,76%	4,17%	4,16%
Retorno Acumulado	8,02%	4,91%	-0,53%	-3,82%	2,68%	4,28%	6,33%
Retorno Anual Estimado	7,90%	4,93%	0,88%	-2,33%	3,60%	4,66%	6,41%
Desvio Padrão Anual Estimado	14,66%	12,29%	16,82%	14,54%	16,49%	14,43%	14,42%
Beta	0,767	0,644	0,893	0,691	0,881	0,758	0,752
<i>P-Value</i> de Normalidade	0,869	0,542	0,407	0,144	0,583	0,548	0,913
Diferença Anual Estimada	-	2,97%	7,02%	10,23%	4,30%	3,24%	1,49%
<i>P-Value</i> da Hipótese	-	0,283	0,125	0,038	0,236	0,280	0,394

As últimas comparações executadas são entre a carteira formada com os dois horizontes de tempo estimados, para com carteiras formadas utilizando o horizonte de tempo de coleta de dados estimado, mas com os horizontes de manutenção de carteira aleatórios. Estas comparações indicam a eficiência do modelo em estimar apenas o horizonte de manutenção da carteira selecionada com o modelo DEA.

A Tabela 6.16, além dos resultados da carteira com os horizontes estimados pelo modelo proposto, traz resultados das quatro carteiras que aqui são testadas e neste caso apresentam as extensões de horizontes de tempo:

- a) Coleta de dados de 26 meses X Manutenção de 4 meses;
- b) Coleta de dados de 26 meses X Manutenção de 6 meses;
- c) Coleta de dados de 26 meses X Manutenção de 8 meses;
- d) Coleta de dados de 26 meses X Manutenção de 10 meses.

A premissa aqui é variar o horizonte de manutenção de carteira de 4 meses até 10 meses. A motivação é testar horizontes comumente utilizados por investidores e por pesquisas no mercado de ações, e também manter a relação de quatro meses de vigor da carteira Ibovespa. Entretanto, na medida o horizonte de manutenção de carteira vai aumentando, o de coleta de dados é mantido em 26 meses, que é o horizonte ótimo encontrado neste caso.

A Tabela 6.16 mostra que a carteira que utiliza os horizontes encontrados pelo modelo apresenta mais uma vez, um desempenho superior a todas às demais. Na Tabela pode ser observado, que o retorno acumulado no período de simulação da carteira que utiliza ambos os horizontes estimados é maior que o de todas as quatro carteiras formadas para estas comparações. A diferença entre os retornos anuais estimados varia de 4,40% a 7,95% e tem média de 6,46% ao ano.

Tabela 6.16: Resultados gerais do modelo e de horizontes aleatórios de manutenção

Parâmetros Estatísticos	Carteira Horiz. Econt.	Carteira 26 X 04	Carteira 26 X 06	Carteira 26 X 08	Carteira 26 X 10
Retorno Médio Mensal	0,64%	0,01%	0,29%	0,00%	0,18%
Desvio Padrão Mensal	4,23%	4,01%	4,08%	4,04%	3,72%
Retorno Acumulado	8,02%	-0,92%	2,97%	-1,12%	1,65%
Retorno Anual Estimado	7,90%	0,11%	3,50%	-0,05%	2,20%
Desvio Padrão Anual Estimado	14,66%	13,89%	14,15%	13,98%	12,89%
Beta	0,767	0,711	0,729	0,721	0,676
<i>P-Value</i> de Normalidade	0,869	0,762	0,938	0,947	0,915
Diferença Anual Estimada	-	7,79%	4,40%	7,95%	5,70%
<i>P-Value</i> da Hipótese	-	0,081	0,213	0,077	0,143

Nestas comparações os testes de hipóteses apenas não rejeitam claramente a hipótese nula para a carteira de 26 meses de horizonte de coleta de dados por 6 meses de horizonte de manutenção da carteira formada.

Também o valor de *p-value* é bem próximo do limite de rejeição da hipótese nula para a carteira com 26 meses de horizonte de coleta de dados por 10 meses de horizonte de manutenção de carteira. No caso o valor de *p-value* encontrado é 0,143, ou seja, apenas 0,043 maior que o mínimo para a rejeição.

7 CONCLUSÕES

Neste capítulo no item 7.1 é destacada a principal contribuição da pesquisa, no item 7.2 são confrontados os objetivos da pesquisa com os resultados alcançados e no item 7.3 são sugeridas direções para pesquisas futuras que poderão dar continuidade a esta.

7.1 Contribuição da Pesquisa

Pode se dizer que a principal contribuição da pesquisa é a proposta de um modelo de programação matemática binária de minimização de erros quadrados para estimar os horizontes de tempo mensais: para a coleta de dados a serem utilizados por um determinado modelo DEA na seleção de carteiras de ações e para a manutenção da carteira selecionada.

Esta contribuição é destacada, porque a simulação da utilização dos horizontes estimados pelo modelo proposto em uma carteira fictícia mostrou um incremento de índices de retorno anuais para a mesma. Isso em comparações com outras carteiras com a metodologia de formação idêntica a da primeira, mais diferindo apenas nas extensões dos horizontes de tempo mensais utilizados em suas gestões.

Os incrementos de índices de retorno anuais têm níveis estatisticamente significativos em aproximadamente cinquenta por cento de todas as comparações. Tendo em vista a grande dificuldade para o melhoramento da predição de mercados de ações, pode se dizer que o modelo proposto de programação matemática teve resultados satisfatórios.

7.2 Considerações Finais

O objetivo geral da pesquisa é estimar os horizontes de tempo mensais para a coleta de dados a serem utilizados na aplicação de um determinado modelo DEA na seleção de carteiras de ações e para a manutenção da carteira selecionada. As estimativas devendo ocorrer primeiro de forma simultânea e depois individual.

Os objetivos específicos da pesquisa são propor um modelo de programação matemática para estimar os horizontes de tempo mensais em questão, em seguida estimar os dois horizontes de tempo mensais simultaneamente, e por último estimar cada um dos horizontes de tempo mensais individualmente.

A busca dos últimos três objetivos específicos de estimativas de horizontes de tempo mensais ocorre após a pesquisa atingir o primeiro, que é formulação do modelo de programação matemática capaz de estimar os horizontes de tempo mensais.

A aplicação do modelo matemático proposto encontrou a extensão de 26 meses para o horizonte de tempo de coleta de dados a ser utilizado em um determinado modelo DEA para a seleção de carteiras de ações, e a extensão de 12 meses para o horizonte de tempo de manutenção da carteira selecionada com o mesmo modelo DEA.

O início da validação dos resultados do modelo matemático proposto ocorre pela simulação dos índices de retorno anuais estimados, tanto da carteira que utiliza ambos os horizontes encontrados pelo modelo, quanto das outras carteiras que não os utilizam.

A seguir a validação é complementada através de comparações por testes de hipóteses, onde é verificada a possível existência de diferenças estatisticamente significativas, entre os índices de retorno anuais estimados da carteira que utiliza os horizontes encontrados pelo modelo proposto, para com os das outras que não utilizam estes horizontes.

Os resultados gerais das comparações de índices de retorno anuais estimados permitem verificar o atendimento do objetivo geral da pesquisa. Eles mostram, que a carteira formada com ambos os horizontes estimados tem os índices de retorno anuais superiores a todas as outras carteiras formadas para comparações, onde a diferença geral entre os índices é em média de 6,99%.

Assim pode se dizer, que o modelo de programação matemática para estimar os horizontes de tempo mensais teve resultados satisfatórios. Isso porque, mesmo com toda a dificuldade para melhoramentos da predição de mercados de ações, o modelo foi capaz de aumentar consideravelmente os índices de retorno da carteira fictícia que utiliza os horizontes estimados. Este aumento ocorre em níveis estatisticamente significativos em aproximadamente 50% de todas as comparações executadas.

Então, com base nas comparações de índices de retorno anuais estimados pelos testes de hipótese em geral, pode se afirmar que o primeiro objetivo específico de programação de um modelo matemático para estimar os horizontes de tempo mensais foi atingido.

Ainda especificamente, o segundo objetivo da pesquisa é estimar de forma simultânea os horizontes de tempo mensais. As comparações a serem analisadas neste caso são entre a

carteira com ambos os horizontes estimados, para com carteiras que não utilizam nenhum destes horizontes. Estas comparações verificam a capacidade do modelo em estimar os horizontes de tempo de forma simultânea.

Sobre os testes de hipótese referentes a este objetivo específico, eles confirmam que o modelo proposto é estatisticamente significativo na maximização dos índices de retorno anuais estimados da carteira que utiliza ambos os horizontes encontrados, onde a diferença entre os índices nas comparações é em média de 9,45%. Os resultados dos testes de hipótese neste caso confirmam a superioridade em quatro das seis comparações executadas, e tem um resultado próximo de confirmação para mais outra.

A terceira análise de objetivos específicos é executada sobre as comparações entre a carteira com ambos os horizontes estimados, para com carteiras que utilizam horizontes aleatórios de coleta de dados para seleção, mas com o horizonte estimado de manutenção da carteira. Estas comparações permitem verificar a capacidade do modelo em estimar apenas o horizonte de coleta de dados para a seleção de carteira.

Nestas comparações referentes ao terceiro objetivo específico, os resultados de retorno anuais estimados da carteira com ambos os horizontes encontrados são novamente superiores aos de todas as outras carteiras, onde a diferença é em média de 4,88%. Entretanto, os resultados dos testes de hipótese neste caso confirmam a superioridade apenas para uma das seis comparações, e tem um resultado próximo confirmação para mais outra.

A quarta análise de objetivos específicos é executada sobre as comparações da carteira com ambos os horizontes estimados, para com carteiras que utilizam o horizonte encontrado de coleta de dados para a seleção, mas com horizontes aleatórios de manutenção da carteira. Estas comparações permitem verificar a capacidade do modelo em estimar apenas o horizonte de manutenção.

Nestas comparações, a carteira com ambos os horizontes estimados outra vez têm resultados dos índices de retorno anuais superiores aos de todas as outras carteiras, onde a diferença é em média de 6,46%. Os resultados dos testes de hipóteses confirmam a superioridade da carteira com ambos os horizontes estimados neste caso apenas para duas das quatro comparações executadas, e tem um resultado próximo confirmação para mais outra.

É observado que quando formadas carteiras que utilizam ao menos um dos dois horizontes de tempo encontrados para comparações de índices de retorno anuais estimados, os resultados da carteira que utiliza os dois horizontes continuam superiores, entretanto com redução do percentual de significância estatística de superioridade nos testes de hipóteses.

A redução da taxa de confirmação de superioridade nas comparações com carteiras que utilizam ao menos um dos horizontes estimados deve se elevar com o aumento do número de amostras do período de simulação. Isso com base na teoria do limite central e na previsão de que as diferenças e variâncias observadas se mantenham.

7.3 Sugestões para Pesquisas Futuras

Na primeira sugestão o modelo proposto poderia sofrer alterações em casos, onde o investidor conheça ou prefira o horizonte de tempo para manutenção de uma carteira de ações selecionada utilizando o modelo DEA adotado. Também o investidor pode conhecer ou preferir um horizonte de tempo de coleta de dados a ser empregado, isto para utilizar o modelo DEA na formação de uma eventual carteira. Em ambos os casos, para as adaptações necessárias basta inativar as etapas do modelo referentes à estimação do horizonte de tempo conhecido ou preferido. Assim, recomendam-se trabalhos futuros neste sentido.

O modelo CCR orientado a *Inputs*, entre as variantes dos clássicos DEA, é o aplicado na pesquisa. O modelo considera retornos de escala constantes e maximiza as saídas mantendo o nível de entradas (ANDERSEN e PETERNSEN, 1993). Entretanto, outras variantes de modelos DEA podem substituí-lo em pesquisa futuras. Para isso basta que o pesquisador faça as adaptações necessárias no modelo matemático proposto.

O modelo proposto pela pesquisa tem uma estrutura, onde modelos de previsão podem substituir o DEA na seleção da carteira de ações. Um exemplo de substituição poderia ser a utilização de Análise de Regressão para prever resultados de retorno. Isso variando o horizonte de coleta de dados para a previsão, e ao mesmo tempo, colhendo os resultados de retorno ocorrido variando o tempo de manutenção da carteira.

Assim, o modelo com as adequações encontraria o melhor ajuste pela minimização de erros quadrados, agora entre determinado horizonte de tempo para previsão utilizando Análise de Regressão, e determinado horizonte de tempo para manutenção de carteiras formadas pela ferramenta de previsão.

Ainda neste sentido, o pesquisador poderia inativar todas as equações utilizadas no modelo proposto antes daquelas relativas a minimização de erros quadrados. Em seguida, ele poderia substituir os valores de eficiência das matrizes por valores do próprio retorno anteriores e posteriores às secções de coleta.

Na análise de empresas que possuam as condições necessárias para a aplicação do modelo DEA, a obtenção do horizonte de tempo futuro, ou de manutenção, teria um significado diferente. Este horizonte significaria o tempo em que o gestor teria para fazer as adequações nas empresas ineficientes do grupo. Isso porque, durante o período, os resultados de eficiência prevista teriam grande probabilidade de se repetirem. Desta forma é recomendado para trabalhos futuros testes neste sentido.

Entre os resultados das carteiras formadas foi calculado o valor de Beta, que representa o risco de um ativo segundo o modelo de Precificação de Ativos Financeiros, ou do inglês *Capital Asset Pricing Model* - CAPM. O cálculo permitiu perceber, que apesar da carteira que utiliza os horizontes encontrados pelo modelo proposto ter resultados de retorno superiores a todas as demais, seu índice Beta não indica um risco maior ou menor para ela. Ou seja, além do modelo proposto oferecer horizontes de tempo que permitem a obtenção de um retorno superior, ele também parece ser capaz de oferecer um risco médio se comparado com as demais carteiras formadas pela pesquisa. Outros trabalhos poderiam confirmar ou não esta hipótese.

O custo de mudança de carteira é relevante e deve ser analisado. No caso, se a mudança tiver uma periodicidade curta, talvez seja mais vantajoso manter uma carteira anterior. Também, se a carteira formada para o período passado estiver retornando acima do esperado para a próxima carteira, cálculos devem ser executados como subsídios a decisão sobre a manter da carteira em vigor.

Ainda, se o mercado estiver retornando menos que outras opções como poupança ou *LFT*, ou se as estimativas para a carteira do próximo período não forem satisfatórias, ou até se existirem indícios de início de crise econômica e outros, o investidor deve analisar a possibilidade de deixar o investimento em ações temporariamente.

REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

ANDERSEN, P. e PETERSEN, N. C. A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, v. 39, p 1261-1264, 1993.

ASSAF NETO, A. *Mercado Financeiro*, 8 Ed. São Paulo: Atlas, 2008.

BANKER, R.; CHARNES, A. e COOPER, W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.

BASSO, A. e FUNARI, S. Constant and variable returns to scale DEA models for socially responsible investment funds. *European Journal of Operational Research*, v. 235, p. 775-783, 2014.

BRYAN, B. A. High-performance computing tools for the integrated assessment and modeling of social-ecological systems. *Environmental Modeling & Software*, v. 39, p. 295-303, 2013.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. e MARCUS A. J. *Fundamentals of Corporate Finance*, 5 Ed, Boston: McGraw-Hill Irwin, 2007.

CETORELLI, N. e GOLDBERG, L. S. Liquidity management of U.S. global banks: Internal capital markets in the great recession. *Journal of International Economics*, v. 88, p. 299-311, 2012.

CHARNES, A.; COOPER, W. W. e RHODES, E. Measuring the efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, v. 02, p. 429-444, 1978.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; LEWIN, A. Y. e SEIFORD, Lawrence, M. *Data Envelopment Analysis: Theory, methodology, and application*, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1997.

CHUNG, C. A. *Simulation Modeling Handbook: A practical approach*, Florida: CRC Press, 2004.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M. e TONE, K. *Introduction to Data Envelopment Analysis and its uses: with DEA-Solver software and references*, New York: Springer, 2006.

DILELLIO, J. A.; HESSE, R. e STANLEY, D. J. Portfolio performance with inverse and leveraged ETFs. *Financial Services Review*, v. 232, p. 123-133, 2014.

DESPOTIS, D. K.; STAMATI, L. V. e SMIRLIS, Y. J. Data envelopment analysis with nonlinear virtual inputs and outputs. *European Journal of Operational Research*, v. 202, p. 604-613, 2009.

DOS ANJOS, M. A. *Aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA) no estudo da eficiência econômica da indústria têxtil brasileira dos anos 90*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 2005.

EDIRISINGHE, N. C. P. e ZHANG, X. Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: Case of US industries. *Journal of the Operational Research Society*, v. 59, p. 842-856, 2008.

EDIRISINGHE, N. C. P. e ZHANG, X. Input/output selection in DEA under expert information, with application to financial markets. *European Journal of Operational Research*, v. 207, p. 1669-1678, 2010.

FORTUNA, E. *Mercado financeiro: Produtos e serviços*, 15 Ed, Rio de Janeiro: Qualitymark, 2005.

GOLD, B. Technology, Productivity and Economic Analysis. *The International Journal of Management Science*, v. 1, 1973.

GITMAN, L. J. e MADURA, J. *Administração Financeira: Uma abordagem gerencial*, São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003.

GRUNDKE, P. e POLLE, S. Crisis and risk dependencies. *European Journal of Operational Research*, v. 223, p. 518-528, 2012.

HAAS, D.; MURPHY, F. e LANCIONI, R. Managing reverse logistics channels with Data Envelopment Analysis. *Transport Journal*, v. 42, p. 59-69, 2003.

KAO, C. Network data envelopment analysis: A review. *European Journal of Operational Research*, v. 239, p. 1-16, 2014.

KASSAI, S. *Utilização da Análise por Envoltória de Dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Administração e Contabilidade, UFSP, SP, 2002.

KERR, R. B. *Mercado financeiro e de capitais*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

KU, J. Least-squares solutions as solutions of a perturbation form of the Galerkin methods: Interior point wise error estimates and pollution. *Journal of Computational and Applied*, v. 251, p. 67-80, 2013.

LAMB, J. D. e TEE, K. H. Data Envelopment Analysis models of investment funds. *European Journal of Operational Research*, v. 216, p. 687-696, 2012.

LEE, C. Y. Meta-data envelopment analysis: Finding a direction towards marginal profit maximization. *European Journal of Operational Research*, v. 237, p. 207-216, 2014.

LIM, S.; OH, K. W. e ZHU. J. Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, v. 236, p.361-368, 2014.

LIMA, I. S.; GALARDI, N. e NEUBAUER, I. *Mercado de investimentos financeiros*, São Paulo: Atlas, 2006.

LO, S. F. Which stock exchanges are more attractive? The competition analysis of listing and trading performance. *Economic Modelling*, v. 30, p. 501-509, 2013.

LOPES, A. L. M.; LIMA, M. V. A.; DUTRA, A. e SAURIN, V. Data Envelopment Analysis - DEA como estratégia para seleção de carteiras de investimento: Uma aplicação a 13 anos do mercado de ações brasileiro. *XXXII ENANPAD*. Rio de Janeiro, 2008.

LUO, H. Introducing Research Methodology: A Beginner's Guide to Doing a Research. *The Modern Language Journal*, v. 96, p. 481-483, 2012.

MACEDO, M. A. S.; CASA NOVA, S. P. C. e ALMEIDA, K. Mapeamento e Análise Bibliométrica da utilização da Análise Envoltória de Dados (DEA) em estudos das áreas de Contabilidade e Administração. *ENANPAD*. Rio de Janeiro, 2007.

MARBINI, A. H.; EMROUZNEJAD, A. e TAVANA, M. A taxonomy and review of the fuzzy data envelopment analysis literature: Two decades in the making. *European Journal of Operational Research*, v. 214, p. 457-472, 2011.

MONTES, G. C. e TIBERTO, B. P. Macroeconomic environment, country risk and stock market performance: Evidence for Brazil. *Economic Modeling*, v. 29, p. 1666-1678, 2012.

MOORE, D. S. *The Basic Practice of Statistics*. 4 Ed. New York, Freeman, 2007.

MUREN; MA, Z. e CUI, W. Generalized fuzzy data envelopment analysis methods. *Applied Soft Computing*, v. 19, p. 215-225, 2014.

NAGANO, M. S.; MERLO, E. M. e SILVA, M. C. As Variáveis Fundamentalistas e seus impactos na taxa de retorno de ações no Brasil. *Revista FAE*, v. 6, p. 13-28, 2003.

PATARI, E.; LEIVO, T. e HONKAPURO, S. Enhancement of equity portfolio performance using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 220, p. 786-797, 2012.

PINTO, D. D. D.; MONTEIRO, J. G. M. S. e NAKAO, E. H. An approach to portfolio selection using an ARX predictor for securities' risk and return. *Expert Systems with Applications*, v. 38, p. 15009-15013, 2011.

PODINOVSKI, V. V.; ISMAIL, I.; CHAMEEVA, T. B. e ZHANG, W. Combining the assumptions of variable and constant returns to scale in the efficiency evaluation of secondary schools. *European Journal of Operational Research*, v. 239, p. 504-513, 2014.

ROBINSON, E. *Simulation: The practice of model development and use*, London: John Wiley and Sons Ltd, 2004.

RÖDDERI, W. e REUCHER, E. Advanced X-efficiencies for CCR- and BCC-models – towards Peer-based DEA controlling. *European Journal of Operational Research*, v. 219, p. 467-476, 2012.

RODRÍGUEZ, R.; LUQUE, M. e PATARI, M. G. Portfolio selection in the Spanish stock market by interactive multi-objective programming. *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*, v. 19, p. 213-231, 2011.

SAMANLIOGLU, R. A multi-objective mathematical model for the industrial hazardous waste location-routing problem, *European Journal of Operational Research*, v. 226, p. 332-340, 2013.

SARNO, L. e THORNTON, D. L. The dynamic relationship between the federal funds rate and the treasury bill rate: An empirical investigation. *Journal of Banking & Finance*, v. 27, p. 1079-1110, 2003.

SENA, N. *Fronteira tecnológica, alocação de fatores e eficiência na agropecuária da microrregião de Itabuna, Ilhéus*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia, UFBA, Cruz das Almas, 2005.

SHIMONISHI, M, L, S. *Análise Envoltória de Dados aplicada na avaliação do emprego dos recursos humanos dos centros municipais de educação infantil do município de Maringá*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia, UFPR, Curitiba, 2005.

SILVA, E. L. e MENEZES, E. M. *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação*, 4^a Ed, Florianópolis: UFSC, 2005.

SOARES DE MELLO, J. C. C. B. e BIONDI NETO, L. E. G. Curso de Análise de Envoltória de Dados. *XXXVII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL*, p. 2520-2547. Gramado, 2005.

TICKNOR, J. L. A Bayesian regularized artificial neural network for stock market forecasting. *Expert Systems with Applications*, v. 40, p. 5501-5506, 2013.

YANG, M.; LI, Y.; CHEN, Y. e LIANG, L. An equilibrium efficiency frontier data envelopment analysis approach for evaluating decision-making units with fixed - sum outputs. *European Journal of Operational Research*, v. 239, p.479-489, 2012.

ZHANG, W. G.; LIU, Y. J. e XU, W. J. A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs. *European Journal of Operational Research*, v. 22, p.341-349, 2014.