

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÁQUINA SÍNCRONA ATRAVÉS
DO ENSAIO DE CURTO-CIRCUITO COM USO DO HPSO**

BRUNO TONSIC DE ARAUJO

**Novembro de 2016
Itajubá**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

BRUNO TONSIC DE ARAUJO

**DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÁQUINA SÍNCRONA ATRAVÉS
DO ENSAIO DE CURTO-CIRCUITO COM USO DO HPSO**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para
obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Elétrica**

Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Edson da Costa Bortoni

Coorientador: Germano Lambert-Torres

Novembro de 2016

Itajubá

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

BRUNO TONSIC DE ARAUJO

**DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÁQUINA SINCRONA ATRAVÉS
DO ENSAIO DE CURTO-CIRCUITO COM USO DO HPSO**

**Dissertação aprovada por banca examinadora em 07 de
Novembro de 2016, conferido ao autor o título de Mestre
em Ciências em Engenharia Elétrica**

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich

Prof. Dr. Ricardo Elias Caetano

Prof. Dr. Germano Lambert-Torres (Coorientador)

Prof. Dr. Edson da Costa Bortoni (Orientador)

Dedicatória

Aos meus pais, Abel e Maria Dolores, por me ensinarem desde cedo o valor da educação e do conhecimento.

À Luiza, minha noiva e futura esposa, pelo incentivo e por ser para mim um exemplo de foco e de determinação.

Ao meu irmão Daniel pela amizade e companhia.

Agradecimentos

Aos professores Edson da Costa Bortoni e Germano Lambert Torres pela orientação precisa, suporte e incentivo.

A todos aqueles que contribuíram de alguma maneira ao desenvolvimento deste trabalho, seja ao fornecer de dados ou material, seja ao proferir palavras de apoio.

A todos amigos e familiares que estão ou passaram por minha vida.

Resumo

I. M. Canay introduziu em 1969 o conceito de reatância característica das máquinas síncronas. O intuito desta reatância é adequar o modelo destas máquinas à sua teoria de que os circuitos do rotor se acoplam de forma diferente ao que determinava a literatura até então. A reatância característica surge para corrigir o comportamento da corrente do campo durante transitórios elétricos, fato que se atribuía ao efeito de correntes parasitas induzidas nas partes de ferro do rotor.

Neste trabalho é apresentada uma técnica de obtenção dos parâmetros do eixo direto da máquina síncrona, além da reatância característica, através do Algoritmo HPSO. As principais entradas do algoritmo são as correntes das fases da máquina e as correntes de campo obtidas no ensaio de curto-circuito brusco com tensão reduzida. O método foi aplicado com sucesso a duas máquinas síncronas de polos salientes.

Palavras-chave: Estimação de parâmetros, Máquina síncrona, Reatância característica, Particle Swarm Optimization.

Abstract

I. M. Canay has introduced in 1969 the concept of synchronous machines characteristic reactance. The aim of this reactance is to adequate the machine's model to Canay's theory that rotor circuits are coupled each other in a different manner from what was stated by the literature from then. The reactance characteristic arises in order to correct the behavior of the field current during electrical transients, fact that was attributed to the effect of parasite currents induced at iron parts of the rotor.

At this study a technique of obtainment of the synchronous machines direct axis parameters, besides the characteristic reactance, through the HPSO algorithm is presented. The main inputs for the algorithm are the machine's terminals currents and the field current obtained from the sudden short circuit with reduced voltage. The method was applied to two salient poles synchronous machines.

Keywords: Parameter estimation, Synchronous machine, Characteristic reactance, Particle Swarm Optimization

Lista de figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1.1 - Zonas de indução de correntes parasitas em um rotor de uma máquina de polos lisos [1] | 2 |
| Figura 1.2 – Corrente de campo durante um curto-circuito trifásico calculada para diversas reatâncias características..... | 2 |
| Figura 2.1 - Circuitos equivalentes da máquina síncrona com a base Lad para o eixo d (acima) e eixo q (abaixo) | 6 |
| Figura 2.2 – Circuito para o eixo direto de Jackson e Winchester [5] | 7 |
| Figura 2.3 – Circuito equivalente no eixo direto (com um enrolamento amortecedor) proposto por I. M. Canay em [10] e esquematização dos fluxos enlaçados..... | 8 |
| Figura 2.4 – Circuito equivalente para representação da característica polinomial do rotor | 9 |
| Figura 2.5 – Circuito equivalente com circuitos do rotor representados por funções de transferência e saturação cruzada entre eixos..... | 10 |
| Figura 2.6 - Circuitos equivalentes de meia ordem..... | 11 |
| Figura 2.7 – Corrente de uma fase durante o ensaio de curto-circuito trifásico simétrico sem neutro..... | 12 |
| Figura 2.8 - Corrente eficaz do ensaio de curto-circuito | 13 |
| Figura 3.1 – FMM produzida por uma única espira [43] | 15 |
| Figura 3.2 – Forma de onda da FMM produzida por diversas espiras [43] | 15 |
| Figura 3.3 – Rotor e armadura da máquina síncrona [43]..... | 16 |
| Figura 3.4 – Indutância própria da fase a | 18 |
| Figura 3.5 – Indutância mútua entre a fase a e fase b..... | 19 |
| Figura 3.6 – Circuito equivalente para os eixos d (acima) e q (abaixo)..... | 31 |
| Figura 3.7 – Estrutura eletromagnética com três enrolamentos | 32 |
| Figura 3.8 – Acoplamento exclusivo entre 2 enrolamentos | 34 |
| Figura 3.9 – Acoplamento dos circuitos de rotor em uma máquina de polos lisos..... | 36 |
| Figura 3.10 – Acoplamento dos circuitos de rotor em uma máquina de polos salientes..... | 37 |
| Figura 3.11 – Circuito equivalente genérico para o eixo direto | 42 |
| Figura 3.12 – Circuito equivalente para o eixo direto quando $X = X_c$ | 42 |
| Figura 3.13 – Circuito equivalente para o eixo direto quando $X = X_l$ | 43 |
| Figura 3.14 – Corrente de campo para uma máquina de polos lisos durante um curto-circuito trifásico..... | 43 |

| | |
|---|----|
| Figura 3.15 – Corrente de campo para uma máquina de polos salientes durante um curto-circuito trifásico [48] | 44 |
| Figura 3.16 – Envoltórias da corrente de campo induzida no curto-circuito [48]..... | 44 |
| Figura 3.17 – Relação da reatância característica com a parcela induzida no rotor e verificação da performance da técnica de aproximação..... | 45 |
| Figura 3.18 – Reatância transitória no eixo direto..... | 47 |
| Figura 3.19 – Relação da reatância característica com a parcela induzida no rotor para diversas reatâncias de dispersão | 49 |
| Figura 4.1 – Fluxo no eixo direto em regime permanente, transitório e subtransitório (da esquerda para direita) em uma máquina de polos salientes..... | 50 |
| Figura 4.2 – Correntes típicas na armadura durante o curto-circuito trifásico | 52 |
| Figura 4.3 – Corrente no campo típica durante o curto-circuito | 53 |
| Figura 4.4 – Circuitos equivalente no eixo d e q em termos incrementais..... | 54 |
| Figura 4.5 – Circuito equivalente para o eixo i com m circuitos no rotor..... | 57 |
| Figura 4.6 – Expansão de $X_i(s)$ | 59 |
| Figura 4.7 – Operador $X_i(s)$ conectado a uma reatância externa | 61 |
| Figura 4.8 – Operador $X_{ie}(s)$ | 61 |
| Figura 4.9 – Operador $X_i(s)$ sem considerar o preciso modelamento de grandezas do rotor.. | 62 |
| Figura 4.10 – Corrente injetada na reatância característica pela tensão nominal..... | 63 |
| Figura 4.11 – Tensões e correntes no circuito equivalente..... | 64 |
| Figura 4.12 – Transformada de acoplamento | 64 |
| Figura 4.13 – Exemplo da medição da defasagem da corrente de curto-circuito para a máquina de polos salientes de 360 MVA (vide item 6.1) | 66 |
| Figura 4.14 – Circuito equivalente para representação da corrente em módulo e ângulo..... | 66 |
| Figura 4.15 – Transformada I-T | 67 |
| Figura 5.1 – Superfície de busca hipotética..... | 70 |
| Figura 5.2 – Corrente de curto-circuito simulada..... | 73 |
| Figura 5.3 – Detalhe dos instantes iniciais do comportamento da corrente de campo..... | 73 |
| Figura 5.4 – Circuito do eixo direto buscado pelo algoritmo | 76 |
| Figura 6.1 – Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer das 150 primeiras iterações de cada experimento, para a máquina de 360 MVA | 80 |
| Figura 6.2 – Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer de todas as 1500 iterações de cada experimento, para a máquina de 360 MVA | 80 |

| | |
|--|----|
| Figura 6.3– Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer das 150 primeiras iterações de cada experimento, para a máquina de 778 MVA | 81 |
| Figura 6.4- Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer de todas as 1500 iterações de cada experimento, para a máquina de 778 MVA | 81 |
| Figura 6.5 – Comportamento da trajetória da função objetivo para o melhor experimento da máquina de 360 MVA | 87 |
| Figura 6.6 – Comportamento da trajetória da função objetivo para o melhor experimento da máquina de 778 MVA | 87 |
| Figura 6.7 – Envoltória das correntes de armadura para a máquina de 360 MVA durante todo o intervalo de análise | 89 |
| Figura 6.8 – Envoltória das correntes de armadura para a máquina de 360 MVA durante os instantes iniciais..... | 89 |
| Figura 6.9 – Corrente de campo durante todo o intervalo de análise para a máquina de 360 MVA | 90 |
| Figura 6.10 – Corrente de campo durante os instantes iniciais de análise para a máquina de 360 MVA..... | 90 |
| Figura 6.11 – Envoltória das correntes de armadura para a máquina de 778 MVA durante todo o intervalo de análise | 91 |
| Figura 6.12 – Envoltória das correntes de armadura para a máquina de 778 MVA durante os instantes iniciais..... | 91 |
| Figura 6.13 – Corrente de campo durante todo o intervalo de análise para a máquina de 778 MVA..... | 92 |
| Figura 6.14 – Corrente de campo durante os instantes iniciais de análise para a máquina de 778 MVA..... | 92 |

Lista de tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Ordem de grandeza da reatância característica..... | 46 |
| Tabela 2 – Relação de parâmetros tradicionais fornecidos por fabricantes | 51 |
| Tabela 3 – Variáveis utilizadas na Transformada direta | 56 |
| Tabela 4 – Resultados obtidos na primeira implementação do algoritmo para máquina de polos salientes de 360 MVA (vide item 6.1)..... | 74 |
| Tabela 5 – Intervalo de sorteio da posição inicial das partículas | 76 |
| Tabela 6 – Dados nominais das máquinas testadas | 79 |
| Tabela 7 – Condições de operação das máquinas antes do ensaio | 79 |
| Tabela 8 – Melhores posições globais para máquina de polos salientes de 360 MVA..... | 82 |
| Tabela 9 – Melhores posições globais para máquina de polos salientes de 778 MVA..... | 83 |
| Tabela 10 – Parâmetros típicos das máquinas síncronas correspondente aos circuitos equivalentes representados obtidos pelos melhores globais para máquina de 360 MVA..... | 84 |
| Tabela 11 – Parâmetros típicos das máquinas síncronas correspondente aos circuitos equivalentes representados obtidos pelos melhores globais para máquina de 778 MVA..... | 85 |
| Tabela 12 – Melhor circuito equivalente e melhores parâmetros obtidos para cada Máquina | 86 |
| Tabela 13 – Comparação entre valores fornecidos e obtidos para a máquina #1..... | 86 |
| Tabela 14 – Comparação entre valores fornecidos e obtidos para a máquina #2..... | 86 |

Lista de símbolos¹

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|----------------|---|----------------|
| E_0 | Tensão nos terminais da máquina antes da aplicação de um curto-circuito trifásico | [V] |
| e_0 | Tensão de sequência zero | [V] |
| e_a | Tensão instantânea entre a fase a e o neutro | [V] |
| e_B | Tensão Base para as tensões instantâneas da armadura e dos eixos direto e de quadratura | [V] |
| e_b | Tensão instantânea entre a fase a e o neutro | [V] |
| e_c | Tensão instantânea entre a fase a e o neutro | [V] |
| e_d | Tensão instantânea na bobina fictícia do eixo direto | [V] |
| e_{DB} | Tensão de base para o enrolamento amortecedor | [V] |
| e_f | Tensão instantânea no enrolamento de campo | [V] |
| e_{fB} | Tensão de base para o enrolamento de campo | [V] |
| e_q | Tensão instantânea na bobina fictícia do eixo de quadratura | [V] |
| E_N | Tensão RMS entre fase e neutro nominal da máquina | [V] |
| f | Frequência | [Hz] |
| f_B | Frequência Base | [Hz] |
| f_o | Função de objetivo utilizada pelo HPSO | – |
| f_N | Frequência nominal da máquina síncronas | [Hz] |
| FMM | Força magneto motriz (de acordo com o contexto) | – |
| G_0 | Valor da função de transferência $G(s)$ para $s = 0$ | – |
| $G(s)$ | Função de transferência entre eixo direto e enrolamento de campo | – |
| $g(t)$ | Melhor posição encontrada pelas partículas do HPSO | – |
| $i_{f\sim}$ | Componente alternada induzida na corrente de campo | [A] |
| i_0 | Corrente na bobina fictícia de corrente de sequência zero | [A] |
| i_a | Corrente de linha instantânea na fase a da armadura | [A] |

¹ Símbolos que contenham "u" ao fim de sua designação denotam grandezas em sistema por unidade (p.u.). Por exemplo:

$$X_d = \text{Reatância do eixo direto em } [\Omega]$$

$$X_{du} = \text{Reatância do eixo direto em p.u.}$$

Do capítulo 4 em diante esta notação é abandonada, portanto, o leitor deve considerar que todas reatâncias, indutâncias, resistências e demais variáveis apresentadas são expressas em sistema p.u., exceto quando devidamente identificado.

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|-----------------------|--|-----------------------|
| i_B | Corrente base para as correntes da armadura e dos eixos d e q | [A] |
| i_b | Corrente de linha instantânea na fase b da armadura | [A] |
| i_c | Corrente de linha instantânea na fase c da armadura | [A] |
| i_D | Corrente instantânea do enrolamento amortecedor no eixo d | [A] |
| i_d | Corrente instantânea na bobina fictícia do eixo direto | [A] |
| i_D | Corrente instantânea do enrolamento amortecedor | [A] |
| i_{DB} | Corrente de base para o enrolamento amortecedor no eixo d | [A] |
| i_f | Corrente no enrolamento de campo | [A] |
| i_{f0} | Corrente no enrolamento de campo no instante anterior a aplicação de um curto-circuito | [A] |
| i_{fB} | Corrente de base para o enrolamento de campo | [A] |
| i_Q | Corrente instantânea do enrolamento amortecedor no eixo q | [A] |
| i_q | Corrente instantânea na bobina fictícia do eixo de quadratura | [A] |
| I_N | Corrente RMS de linha nominal da máquina | [A] |
| k | Fator decorrente da transformada de Park. | — |
| | $k = 2/3$ ou $k = \sqrt{3/2}$, de acordo com a matriz utilizada | — |
| k_d | Constante transformação de corrente para o eixo d | — |
| k_q | Constante transformação de corrente para o eixo q | — |
| L_0 | Indutância do enrolamento de sequência zero | [H] |
| l_{aa} | Indutância própria instantânea do enrolamento a | [H] |
| L_{aa0} | Parcela contínua da indutância própria instantânea dos enrolamentos | [H] |
| L_{aa2} | Amplitude máxima da parcela alternada da indutância própria instantânea dos enrolamentos | [H] |
| l_{ab} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos a e b | [H] |
| L_{ab0} | Parcela contínua da indutância mútua instantânea dos enrolamentos | [H] |
| L_{ab2} | Amplitude máxima da parcela alternada da indutância mútua instantânea dos enrolamentos | [H] |
| l_{ac} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos a e c | [H] |
| L_{aD} | Indutância mútua entre enrolamento da armadura e do amortecedor | [H] |
| L_{ad} | Parcela de acoplamento da indutância de enrolamento de eixo direto | [H] |

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|----------------|---|----------------|
| l_{aD} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos da armadura e do enrolamento amortecedor no eixo direto | [H] |
| L_{af} | Indutância mútua entre enrolamento da armadura e do enrolamento de campo | [H] |
| l_{af} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos da armadura e do enrolamento de campo | [H] |
| L_{aq} | Parcela de acoplamento da indutância de enrolamento de eixo de quadratura | [H] |
| l_{aQ} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos da armadura e do enrolamento amortecedor no eixo de quadratura | [H] |
| L_{aQ} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos da armadura e do enrolamento amortecedor no eixo de quadratura | [H] |
| L_B | Indutância base para as correntes da armadura e dos eixos d e q | [H] |
| l_{ba} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos b e a | [H] |
| l_{bb} | Indutância própria instantânea do enrolamento b | [H] |
| l_{bc} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos b e c | [H] |
| l_{ca} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos c e a | [H] |
| l_{cb} | Indutância mútua instantânea entre os enrolamentos c e b | [H] |
| l_{cc} | Indutância própria instantânea do enrolamento c | [H] |
| L_{Da} | Indutância mútua entre enrolamento amortecedor e da armadura no eixo direto | [H] |
| L_{DD} | Indutância própria para o enrolamento amortecedor no eixo direto | [H] |
| L_{Df} | Indutância mútua entre enrolamento amortecedor e de campo no eixo direto | [H] |
| L_d | Indutância na bobina fictícia de eixo direto | [H] |
| L_{fa} | Indutância mútua entre enrolamento de campo e armadura | [H] |
| L_{fD} | Indutância mútua entre enrolamento de campo e amortecedor | [H] |
| L_{ff} | Indutância própria do enrolamento de campo | [H] |
| L_l | Parcela de dispersão da indutância dos enrolamentos da armadura | [H] |
| L_{lD} | Indutância de dispersão do enrolamento amortecedor no eixo direto | [H] |
| L_{lf} | Indutância de dispersão do enrolamento de campo | [H] |

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|----------------|--|----------------|
| L_{lQ} | Indutância de dispersão do enrolamento amortecedor no eixo de quadratura | [H] |
| L_{Qa} | Indutância mútua entre enrolamento amortecedor e da armadura no eixo de quadratura | [H] |
| L_{QQ} | Indutância própria para o enrolamento amortecedor no eixo de quadratura | [H] |
| L_q | Indutância na bobina fictícia de eixo de quadratura | [H] |
| L_{rc} | Indutância característica do rotor | <i>p. u.</i> |
| p_f | Número de pares de polos da máquina | – |
| R_a | Resistência do enrolamento da armadura | [Ω] |
| R_D | Resistência do enrolamento amortecedor no eixo direto | [Ω] |
| R_f | Resistência o enrolamento de campo | [Ω] |
| R_Q | Resistência do enrolamento amortecedor no eixo de quadratura | [Ω] |
| t | Tempo | [s] |
| T_a | Constante de tempo da armadura | [s] |
| T_D | Constante de tempo do amortecedor | [s] |
| T'_d | Constante de tempo transitória para o eixo direto com terminais em curto-circuito | [s] |
| T'_{d0} | Constante de tempo transitória para o eixo direto com terminais abertos | [s] |
| T''_d | Constante de tempo subtransitória para o eixo direto com terminais em curto-circuito | [s] |
| T''_{d0} | Constante de tempo subtransitória para o eixo direto com terminais abertos | [s] |
| T'_i | Constante de tempo transitória no eixo “i” com terminais em curto-circuito | [s] |
| T''_i | Constante de tempo subtransitória no eixo “i” com terminais em curto-circuito | [s] |
| T'_{i0} | Constante de tempo transitória no eixo “i” com terminais abertos | [s] |
| T''_{i0} | Constante de tempo subtransitória no eixo “i” com terminais abertos | [s] |
| T_f | Constante de tempo para o enrolamento de campo | [s] |

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|----------------|---|----------------|
| T'_q | Constante de tempo transitória para o eixo de quadratura com terminais em curto-circuito | [s] |
| T'_{q0} | Constante de tempo transitória para o eixo de quadratura com terminais abertos | [s] |
| T''_q | Constante de tempo subtransitória para o eixo de quadratura com terminais em curto-circuito | [s] |
| T''_{q0} | Constante de tempo subtransitória para o eixo de quadratura com terminais abertos | [s] |
| $v_i(t)$ | Velocidade da i-ésima partícula do algoritmo HPSO | — |
| w_a | Quantidade de espiras do enrolamento da armadura | — |
| w_D | Quantidade de espiras do enrolamento amortecedor | — |
| w_f | Quantidade de espiras do enrolamento de campo | — |
| w | Constante de inércia do algoritmo HPSO | — |
| $y_i(t)$ | Melhor posição encontrada pela a “i-ésima” partícula do algoritmo HPSO | — |
| X | Reatância de dispersão arbitrária | <i>p. u.</i> |
| X_a | Reatância de dispersão do “eixo i” | <i>p. u.</i> |
| X_{aD} | Reatância mútua entre armadura e enrolamento amortecedor no eixo direto | [Ω] |
| X_{ad} | Parcela da reatância do eixo direto de acoplamento | [Ω] |
| X_{af} | Reatância mútua entre armadura e enrolamento de campo no eixo direto | [Ω] |
| X_{aq} | Parcela da reatância eixo de quadratura de acoplamento | [Ω] |
| X_{ai} | Parcela da reatância própria do “eixo i” de acoplamento | <i>p. u.</i> |
| X_c | Reatância característica | <i>p. u.</i> |
| X_{Da} | Reatância mútua entre amortecedor no eixo direto e armadura | [Ω] |
| X_{Df} | Reatância mútua entre amortecedor no eixo direto e enrolamento de campo | [Ω] |
| X_d | Reatância do eixo direto | [Ω] |
| $X_d(s)$ | Reatância operacional do eixo direto | [Ω] |
| X'_d | Reatância de eixo direto transitória no eixo direto | [Ω] |

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|-----------------------|--|------------------------------------|
| X_d'' | Reatância de eixo direto subtransitória no eixo direto | $[\Omega]$ |
| X_{fa} | Reatância mútua entre enrolamento de campo e armadura | $[\Omega]$ |
| X_{fD} | Reatância mútua entre enrolamento de campo e amortecedor no eixo direto | $[\Omega]$ |
| X_i | Reatância do eixo “i” | <i>p. u.</i> |
| X_i' | Reatância transitória no eixo “i” | <i>p. u.</i> |
| X_i'' | Reatância subtransitória no eixo “i” | <i>p. u.</i> |
| X_{lD} | Parcela de dispersão da reatância no enrolamento amortecedor no eixo direto | $[\Omega]$ |
| X_{lf} | Parcela de dispersão da reatância no enrolamento de campo no eixo direto | $[\Omega]$ |
| X_{lQ} | Parcela de dispersão da reatância no enrolamento amortecedor no eixo de quadratura | $[\Omega]$ |
| X_l | Parcela de dispersão da indutância dos enrolamentos da armadura | $[\Omega]$ |
| X_q | Reatância do eixo de quadratura | $[\Omega]$ |
| $X_q(s)$ | Reatância operacional do eixo de quadratura | $[\Omega]$ |
| X_q' | Reatância de eixo de quadratura transitória no eixo direto | $[\Omega]$ |
| X_q'' | Reatância de eixo de quadratura subtransitória no eixo direto | $[\Omega]$ |
| X_{rc} | Reatância característica do rotor | <i>p. u.</i> |
| $x_i(t)$ | Posição atual da “i-ésima” partícula do algoritmo HPSO | – |
| Z_B | Indutância base para as correntes da armadura e dos eixos d e q | $[\Omega]$ |
| α_{fD} | Componente de dispersão que acopla enrolamento de campo e amortecedor | – |
| θ | Posição angular do rotor | $[rad]$ |
| Λ | Permeância para a componente fundamental do enrolamento de campo | $[\Omega]$ |
| λ | Defasagem angular entre referência (fase a) e instante do fechamento do curto-circuito | $[rad]$ |
| μ_0 | Permeabilidade do vácuo, $\mu_0 = 4.10^{-7}$ | $\left[A. \frac{esp}{Wb} \right]$ |
| μ_d | Fator de efeito pelicular de Laible | – |

| <i>Símbolo</i> | <i>Descrição</i> | <i>Unidade</i> |
|-----------------------|--|------------------------------|
| ξ_a | Fator de enrolamento da armadura | — |
| ξ_D | Fator de enrolamento do enrolamento amortecedor para o eixo direto | — |
| ξ_f | Fator de enrolamento do enrolamento de campo | — |
| ϕ | Fluxo magnético | [Wb] |
| ψ_0 | Fluxo enlaçado da bobina de sequência zero | [Wb. esp] |
| ψ_a | Fluxo enlaçado da fase a | [Wb. esp] |
| ψ_B | Base para o fluxo enlaçado | [Wb. esp] |
| ψ_b | Fluxo enlaçado da fase b | [Wb. esp] |
| ψ_c | Fluxo enlaçado da fase c | [Wb. esp] |
| ψ_D | Fluxo enlaçado para a parcela do enrolamento amortecedor para o eixo direto | [Wb. esp] |
| ψ_d | Fluxo enlaçado para o eixo direto | [Wb. esp] |
| ψ_f | Fluxo enlaçado para o enrolamento de campo | [Wb. esp] |
| ψ_{lf} | Fluxo de dispersão do enrolamento de campo | [Wb] |
| ψ_{lfD} | Parcela do fluxo de dispersão que acopla o enrolamento amortecedor | [Wb] |
| ψ_Q | Fluxo enlaçado para a parcela do enrolamento amortecedor para o eixo de quadratura | [Wb. esp] |
| ψ_q | Fluxo enlaçado para o eixo de quadratura | [Wb. esp] |
| ω_B | Base para a velocidade angular elétrica do rotor | $\left[\frac{rad}{s}\right]$ |
| ω_{mB} | Base para a velocidade angular mecânica do rotor | $\left[\frac{rad}{s}\right]$ |
| ω_r | Velocidade angular elétrica do rotor | $\left[\frac{rad}{s}\right]$ |

Sumário

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Introdução..... | 1 |
| 2 | Revisão bibliográfica..... | 5 |
| 2.1 | Modelos de máquinas síncronas e circuitos equivalentes..... | 5 |
| 2.2 | Ensaio de curto-circuito..... | 11 |
| 3 | Conceitos fundamentais..... | 15 |
| 3.1 | Força magneto motriz e o campo girante..... | 15 |
| 3.2 | Equacionamento da máquina síncrona ideal..... | 16 |
| 3.3 | Teoria dos dois eixos e a transformada de Park..... | 21 |
| 3.4 | Transformada de Park com matriz modificada (ortogonal)..... | 23 |
| 3.5 | Representação em sistemas por unidade, ou sistemas p.u. | 25 |
| 3.5.1 | Bases para matriz original..... | 25 |
| 3.5.2 | Matriz modificada – grandezas da armadura..... | 28 |
| 3.5.3 | Circuitos equivalentes..... | 31 |
| 3.6 | Acoplamento entre circuitos magnéticos..... | 31 |
| 3.6.1 | Acoplamento entre três enrolamentos..... | 32 |
| 3.6.2 | Acoplamento entre circuitos do rotor..... | 35 |
| 3.7 | Reatância característica..... | 38 |
| 3.7.1 | Definição matemática (matriz original de Park)..... | 38 |
| 3.7.2 | A utilização da matriz ortogonal..... | 40 |
| 3.7.3 | Circuitos equivalentes com a reatância característica..... | 42 |
| 3.7.4 | Aspectos da reatância característica e da reatância característica do rotor e aproximação derivada da curva de curto-circuito..... | 43 |
| 3.7.5 | Sobre a livre arbitrariedade da seleção da reatância de dispersão..... | 46 |
| 4 | Parâmetros da máquina síncrona..... | 50 |
| 4.1 | Parâmetros tradicionais da máquina síncrona..... | 50 |
| 4.2 | Curto-circuito trifásico..... | 52 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 4.3 | Parâmetros operacionais | 53 |
| 4.4 | Transformada direta e reversa..... | 55 |
| 4.4.1 | Equacionamento da transformada direta | 56 |
| 4.4.2 | Equacionamento da transformada reversa..... | 59 |
| 5 | Algoritmo de otimização | 68 |
| 5.1 | Computação evolucionária | 68 |
| 5.2 | Otimização por enxame de partículas – PSO..... | 68 |
| 5.2.1 | Descrição do algoritmo PSO | 69 |
| 5.2.2 | Convergência prematura e o algoritmo HPSO (<i>Hybrid Particle Swarm Optimization</i>)..... | 70 |
| 5.3 | Aplicação do HPSO à busca do modelo da máquina síncrona | 71 |
| 5.3.1 | Histórico do desenvolvimento do algoritmo | 72 |
| 5.3.2 | Algoritmo consolidado | 75 |
| 6 | Aplicação e resultados | 79 |
| 6.1 | Resultados obtidos | 79 |
| 6.2 | Análise crítica dos resultados..... | 85 |
| 7 | Conclusão | 94 |
| | Referências bibliográficas | 97 |
| | Apêndice A – Programa principal | 103 |
| | Apêndice B – Função de avaliação (Erro)..... | 110 |
| | Apêndice C – Função de mutação do circuito..... | 113 |
| | Apêndice D – Função de cálculo da transformada direta..... | 114 |

1 Introdução

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) possui em todos estágios – geração, transmissão e distribuição – uma ampla gama de componentes elétricos. O modelamento matemático robusto de um SEP é fundamental para diversos fins, tais como: análise de falhas elétricas, programação do despacho de carga, estudos de estabilidade, planejamento de expansão e modernização do sistema, entre tantos outros. Por mais apurado que seja um modelo matemático, a qualidade do resultado da simulação que utiliza este modelo está intimamente relacionada aos parâmetros que utilizou-se. Surge então a necessidade de métodos de ensaios que possibilitem a obtenção dos parâmetros de equipamentos elétricos.

As máquinas síncronas desempenham um papel de destaque no SEP. Estas máquinas, em conjunto com as turbinas, são responsáveis por converter energia mecânica, proveniente de fontes primárias, em energia elétrica nos sistemas de geração mais utilizados isto é hidráulica e térmica. Embora o parque eólico possua grande parcela de contribuição na geração de energia elétrica e possa ser considerado como uma das principais fontes de energia, as máquinas empregadas nesta aplicação nem sempre são síncronas.

Tão grande quanto a importância das máquinas síncronas para o SEP é a quantidade de pesquisas que tiveram como alvo estas máquinas, bem como técnicas de obtenção de seus parâmetros. Estas pesquisas são contemporâneas ao início da popularização da utilização destas máquinas, que remetem ao século passado. Uma das técnicas mais difundidas e utilizadas para determinação dos parâmetros da máquina síncrona é o ensaio de curto-circuito brusco. Este ensaio consiste em aplicar um curto-circuito subitamente aos terminais da armadura da máquina em rotação nominal e excitada com corrente de campo inferior ao valor em vazio, isto é, com tensão nos terminais abaixo do valor nominal. Os perfis das correntes da armadura são utilizados para se determinar os principais parâmetros que ditam o comportamento da máquina em operação.

Ao se simular com os primeiros modelos de máquina obtinham-se excelentes resultados para as correntes da armadura, no entanto, a mesma qualidade não era observada para a corrente de campo da máquina. Ter o comportamento dos circuitos do rotor bem representado é de fundamental importância quando se deseja dimensionar adequadamente equipamentos que são conectados ao campo, por exemplo: disjuntores de campo de corrente contínua, resistências e circuitos de descarga de campo, resistência de partida para motores síncronos.

A literatura inicialmente atribuía a discrepância na corrente de campo simulada a correntes parasitas induzidas no ferro do rotor. I. M. Canay, autor de diversos artigos relacionados a modelagem de máquinas síncronas, ao estudar o comportamento das correntes parasitas no rotor durante transitórios elétricos concluiu que esta grande discrepância entre simulações e experimentos se deve mais a modelagem do acoplamento mútuo entre os circuitos do rotor do que aos efeitos produzidos pelas correntes parasitas.

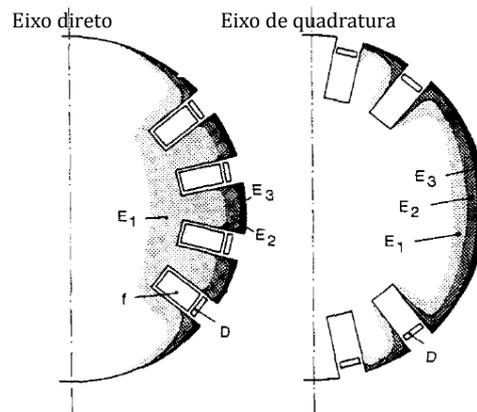


Figura 1.1 - Zonas de indução de correntes parasitas em um rotor de uma máquina de polos lisos [1]

Na Figura 1.1 as áreas E_1 , E_2 e E_3 representam zonas de indução de correntes parasitas com tempos de duração distintos em um determinado transiente, f e D representamos enrolamentos de campo e amortecedor respectivamente. Através de resultados experimentais, ele demonstra que a influência das correntes parasitas pode até mesmo ser desprezada sem perda de qualidade nos resultados. Canay conclui que o acoplamento entre circuitos do rotor ocorre de maneira distinta do que se acreditava. Para simular tal efeito introduziu-se então o conceito de reatância característica, X_c .

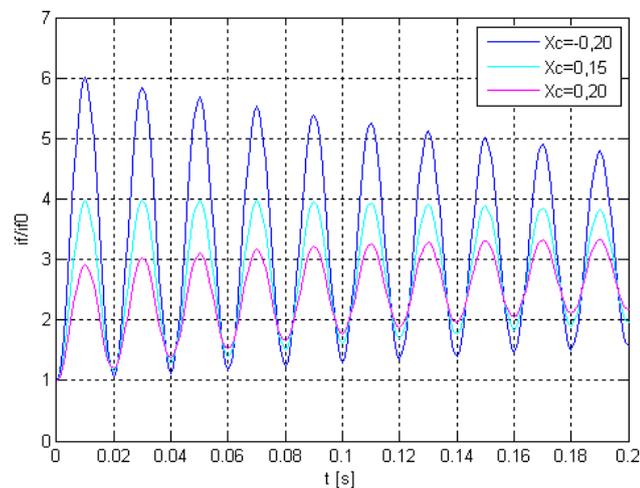


Figura 1.2 – Corrente de campo durante um curto-circuito trifásico calculada para diversas reatâncias características

Esta reatância permite modificar o comportamento das correntes dos circuitos do rotor frente a um transitório elétrico sem modificar o comportamento das correntes da armadura. Na Figura 1.2, por exemplo, demonstra-se como é influenciado o valor da corrente de campo i_f em um curto-circuito para valores distintos da reatância característica. A corrente de campo antes da aplicação do curto-circuito trifásico era mantida em i_{f0} , de forma que os valores exibidos na Figura 1.2 são relativos a esta corrente inicial.

A reatância característica não apresenta nenhum significado físico em si, e por consequência, para adequar o modelo aos acoplamentos tal como proposto por I. M. Canay admite inclusive que lhe seja atribuída valores negativos.

Este trabalho propõe-se a:

1. Revisar os conceitos fundamentais do equacionamento da máquina síncrona, dos circuitos equivalentes e demonstrar como o efeito da reatância característica se insere neste contexto.
2. Compilar informações relevantes sobre os principais artigos relacionados a inclusão da reatância característica no modelo de máquinas síncronas, além de técnicas de determinação desta reatância.
3. Analisar a influência da escolha da matriz de Park e, por consequência, da base que é adotada, no valor da reatância característica.
4. Produzir um programa computacional que determine os parâmetros típicos da máquina síncrona e do circuito equivalente para o eixo direto, inclusive a reatância característica, a partir do ensaio de curto-circuito brusco.

Para o último propósito empregou-se o algoritmo *Hybrid Particle Swarm Optimization* (HPSO). Este algoritmo robusto foi aplicado com sucesso a diversos problemas na área de energia elétrica e, por essa razão, foi escolhido. O circuito equivalente que melhor representa o curto-circuito em questão é obtido a partir de um conjunto de parâmetros aleatórios. Ao simular o curto-circuito (inclusive a corrente de campo) e compará-lo ao resultado do ensaio, todas as soluções convergem gradualmente para a solução que melhor representa o ensaio.

Esta dissertação divide-se em sete capítulos. O capítulo inicial é introdutório. A seguir, no capítulo dois, realiza-se uma revisão bibliográfica de trabalhos que tratam dos modelos de máquina síncrona e do ensaio de curto-circuito brusco.

No terceiro capítulo, Conceitos fundamentais, realiza-se uma extensa revisão do equacionamento da máquina síncrona e da transformada original e modificada de Park. Para as duas matrizes de Park, apresenta-se a representação em sistemas por unidade. Revisa-se

também a teoria de acoplamentos magnéticos a fim de em seguida apresentar a reatância característica definida por Canay. Demonstra-se neste capítulo também que independente da matriz de Park adotada o valor da reatância característica é o mesmo. São apresentados então os circuitos equivalentes que levam em consideração a reatância recém introduzida. Finalmente, apresentam-se aspectos da reatância característica e se discute a aparente livre arbitrariedade na seleção do valor de reatância de dispersão da armadura.

O quarto capítulo, Parâmetros da máquina síncrona, dedica-se a discutir os parâmetros tradicionais da máquina síncrona e do circuito equivalente e a apresentar o equacionamento do curto-circuito brusco. Revisam-se os parâmetros operacionais da máquina, com o intuito de fundamentar as técnicas de transformada direta e transformada reversa propostas por Canay. A transformada direta é uma técnica utilizada para calcular os parâmetros tradicionais da máquina síncrona a partir dos parâmetros do circuito equivalente, enquanto a reversa, como sugere o nome, é utilizada quando se deseja realizar o oposto.

O quinto capítulo, Algoritmo de otimização, inicia-se com uma breve introdução sobre computação evolucionária. Em seguida definem-se os algoritmos PSO e HPSO. O histórico do desenvolvimento registra as dificuldades e os resultados intermediários que moldaram o algoritmo consolidado, que é apresentado ao fim do capítulo.

O sexto capítulo, Aplicação e resultados, é destinado a apresentar resultados provenientes da aplicação do algoritmo consolidado. Neste capítulo o método é aplicado a duas máquinas de polos salientes de grande porte.

O sétimo capítulo é conclusivo. Este capítulo é dedicado a análise dos resultados obtidos, das contribuições deste trabalho e propostas de futuros trabalhos.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Modelos de máquinas síncronas e circuitos equivalentes

A modelagem de máquinas síncronas sempre foi um desafio. O tema foi extensivamente estudado entre 1920 e 1930. Em 1929, Park apresentou as transformadas que possibilitaram dividir o campo girante da máquina em dois eixos, denominados direto e de quadratura. O primeiro é alinhado com o eixo magnético do rotor, enquanto o segundo é defasado noventa graus elétricos. Esta decomposição permite a utilização de parâmetros constantes, isto é, que não variam em função da posição do rotor da máquina em relação a uma dada referência. Isto reduz drasticamente a complexidade matemática do problema de se simular o comportamento das máquinas síncronas. Estes conceitos são de extrema importância e, portanto, devidamente explorados no capítulo 3. O trabalho de Park [2, 3] é uma extensão da teoria proposta por Blondel [4], que já havia sido previamente explorada e expandida por Doherty e Nickle [5].

Os fluxos enlaçados e de dispersão presentes em uma máquina síncrona em operação podem ser representados através de indutâncias conectadas entre si de maneira conveniente. Ao ser submetida a um transitório elétrico, conforme será oportunamente discutido no capítulo 4, o equilíbrio e a magnitude dos fluxos na máquina são afetados e tendem a se estabelecer em um novo ponto de equilíbrio. Durante este processo determinados fluxos mudam de estado mais rapidamente que outros. Para inserção desta característica é necessário se incluir resistências em associação as indutâncias. Denomina-se esta representação, na qual diversas indutâncias e resistências são conectadas, de circuito equivalente.

A complexidade e forma do circuito equivalente varia em função do fenômeno que se deseja estudar. Segundo Dado et alii [6], os modelos de máquinas podem ser divididos para estudos em quatro categorias distintas:

- a. Curto-circuito, faltas e estudos de proteção.
- b. Estudo de estabilidade não linear e em grandes distúrbios.
- c. Estudo de estabilidade linear com pequenos distúrbios.
- d. Estudos de ressonância subsíncrona.

Independentemente da complexidade, a construção de um circuito equivalente está intrinsicamente relacionada a escolha de uma base recíproca. A reciprocidade de uma base reside, entre outros fatores, em se adotar valores de corrente e tensão para cada um dos enrolamentos da máquina de maneira que a potência de base seja igual para todos os

enrolamentos. Para que seja recíproca, a base de um circuito equivalente composto de um enrolamento de campo e um amortecedor deve necessariamente atender (2.1).

$$3e_B i_B = e_{fB} i_{fB} = e_{DB} i_{DB} \quad (2.1)$$

Na equação (2.1) e_B , e_{fB} e e_{DB} representam as tensões de base para os enrolamentos de armadura, campo e amortecedor respectivamente enquanto i_B , i_{fB} e i_{DB} representam as bases para as correntes para os mesmos enrolamentos. Usualmente definem-se os valores nominais da armadura como base e a seguir se determina a base dos demais enrolamentos em função desta. Note que, em um primeiro momento, origina-se a possibilidade de se obter infinitas bases e, por consequência, infinitos circuitos equivalentes distintos. Estes últimos poderiam ainda ter infinitas topologias diferentes e ainda assim atender ao critério imposto por (2.1).

É possível adicionar critérios de seleção com o intuito de reduzir o grau de liberdade na escolha das bases. Em 1945 Rankin define em [7, 8] critérios restritivos que dão origem ao “sistema de base L_{ad} ”. Este sistema de base permite que a indutância mútua em sistema por unidade de todos os enrolamentos seja a mesma. Os circuitos equivalentes oriundos da utilização desta base, apresentados na Figura 2.1, são sem dúvida os mais utilizados historicamente.

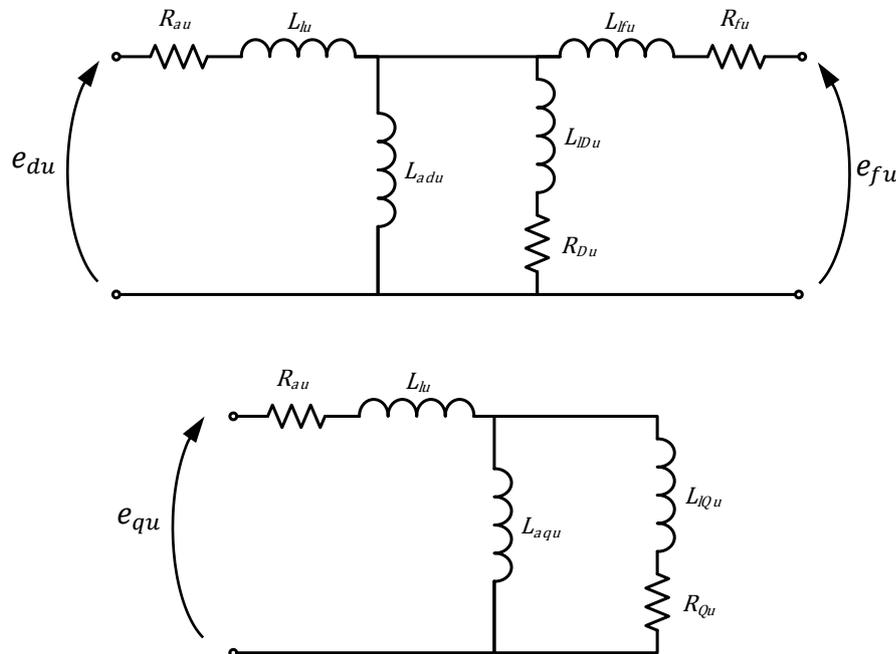


Figura 2.1 - Circuitos equivalentes da máquina síncrona com a base L_{ad} para o eixo d (acima) e eixo q (abaixo)

As tensões do eixo direto, de campo e de quadratura são expressas por e_{du} , e_{fu} e e_{qu} respectivamente. A parcela de acoplamento das reatâncias dos eixos direto e de quadratura são representadas por L_{adu} e L_{aqu} , enquanto as parcelas de dispersão do enrolamento de armadura, de campo e amortecedores de eixo direto e de quadratura são expressas por L_{lu} , L_{lfu} , L_{ldu} e L_{lqu} . As resistências dos enrolamentos de armadura, do amortecedor do eixo direto, de quadratura e do enrolamento de campo são dadas por R_{au} , R_{Du} , R_{Qu} e R_{fu} , respectivamente.

Em 1969 Jackson e Winchester apresentam um modelo altamente complexo, cuja finalidade era cobrir uma ampla faixa de frequência. Para isso introduz-se no modelo diversos ramos condutores de para representar as correntes parasitas induzidas no eixo da máquina [9].

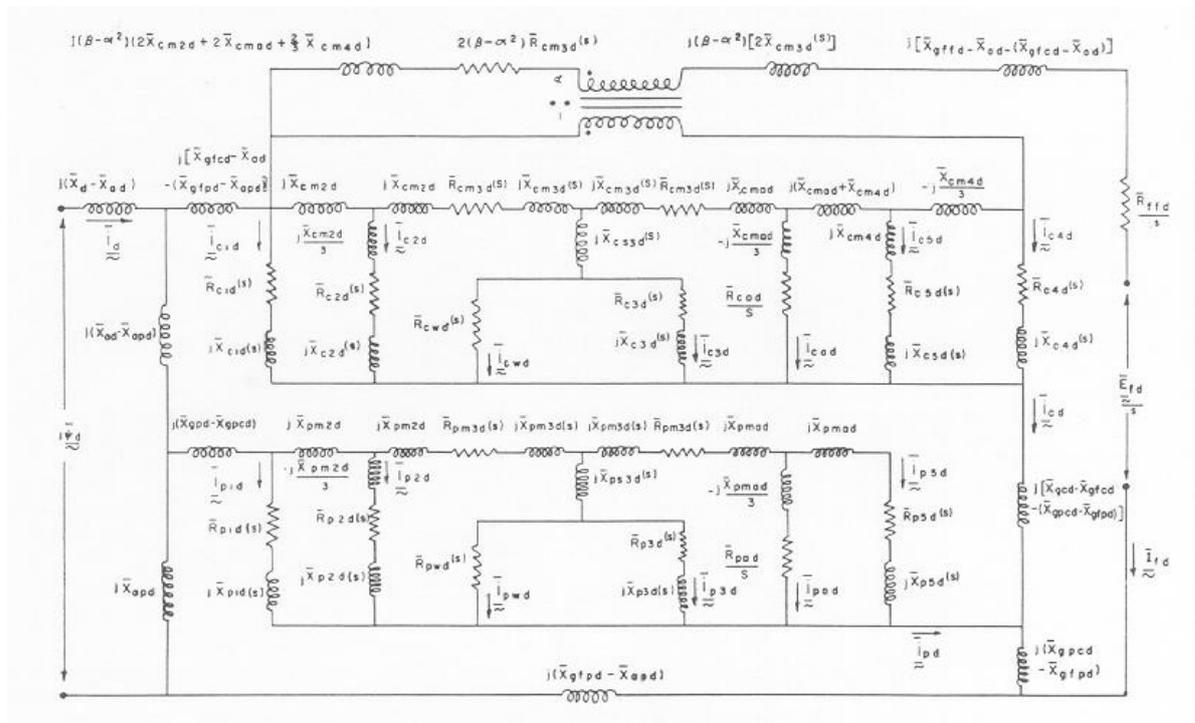


Figura 2.2 – Circuito para o eixo direto de Jackson e Winchester [5]

Não se detalhará aqui os coeficientes do circuito equivalente expostos na Figura 2.2, haja vista que o intuito de expô-lo é exclusivamente caracterizar o grau de complexidade que se pode atingir ao tentar-se representar os caminhos das correntes parasitas induzidas no eixo do rotor.

Ainda em 1969 I. M. Canay apresenta a teoria [10] que será amplamente debatida no capítulo 3.7. Nesta teoria Canay, que também tinha como finalidade modelar correntes parasitas no rotor com o intuito de corrigir discrepâncias no comportamento transitório da corrente de campo, conclui que mais importante que modelar tais correntes é incluir o efeito da indutância mútua exclusiva entre circuitos do rotor na modelagem.

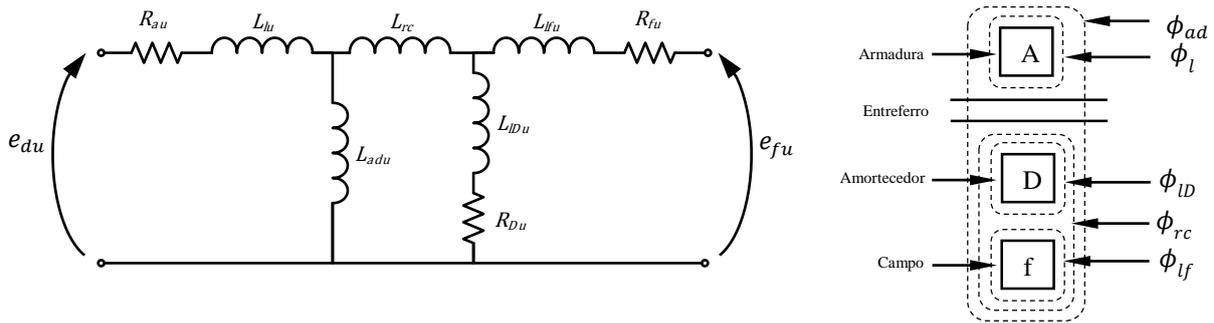


Figura 2.3 – Circuito equivalente no eixo direto (com um enrolamento amortecedor) proposto por I. M. Canay em [10] e esquematização dos fluxos enlaçados.

Na Figura 2.3 a indutância característica do rotor L_{rc} é incluída no circuito equivalente do eixo direto afim de se incluir a parcela de dispersão ϕ_{rc} do enrolamento de campo que enlaça o enrolamento de amortecedor. O fluxo no entreferro é expresso por ϕ_{ad} , e os de dispersão dos enrolamentos da armadura, de campo e amortecedor no eixo direto são expressos por ϕ_l , ϕ_{lf} e ϕ_{ld} . Conforme será detalhado no capítulo 3.7, a linha de fluxo ϕ_{rc} acaba por fortalecer o acoplamento entre o enrolamento de campo e amortecedor no caso de máquinas de lisos, o que exerce grande influência no comportamento das correntes induzidas nestes enrolamentos em regime transitório e subtransitário. As máquinas de polos salientes por sua vez, devido a geometria dos polos, promove o enfraquecimento do acoplamento entre enrolamentos do rotor, o que também impacta no comportamento destas correntes.

Em 1974 P. L. Dandeno et al. [11] comparam os modelos e técnicas disponíveis até então através de simulações e análise de resultados obtidos. Provou-se, entre outros, os modelos: não linear, não linear sem os termos mocionais (vide item 3.3) e o linearizado considerando inclusive o efeito da saturação. O objetivo era determinar pontos de convergência e divergência entre modelos e possíveis melhorias, em especial de performance computacional. Entre os resultados destacou-se a necessidade de uma melhor representação da saturação e de técnicas de obtenção de parâmetros derivadas de ensaios de resposta em frequência de melhor qualidade. Parte destas demandas foram atendidas quatro anos após, por S.D. Umans et al. [12, 13]. Neste conjunto de publicações uma técnica mais apurada de obtenção dos parâmetros do circuito equivalente de máquinas de rotor cilíndrico é proposta e testada.

Na década de 80, uma técnica de cálculo dos parâmetros do circuito equivalente diretamente dos dados de máquinas obtidos do ensaio de curto-circuito é postulada por Canay [14]. A vantagem desta técnica em relação às existentes é que simplificações tais como a bem conhecida (2.2) não são empregadas.

$$T'_{d0} = \frac{X_d}{X'_d} T'_d = T_f \quad (2.2)$$

Na equação (2.2) as reatâncias de eixo direto de regime permanente e transitória são expressas por X_d e X'_d respectivamente. As constantes de tempo transitória do eixo direto com terminais em curto, em vazio e a constante de tempo do enrolamento de campo são T'_d , T'_{d0} e T_f .

Em 1991 o IEEE publica a primeira padronização dos modelos de máquina síncrona com finalidade de aplicação a estudos de estabilidade [15] (atualmente última revisão desta norma data de 2001). Os modelos padronizados empregam a notação “Modelo X.Y”, onde X representa a quantidade de enrolamentos no eixo direto e Y no eixo de quadratura. A norma define oito modelos padrão de distintos graus de complexidade, que variam do Modelo 0.0 ao Modelo 3.3 a serem empregados para distintas finalidades.

Dois anos mais tarde Canay apresenta em [1, 16], além de um novo método de ajuste de curva resultante do ensaio em frequência, uma técnica extremamente robusta de conversão de parâmetros característicos de máquina em parâmetros do circuito equivalente e vice e versa. Essas técnicas dispensam aproximações de qualquer natureza e serão detalhadas no item 4.4, tendo em vista que são justamente estes os métodos utilizados neste trabalho. As técnicas são denominadas transformada direta e reversa.

Ainda em 1993, I. M. Canay apresenta também os circuitos equivalentes que buscam representar a característica polinomial do rotor. Estes circuitos possuem a mesma quantidade de indutâncias mútuas exclusivas entre enrolamentos que a ordem do circuito requiera.

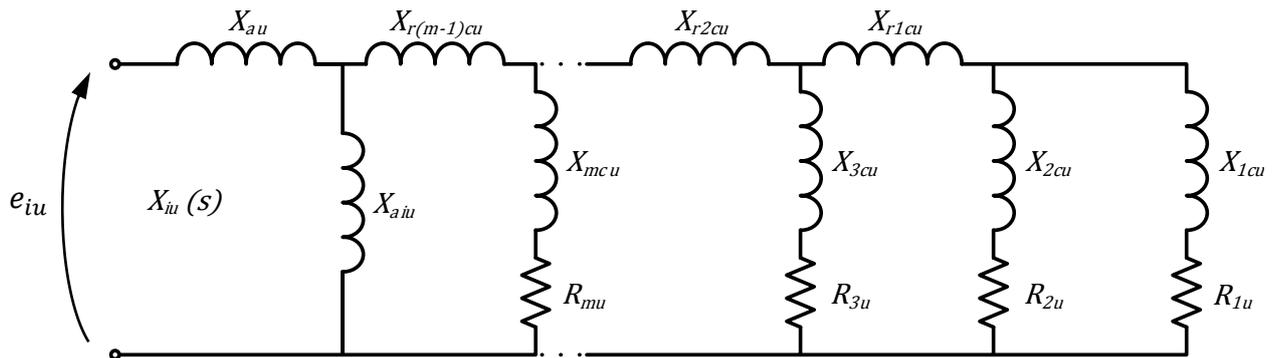


Figura 2.4 – Circuito equivalente para representação da característica polinomial do rotor

Na Figura 2.4 a parcela de acoplamento e de dispersão do enrolamento “i” é são expressas respectivamente por X_{aiu} e X_{au} . Cada um dos “m” circuitos do rotor possuem resistência e indutância de dispersão representados pelos termos R_{mu} e X_{mcu} . As parcelas de acoplamento de fluxos exclusivos entre os “m” circuitos são incluídas no circuito através dos elementos $X_{r(m-1)cu}$ ao X_{r1cu} .

Em 1996 I. Kamwa et al. sistematizam equações para transformar em matrizes de estado e matrizes de admitâncias os circuitos equivalentes com múltiplos circuitos nos rotores para serem aplicados diretamente em programas de estabilidade [17].

Com o intuito de suprimir a necessidade de determinar parâmetros do circuito equivalente para realização de simulações D. C. Aliprantis et al. apresentam em 2005 [18, 19] um novo modelo no qual os múltiplos circuitos do rotor são substituídos por uma função de transferência que é obtida diretamente da curva de resposta do ensaio de frequência, tanto para o eixo direto quanto o de quadratura. O modelo apresenta ainda uma técnica de saturação cruzada entre os dois eixos.

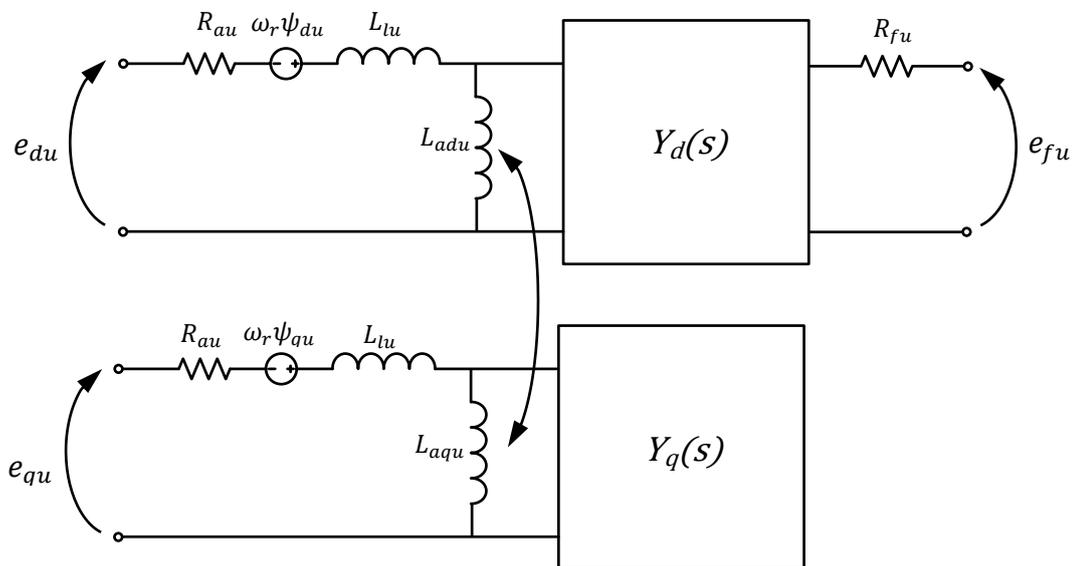


Figura 2.5 – Circuito equivalente com circuitos do rotor representados por funções de transferência e saturação cruzada entre eixos

Na Figura 2.5 o fluxo enlaçado dos enrolamentos de eixo direto e de quadratura são respectivamente ψ_{du} e ψ_{qu} . A velocidade angular elétrica do rotor é dada por ω_r . As indutâncias de dispersão dos circuitos do rotor e suas resistências (exceto a de campo) são suprimidas do modelo. Em substituição a estes elementos inclui-se nos modelos as funções de transferência $Y_d(s)$ e $Y_q(s)$.

Técnicas de determinação de parâmetros de circuitos equivalentes de meia ordem são apresentadas em 2006 em [20]. Os circuitos de meia ordem utilizam valores complexos de resistências para simular fenômenos como correntes parasitas e o efeito pelicular. Análises desta natureza não fazem parte do escopo deste trabalho. O circuitos equivalentes oriundos desta modelagem são expostos na Figura 2.6, onde, L_{ndu} , L_{nqu} , R_{ndu} e R_{nqu} são as indutâncias

de dispersão e resistências do “n-ésimo” enrolamento amortecedor para eixos diretos e de quadratura e ω_{nd} e ω_{nq} são as frequências de corte dos “n-ésimos” elementos amortecedores.

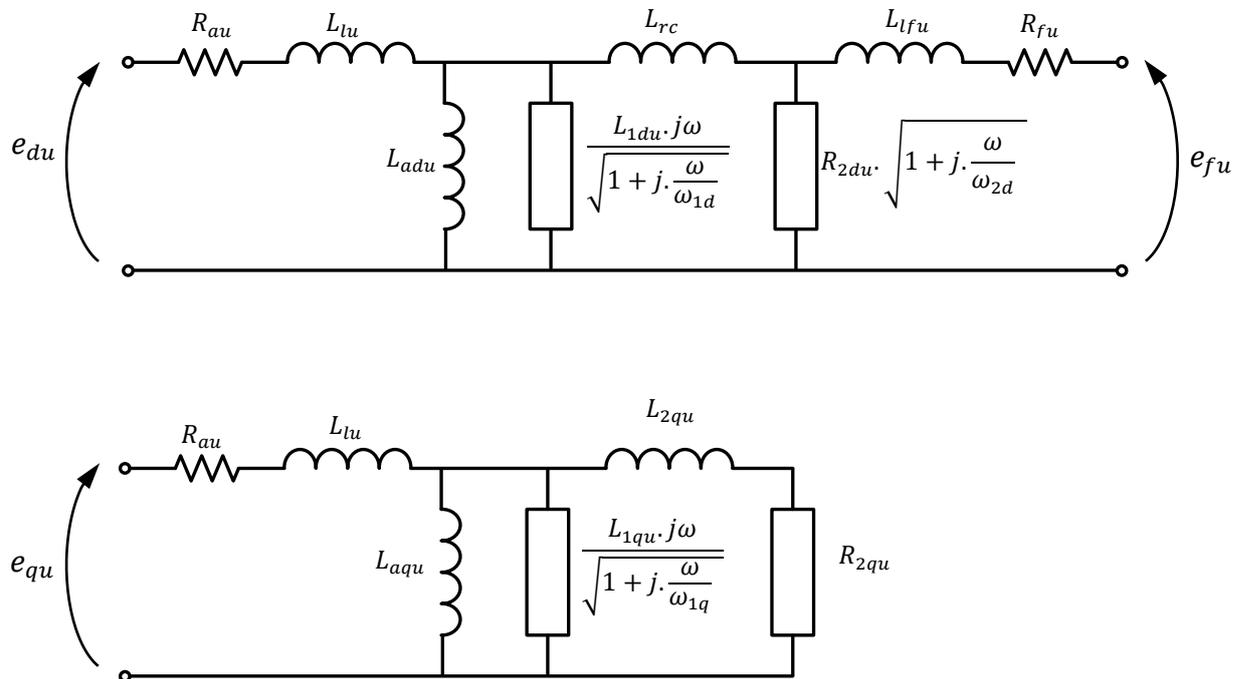


Figura 2.6 - Circuitos equivalentes de meia ordem.

Já em 2007 os modelos utilizados em pacotes de programas de análise de transitórios eletromagnéticos – dq0, tensão atrás de reatância e no domínio das fases – são comparados entre si em [21]. A conclusão é que a aplicação destes modelos resulta em bons resultados ao se analisar eventos desbalanceados (no domínio do tempo) se o intervalo de tempo for suficientemente pequeno.

Recentemente esforços têm sido realizados com a finalidade de se estabelecer métodos de interface entre modelos utilizados em programas de transitórios eletromagnéticos, que são baseados em equacionamentos nodais para permitir solução numérica eficiente, com modelos utilizados em programas baseados em variáveis de estado, como o Simulink [22, 23].

2.2 Ensaio de curto-circuito

O ensaio de curto-circuito brusco é indubitavelmente o método de obtenção de parâmetros mais antigo e experimentado.

Os primeiros estudos da aplicação deste método com intuito de obtenção dos parâmetros de máquina síncrona datam do início do século XX. Shirley [24], Doherty [25] e Laffon [26, 27] foram pioneiros, enquanto Park e Robertson [28], Wright [29] e Kuyper [30] trazem grandes

contribuições ao sistematizar procedimentos, ao empregar os recém desenvolvidos oscilógrafos automáticos e com a divulgação do ensaio.

Em 1945 [31] o método é normatizado pela primeira vez. As principais normas vigentes [32, 33, 34] definem os procedimentos de realização do ensaio bem como o tratamento dos dados obtidos. O ensaio consiste em aplicar um curto-circuito aos terminais da máquina em rotação nominal e excitada de maneira que a tensão nos terminais esteja em um valor abaixo do valor nominal, tipicamente em torno de 50% a 60%. O valor eficaz desta tensão é designado como E_0 . Assim que o curto-circuito é aplicado a tensão nos terminais vai imediatamente a zero, e correntes passam a circular nos enrolamentos da armadura. O comportamento típico apresentado pela corrente é observado na Figura 2.7.

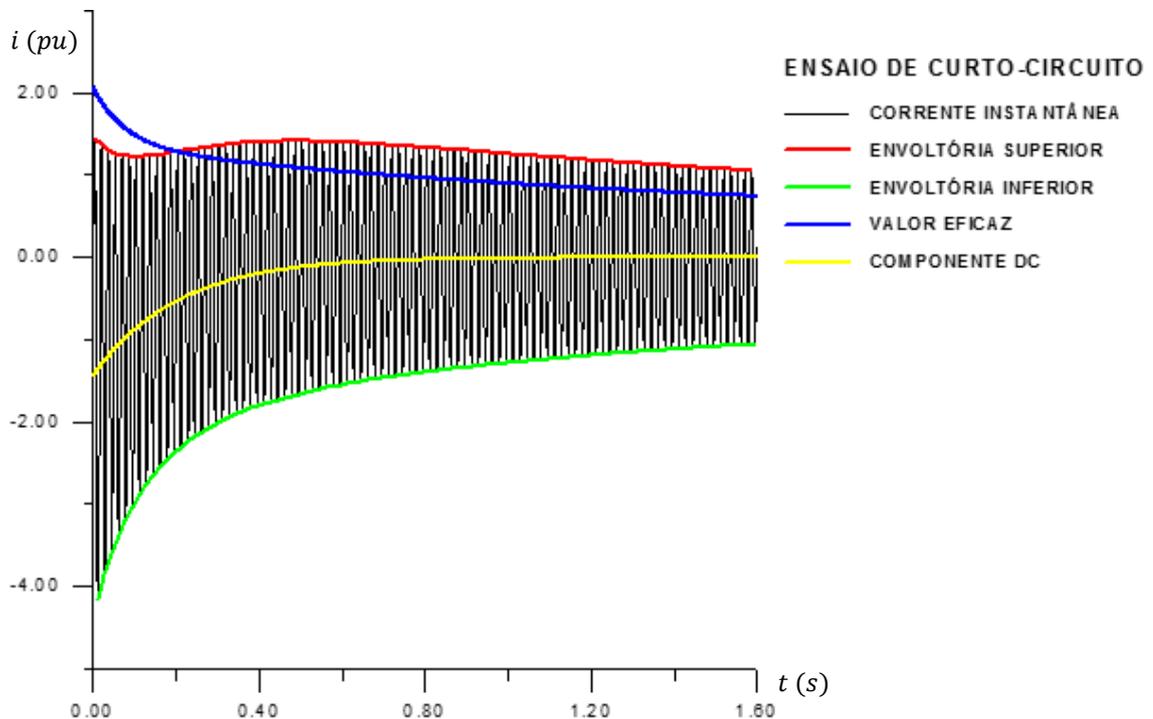


Figura 2.7 – Corrente de uma fase durante o ensaio de curto-circuito trifásico simétrico sem neutro.

Extrai-se de cada uma das fases as envoltórias superior e inferior da corrente. Através destas envoltórias calcula-se o valor da corrente eficaz. Desprezando-se a resistência dos enrolamentos de armadura, o comportamento da corrente eficaz das fases no transcorrer do tempo, i_{ef} , é dado por:

$$i_{ef} = E_0 \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{\left(\frac{-t}{T'_d} \right)} + \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{\left(\frac{-t}{T''_d} \right)} \right] \quad (2.3)$$

Na equação (2.2) a reatância de regime permanente do eixo direto é designada por X_d . As reatâncias em regime transitório e subtransitório para o eixo direto e as suas respectivas constantes de tempo com terminais em curto-circuito são designadas por X'_d , X''_d , T'_d e T''_d .

O comportamento típico da corrente eficaz i_{ef} é apresentado na Figura 2.8. Ao se determinar os valores absolutos expressos pelas variáveis auxiliares B_1 , B_2 , e B_3 , as reatâncias do eixo direto podem ser calculadas através das equações (2.4) a (2.6). Estas mesmas variáveis podem ser utilizadas para a determinação das constantes de tempo em regime de curto-circuito para o eixo direto diretamente através de análise gráfica.

$$X_d = \frac{E_0}{B_1} \quad (2.4)$$

$$X'_d = \frac{E_0}{B_2} \quad (2.5)$$

$$X''_d = \frac{E_0}{B_3} \quad (2.6)$$

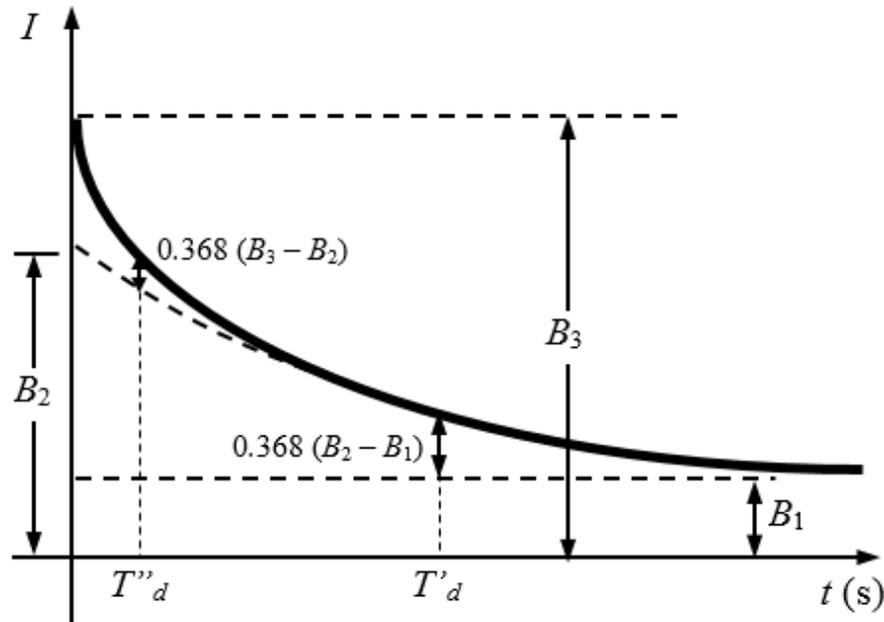


Figura 2.8 - Corrente eficaz do ensaio de curto-circuito

Harrington e Whittlese [35] são os primeiros a empregar técnicas computacionais para a obtenção dos parâmetros a partir dos resultados obtidos do ensaio.

Kamwa et al. [36, 37] e Bortoni [38, 39] apresentam a aplicação de pacotes computacionais à análise dos ensaios.

Uma série de métodos foram propostos com o fim de obter os parâmetros do circuito da máquina síncrona através dos ensaios de curto-circuito, como por exemplo [40, 41]. Em [42] os autores propõem um método similar ao proposto neste trabalho. Os parâmetros tradicionais de uma máquina são determinados através do algoritmo de otimização de enxames. No entanto,

os parâmetros tradicionais das máquinas são exclusivamente os resultados obtidos e a corrente induzida no rotor é desprezada.

É imprescindível que a corrente induzida no rotor seja levada em consideração quando se deseja incorporar o comportamento mútuo exclusivo dos circuitos do rotor. Canay propõe uma técnica iterativa de determinação da reatância característica a partir da corrente induzida em [14]. A técnica pode no entanto ser simplificada e reduzida a poucas equações de aplicação imediato conforme detalhado oportunamente no item 3.7.4.

3 Conceitos fundamentais

3.1 Força magneto motriz e o campo girante

A máquina síncrona assim é denominada por ter a rotação de seu eixo em sincronia com a Força Magneto Motriz, ou FMM, criada pelos enrolamentos da armadura quando conectada a uma rede polifásica. Observa-se na Figura 3.1 a FMM produzida por uma única espira conduzindo corrente, cujo fluxo incide sobre a superfície de um entreferro de uma máquina de polos lisos. Para efeito ilustrativo, vê-se o corte da seção transversal da máquina estendido linearmente.

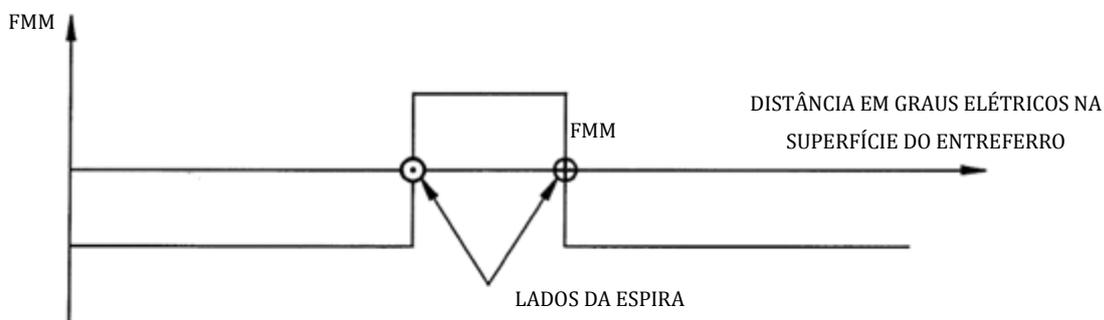


Figura 3.1 – FMM produzida por uma única espira [43]

Ao se adicionar mais espiras, formando assim um enrolamento, a forma da FMM é alterada. De retangular passa a apresentar forma sinusoidal.

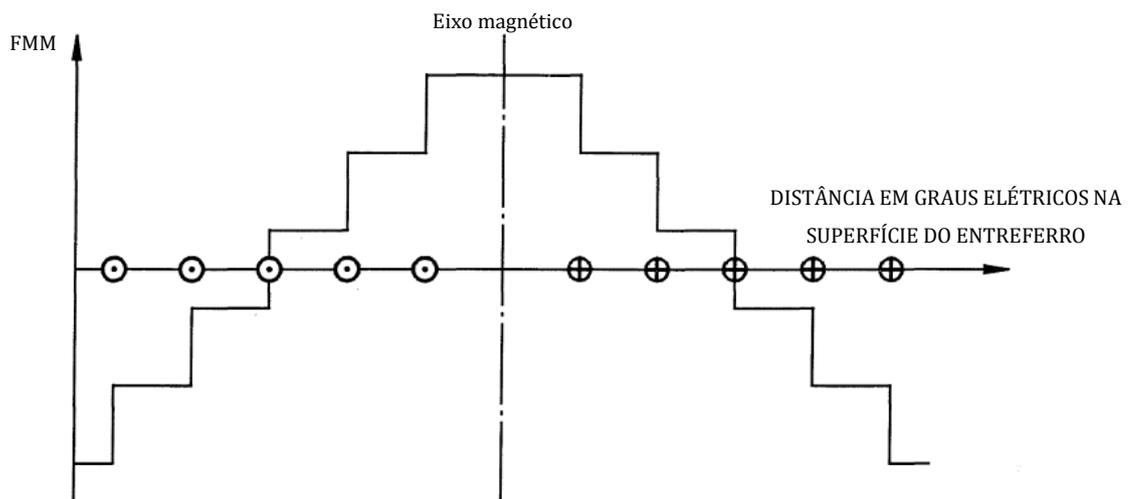


Figura 3.2 – Forma de onda da FMM produzida por diversas espiras [43]

As máquinas de indução síncronas e assíncronas trifásicas são concebidas de forma que o enrolamento de cada fase da armadura, ao serem percorridos por correntes alternadas senoidais,

criam individualmente uma FMM de forma semelhante à senoidal distribuída no espaço, estacionária e pulsante no tempo. Isto é, sua amplitude varia a cada instante, porém o eixo magnético desta FMM não muda de posição. Ao se somar o efeito das três ondas pulsantes defasadas de 120° no espaço e percorridas por correntes defasadas 120° no tempo, uma de cada fase, o resultado é uma FMM cujo formato também se assemelha ao senoidal, porém que se desloca no tempo, ou seja, não é uma onda estacionária e sim uma onda viajante. A esta FMM dá-se o nome de campo girante, ou ainda força magneto motriz no entreferro.

Apesar da FMM no entreferro não ser senoidal, a teoria dos dois eixos apresentada no 0 assim a considera. A razão desta teoria apresentar bons resultados é que os enrolamentos reagem somente a componente fundamental da onda de FMM no entreferro [44]. O efeito das harmônicas é levado em conta na reatância de dispersão do enrolamento.

3.2 Equacionamento da máquina síncrona ideal

O arranjo na Figura 3.3 representa os enrolamentos de uma máquina síncrona ideal.

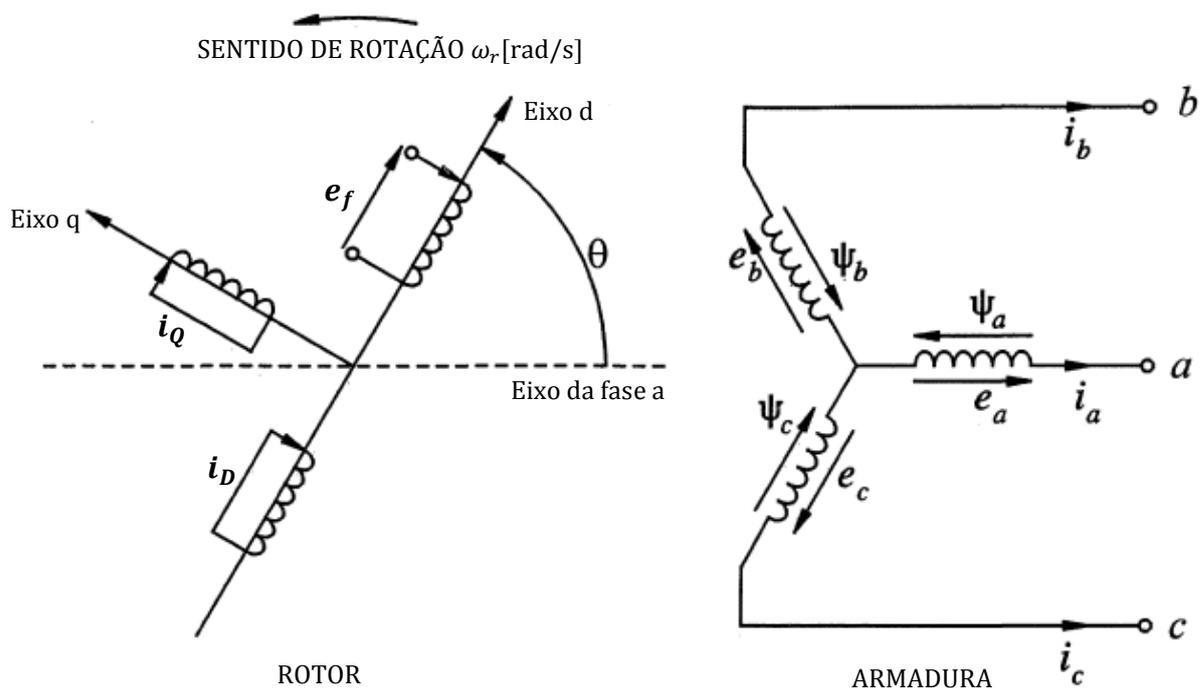


Figura 3.3 – Rotor e armadura da máquina síncrona [43]

Na Figura 3.3, as tensões instantâneas fases entre fase e neutro dos enrolamentos da armadura são designadas como e_a , e_b e e_c . As correntes das fases instantâneas destes mesmos enrolamentos são i_a , i_b e i_c bem como os fluxos enlaçado em cada um deles é ψ_a , ψ_b e ψ_c . O

ângulo θ determina a posição do rotor com relação a fase a da armadura, que se desloca a uma velocidade angular de ω_r . Representa-se também dois eixos o direto (eixo d) e o de quadratura (eixo q). O primeiro está alinhado magneticamente com enrolamento de campo – que é alimentado por uma tensão instantânea e_f – enquanto o segundo eixo posiciona-se 90° elétricos adiantado. Alguns autores, por exemplo [45], preferem adotar o eixo q atrasado, o que não altera qualitativamente a análise. Nestes eixos está dividida a corrente do enrolamento amortecedor em dois circuitos curto-circuitados. Conforme adiantou-se no capítulo anterior, mais de um enrolamento amortecedor por eixo pode ser considerado, dependendo do tipo de análise que se deseja realizar [43]. Em geral dois enrolamentos amortecedores no eixo de quadratura e um no eixo direto é suficiente para máquinas de polos lisos e máquinas com polos salientes sólidos [46]. Para máquinas de polos salientes com polos laminados um enrolamento no eixo de quadratura e um no eixo direto é suficiente [15]. O foco deste estudo será o modelo com um enrolamento em cada eixo somente. A corrente instantânea destes enrolamentos são representadas pelos termos i_D e i_Q , para o amortecedor do eixo direto e de quadratura respectivamente.

Ao se equacionar o comportamento da máquina síncrona ideal, algumas considerações devem ser levadas em conta:

- A distribuição dos enrolamentos da armadura é tal que permite a formação de FMM sinusoidal no entreferro, conforme já explicado no item 3.1;
- As ranhuras da armadura não causam alterações significativas nas permeâncias do fluxo magnético do rotor;
- A princípio os efeitos de histerese e saturação são desconsiderados.

As tensões instantâneas nos enrolamentos da armadura são dadas por:

$$e_a = -R_a i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \quad (3.1)$$

$$e_b = -R_a i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \quad (3.2)$$

$$e_c = -R_a i_c + \frac{d\psi_c}{dt} \quad (3.3)$$

E os fluxos enlaçados resultantes na fases:

$$\psi_a = -l_{aa}i_a - l_{ab}i_b - l_{ac}i_c + l_{af}i_f + l_{aD}i_D + l_{aQ}i_Q \quad (3.4)$$

$$\psi_b = -l_{ba}i_a - l_{bb}i_b - l_{bc}i_c + l_{af}i_f + l_{aD}i_D + l_{aQ}i_Q \quad (3.5)$$

$$\psi_c = -l_{ca}i_a - l_{cb}i_b - l_{cc}i_c + l_{af}i_f + l_{aD}i_D + l_{aQ}i_Q \quad (3.6)$$

Nas equações (3.4) a (3.6) todas as indutâncias são variáveis em função da posição do rotor, sendo que a indutância própria das fases a, b e c são dadas por l_{aa} , l_{bb} e l_{cc} . As indutâncias mútuas da fase a com os demais fases são l_{ab} e l_{ac} . As indutâncias mútuas da fase b para as demais são l_{ba} e l_{bc} e finalmente para a fase c são l_{ca} e l_{cb} . Todas as fases acoplam-se ao enrolamento de campo, amortecedor do eixo direto e de quadratura através das reatâncias l_{af} , l_{ad} e l_{aq} respectivamente. O sinal negativo dos três primeiros termos de cada uma destas equações deve-se ao sentido adotado para as correntes da armadura.

As indutâncias próprias dos enrolamentos da armadura podem ser definidas como a divisão da tensão de uma das fases por sua corrente em determinado instante, com as demais correntes nulas. Esta indutância será diretamente proporcional a permeância para a componente fundamental da FMM resultante. Nota-se que quando alinhada com o eixo magnético da fase, esta permeância tem valor máximo, e quando a 90° tem valor mínimo. Adota-se $\theta = 0^\circ$ no instante em que o eixo magnético do enrolamento de campo, por consequência o eixo d, está em linha com o eixo magnético da fase a.

Uma vez que as fases são defasadas 120° no espaço e têm características idênticas, define-se que:

$$l_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta) \quad (3.7)$$

$$l_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.8)$$

$$l_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.9)$$

O termo L_{aa0} corresponde a parcela contínua das reatâncias próprias do enrolamento. O termo L_{aa2} é a amplitude da parcela dependente da posição do rotor.

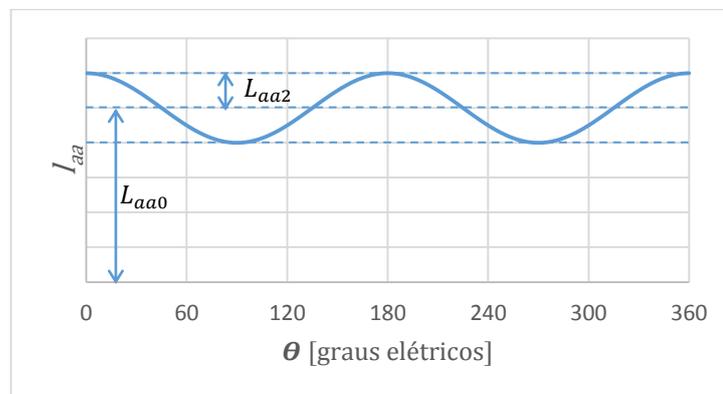


Figura 3.4 – Indutância própria da fase a

As indutâncias mútuas entre as bobinas da armadura são obtidas de maneira similar. São negativas, uma vez que a corrente de uma fase tende a desmagnetizar a outra.

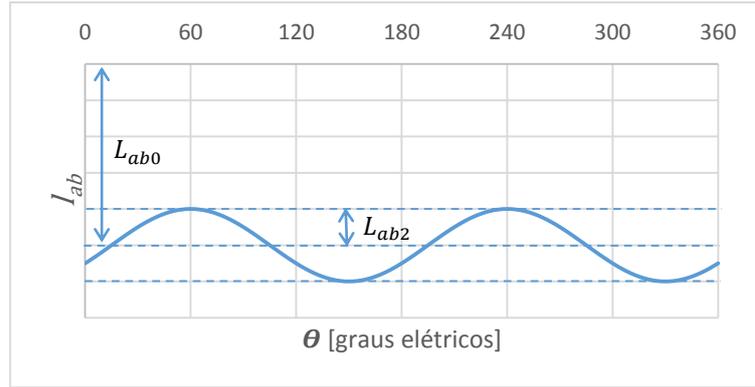


Figura 3.5 – Indutância mútua entre a fase a e fase b

Assim como as indutâncias próprias, as indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase é composta de uma parcela contínua L_{ab0} e uma segunda variável em função da posição do rotor cuja amplitude é L_{ab2} :

$$l_{ab} = l_{ba} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (3.10)$$

$$l_{bc} = l_{cb} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos(2\theta - \pi) \quad (3.11)$$

$$l_{ac} = l_{ca} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad (3.12)$$

Se desconsiderada a variação da permeância devido as ranhuras da armadura, o acoplamento entre armadura e enrolamentos de campo ocorre devido ao movimento relativo entre eles, de forma que:

$$l_{af} = L_{af} \cos(\theta) \quad (3.13)$$

$$l_{aD} = L_{aD} \cos(\theta) \quad (3.14)$$

$$l_{aQ} = L_{aQ} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -L_{aQ} \sin(\theta) \quad (3.15)$$

Para a fase b, θ deve ser substituído por $\theta + 2\pi/3$ e na fase c por $\theta - 2\pi/3$. Ao contrário das indutâncias mútuas dos enrolamentos da armadura, as parcelas mútuas entre armadura ao circuitos do rotor são compostas unicamente de um termo variável. O valor máximo de amplitude destas indutâncias são L_{af} para a indutância mútua da armadura e o enrolamento de campo e L_{aD} e L_{aQ} para os enrolamentos amortecedores de eixo direto e de quadratura.

Em [43] pode-se encontrar uma excelente descrição e dedução matemática das indutâncias próprias e mútuas.

Substituindo as equações (3.7) a (3.15) em (3.4) os fluxos enlaçados na fase a resultam em:

$$\begin{aligned}
\psi_a = & -i_a[L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta)] + i_b \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
& + i_c \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] + i_f L_{af} \cos(\theta) \\
& + i_D L_{aD} \cos(\theta) - i_Q L_{aQ} \sin(\theta)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

De maneira similar, para as demais fases tem-se:

$$\begin{aligned}
\psi_b = & i_a \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] - i_b \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
& + i_c [L_{ab0} + L_{ab2} \cos(2\theta - \pi)] + i_f L_{af} \cos(\theta) \\
& + i_D L_{aD} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - i_Q L_{aQ} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}
\psi_c = & i_a \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] + i_b [L_{ab0} + L_{ab2} \cos(2\theta - \pi)] \\
& - i_c \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] + i_f L_{af} \cos(\theta) \\
& + i_D L_{aD} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - i_Q L_{aQ} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Já para os circuitos do rotor tem-se:

$$e_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \tag{3.19}$$

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \tag{3.20}$$

$$0 = R_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \tag{3.21}$$

Uma vez que a distância entre rotor e armadura é fixa, independentemente da posição do rotor e, também, devido desprezar-se variações na permeância ocasionadas pelas ranhuras da armadura, as indutâncias mútuas entre enrolamentos do rotor e as indutâncias próprias são fixas. No entanto, a indutância mútua entre enrolamentos do rotor e da armadura varia em função da posição do rotor, portanto os fluxos enlaçados no rotor são:

$$\psi_f = L_{ff} i_f + L_{fD} i_D - L_{fa} \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \tag{3.22}$$

$$\psi_D = L_{Df} i_f + L_{DD} i_D - L_{Da} \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \tag{3.23}$$

$$\psi_Q = L_{QQ} i_Q + L_{Qa} \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \tag{3.24}$$

As indutâncias próprias de cada um dos enrolamentos são L_{ff} , L_{DD} e L_{QQ} . Os circuitos do rotor no eixo direto acoplam-se mutuamente através das indutâncias L_{fD} e L_{Df} e com a

armadura através de L_{fa} e L_{Da} . O circuito do amortecedor do eixo de quadratura acopla-se a armadura através da indutância L_{Qa} .

3.3 Teoria dos dois eixos e a transformada de Park

A solução do sistema de equações propostas no item anterior é de extrema complexidade, em grande parte devido aos termos das indutâncias serem variáveis em função da posição do rotor. A transformada de Park (também conhecida por transformada dq0), foi batizada assim em homenagem a R. H. Park, autor que desenvolveu os conceitos nos quais a transformada se baseia [2, 3]. A ideia central desta teoria parte do fato que a onda de FMM do entreferro pode ser decomposta em duas componentes perpendiculares, ou seja, nos eixos direto e de quadratura. As permeâncias a que se sujeitam estas duas componentes não variam em função da posição do rotor, o que simplifica demasiadamente a solução das equações da máquina síncrona.

Definem-se:

$$i_d = k_d \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (3.25)$$

$$i_q = -k_q \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (3.26)$$

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) \quad (3.27)$$

As correntes i_d e i_q nada mais são do que a projeção das correntes da armadura sobre os eixos direto e de quadratura, respectivamente. Para que os picos das correntes i_d e i_q assumam valores idênticos aos picos das correntes da armadura, os coeficientes k_d e $-k_q$ serão iguais a $2/3$ [43]. Este é o mesmo valor proposto por Park originalmente. Alguns autores adotam outros valores para estes coeficientes. Vantagens e desvantagens dos dois principais valores adotados, serão discutidos no item 3.4.

As correntes do eixo direto e de quadratura produzem o efeito do fluxo da FMM do entreferro. A terceira corrente, definida como i_0 , que é a corrente de sequência zero não deve produzir campo algum no entreferro. Sua introdução é um artifício matemático para que três correntes de armadura resultem em três correntes após a transformada. Em condições balanceadas de carga a soma das correntes é nula, logo a corrente de sequência zero também será.

Abaixo representa-se a transformada de grandezas no sistema de referência abc para grandezas no sistema de referência dq0 de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

A transformada inversa é expressa por:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Utilizando a matriz da transformada (3.28) e as equações (3.16), (3.17) e (3.18), os fluxos enlaçados em coordenadas dq0, isto é, ψ_d, ψ_q e ψ_0 podem ser escritos da seguinte maneira:

$$\psi_d = -\left(L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_{ab2}\right)i_d + L_{af}i_f + L_{fD}i_D \quad (3.30)$$

$$\psi_q = -\left(L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_{ab2}\right)i_q + L_{aQ}i_Q \quad (3.31)$$

$$\psi_0 = -(L_{aa0} - 2L_{ab0})i_0 \quad (3.32)$$

Por definição:

$$L_d = L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_{ab2} \quad (3.33)$$

$$L_q = L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_{ab2} \quad (3.34)$$

$$L_0 = L_{aa0} - 2L_{ab0} \quad (3.35)$$

Conforme exposto anteriormente, pode se observar que estas indutâncias de eixo direto L_d , de quadratura L_q e de sequência zero L_0 não variam em função da posição do rotor. As equações de fluxo são reescritas da seguinte forma:

$$\psi_d = -L_d i_d + L_{af} i_f + L_{aD} i_D \quad (3.36)$$

$$\psi_q = -L_q i_q + L_{aQ} i_Q \quad (3.37)$$

$$\psi_0 = -L_0 i_0 \quad (3.38)$$

Os fluxos do enrolamento de campo, do amortecedor do eixo direto e de quadratura são respectivamente:

$$\psi_f = L_{ff} i_f + L_{fD} i_D - \frac{3}{2} L_{af} i_d \quad (3.39)$$

$$\psi_D = L_{fD}i_f + L_{DD}i_D - \frac{3}{2}L_{aD}i_d \quad (3.40)$$

$$\psi_Q = L_{QQ}i_Q + \frac{3}{2}L_{aQ}i_q \quad (3.41)$$

Da mesma maneira que foram obtidas as equações de fluxo, utilizando as equações (3.1), (3.2) e (3.3) das tensões da armadura, e utilizando a matriz da transformada de Park (3.28) obtém-se as equações de tensão para eixo direto, de quadratura e sequencia zero respectivamente:

$$e_d = \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\theta}{dt} - R_a i_d \quad (3.42)$$

$$e_q = \frac{d\psi_q}{dt} - \psi_d \frac{d\theta}{dt} - R_a i_q \quad (3.43)$$

$$e_0 = \frac{d\psi_0}{dt} - R_a i_0 \quad (3.44)$$

Uma vez que θ é a posição do rotor, o termo $d\theta/dt$ nada mais é do que a velocidade de rotação ω_r da máquina. Os termos $\omega_r \psi_d$ e $\omega_r \psi_q$ são conhecidos como tensões mocionais e estão relacionadas a variação da FMM no espaço, já os termos $d\psi_d/dt$ e $d\psi_q/dt$ são denominadas tensões transformadoras e estão relacionados a variações da magnitude do fluxo no tempo. As tensões mocionais se sobressaem as transformadoras, estas últimas aparecem somente durante transitórios elétricos e são muitas vezes desprezadas.

3.4 Transformada de Park com matriz modificada (ortogonal)

Outra forma da transformada de Park é também muito utilizada e foi tema de discussão entre autores a respeito da vantagem e desvantagem acerca da utilização de cada uma delas [43, 45]. Em termos matemáticos, a diferença surge na utilização dos fatores k_d e $k_q = \sqrt{2/3}$. Ao contrário da matriz original, os fatores aqui adotados não possuem nenhum significado físico. Em [45], o autor adicionalmente faz com que a equação da corrente de quadratura também tenha valor positivo, de forma que o eixo q esteja atrasado em relação ao eixo d. Isto resulta em:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Esta matriz é ortogonal, ou seja, a sua inversa é igual à transposta e é conhecida como matriz modificada de Park. As equações de fluxo para esta transformada, conforme relação entre eixos adotada em [45]:

$$\psi_d = L_d i_d + kL_{af} i_f + kL_{aD} i_D \quad (3.46)$$

$$\psi_q = L_q i_q + kL_{aQ} i_Q \quad (3.47)$$

$$\psi_0 = L_0 i_0 \quad (3.48)$$

$$\psi_f = kL_{af} i_d + L_{ff} i_f + L_{fD} i_D \quad (3.49)$$

$$\psi_D = kL_{aD} i_d + L_{fD} i_f + L_{DD} i_D \quad (3.50)$$

$$\psi_Q = kL_{aQ} i_q + L_{QQ} i_Q \quad (3.51)$$

Onde $k = \sqrt{3/2}$.

A convenção da localização dos eixos direto e de quadratura altera também o sinal dos termos que multiplica as correntes de campo e de quadratura em (3.46) e (3.47) por suas indutâncias, assim como altera a da corrente de sequência zero em (3.48) em comparação com as equações de fluxo resultantes da transformada pela matriz proposta originalmente por Park. Nota-se ainda que ao utilizar-se a última se tem como resultado equações de fluxo cujas indutâncias mútuas entre armadura e enrolamentos de campo são recíprocas, ou seja, a indutância de acoplamento entre circuitos é idêntica. Por exemplo, kL_{af} aparece na equação de fluxo eixo direto (3.46) como coeficiente que multiplica a corrente de campo e em (3.49) como coeficiente da corrente de eixo direto. Já na de fluxo do eixo direto decorrente da transformada original (3.36), o enrolamento de campo acopla-se à armadura através de L_{af} , enquanto na equação de fluxo do campo (3.39) a armadura acopla-se ao campo através de $(3/2)L_{af}$.

Apontam-se como vantagens do uso da matriz modificada:

- O fato de a matriz ser ortogonal, o que era uma vantagem antes do advento das calculadoras e computadores;
- A potência elétrica é invariante após a transformada;
- As indutâncias mútuas entre circuitos de rotor e armadura são recíprocas, o que representava uma maior simplicidade ao se calcular as bases do circuito do rotor na maneira tradicional.

Porém, como desvantagem tem-se:

- Ao contrário da matriz original, esta não representa nenhuma característica física em particular. Isto porque ao se adotar k_d e $k_q = \sqrt{2/3}$ as bobinas equivalentes nos eixos

d e q teriam $\sqrt{3/2}$ vezes o número de voltas que as espiras dos enrolamentos a, b e c [43];

- Não é a matriz adotada pelos fabricantes de máquinas síncronas. No entanto, para contornar este problema as bases do rotor são escolhidas de forma que $kL_{af} = L_{af}$ em p.u. [45].

3.5 Representação em sistemas por unidade, ou sistemas p.u.

Na literatura diversos sistemas de bases foram propostos para os estudos de máquinas síncronas. As bases escolhidas dependem do propósito de sua utilização. O intuito das bases apresentadas a seguir é representar as equações da máquina síncrona em circuitos equivalentes. A representação em sistemas por unidade permite ainda que se compare dados característicos de máquinas com diferentes aspectos. A escolha de base leva em consideração também qual tipo de transformada é utilizada. Cuidados adicionais devem ser tomados ao se escolher as grandezas do rotor.

3.5.1 Bases para matriz original

Ao utilizar-se o equacionamento derivado da matriz original de Park as bases definidas a seguir devem ser utilizadas [43, 44].

1. Tensão de base dos enrolamentos da armadura, e_B : Valor de pico da tensão nominal entre fase e neutro do enrolamento da armadura.

$$e_B = \sqrt{2}E_N, [\text{V}] \quad (3.52)$$

Onde E_N representa a tensão RMS entre fase e neutro nominal da máquina.

2. Corrente de base dos enrolamentos da armadura, i_B : Valor de pico da corrente nominal de fase da máquina.

$$i_B = \sqrt{2}I_N, [\text{A}] \quad (3.53)$$

Onde I_N representa a corrente RMS de linha nominal da máquina.

3. Frequência base, f_B : Frequência nominal da máquina.

$$f_B = f_N [\text{Hz}] \quad (3.54)$$

Onde f_N representa a frequência nominal da máquina.

4. Velocidade angular elétrica base, ω_B : Velocidade angular elétrica nominal da máquina.

$$\omega_B = 2\pi f_B [\text{rad./s}] \quad (3.55)$$

5. Velocidade mecânica de rotação base, ω_{mB} : Velocidade de rotação mecânica nominal da máquina.

$$\omega_{mB} = \omega_B \left(\frac{2}{p_f} \right) \quad [\text{rad./s}] \quad (3.56)$$

Onde p_f é o número de pares de polos.

6. Impedância base, Z_B :

$$Z_B = \frac{e_B}{i_B} \quad [\Omega] \quad (3.57)$$

7. Indutância base, L_B :

$$L_B = \frac{Z_B}{\omega_B} \quad [\text{H}] \quad (3.58)$$

8. Fluxo enlaçado base, ψ_B :

$$\psi_B = L_B i_B = \frac{e_B}{\omega_B} \quad [\text{Wb.esp}] \quad (3.59)$$

9. Potências nos enrolamentos da armadura: Potência aparente nominal da máquina.

$$3E_N I_N = \frac{3}{2} e_B i_B \quad [\text{VA}] \text{ ou } [\text{W}] \quad (3.60)$$

Pode ser demonstrado matematicamente que, após adotadas as bases para a armadura, as equações de tensão nos eixos dq0 em p.u. são idênticas às de valor real [43]. Já para as equações de fluxo, algumas definições são necessárias:

$$\psi_{du} = -L_{du} i_{du} + L_{afu} i_{fu} + L_{aDu} i_{Du} \quad (3.61)$$

$$\psi_{qu} = -L_{qu} i_{qu} + L_{aQu} i_{Qu} \quad (3.62)$$

$$\psi_{0u} = -L_{0u} i_{0u} \quad (3.63)$$

Por definição:

$$L_{afu} = \frac{L_{af} i_{fB}}{L_B i_B} \quad (3.64)$$

$$L_{aDu} = \frac{L_{aD} i_{DB}}{L_B i_B} \quad (3.65)$$

$$L_{aQu} = \frac{L_{aQ} i_{QB}}{L_B i_B} \quad (3.66)$$

Ao longo deste texto será utilizada a notação u para referir a grandezas por unidade. Isto até o capítulo 4, pois posteriormente utilizar-se-á apenas equações em sistemas por unidade, então a notação será devidamente abandonada.

A parcela dos fluxos das indutâncias dos eixos direto e quadratura é composta da parcela que se acopla aos circuitos do rotor e da parcela de dispersão. Portanto:

$$L_{ad} = L_d - L_l \quad (3.67)$$

$$L_{aq} = L_q - L_l \quad (3.68)$$

Estas equações também são válidas em p.u., ou seja:

$$L_{adu} = L_{du} - L_{lu} \quad (3.69)$$

$$L_{aqu} = L_{qu} - L_{lu} \quad (3.70)$$

A parcela da dispersão é composta pelas linhas de fluxo que não se acoplam aos circuitos do rotor e das componentes harmônicas da FMM do entreferro [47].

Para que se possa representar a máquina síncrona em um circuito equivalente, o sistema de base deve ser do tipo recíproco e para isso algumas regras e cuidados devem ser levados em conta:

- As indutâncias mútuas em sistema por unidade devem ser recíprocas, ou seja, devem ter o mesmo valor em p.u, logo:

$$L_{afu} = L_{fau} \quad (3.71)$$

$$L_{aDu} = L_{Dau} \quad (3.72)$$

$$L_{fDu} = L_{Dfu} \quad (3.73)$$

$$L_{aQu} = L_{Qau} \quad (3.74)$$

- A base de potência em todos os circuitos deve ser a mesma, isto é:

$$3E_N I_N = e_{fB} i_{fB} = e_{DB} i_{DB} \quad (3.75)$$

A escolha das bases do rotor leva em consideração o conceito de fluxos enlaçados mútuos iguais. O que significa dizer que a corrente de base escolhida para o campo e para o amortecedor devem produzir a mesma componente fundamental da FMM que as bobinas fictícias L_d e L_q produzem ao serem percorridas pela corrente de base da armadura. De forma que:

$$L_{afu} = L_{fau} = L_{aDu} = L_{Dau} = L_{fDu} = L_{Dfu} = L_{adu} \quad (3.76)$$

$$L_{aQu} = L_{Qau} = L_{aqu} \quad (3.77)$$

Para atender o que foi estabelecido acima as equações de fluxo ficam da seguinte forma:

$$\psi_{fu} = L_{ffu}i_{fu} + L_{fDu}i_{Du} - L_{fau}i_{du} \quad (3.78)$$

$$\psi_{Du} = L_{Dfu}i_f + L_{DDu}i_{Du} - L_{Dau}i_{du} \quad (3.79)$$

$$\psi_{Qu} = L_{QQu}i_{Qu} + L_{Qau}i_{qu} \quad (3.80)$$

Para isso define-se:

$$L_{fau} = \frac{3 L_{af}i_B}{2 L_{fB}i_{fB}} \quad (3.81)$$

$$L_{fDu} = \frac{L_{fD}i_{DB}}{L_{fB}i_{fB}} \quad (3.82)$$

$$L_{Dau} = \frac{3 L_{aD}i_B}{2 L_{DB}i_{DB}} \quad (3.83)$$

$$L_{Dfu} = \frac{L_{fD}i_{fB}}{L_{DB}i_{DB}} \quad (3.84)$$

$$L_{Qau} = \frac{3 L_{aQ}i_B}{2 L_{QB}i_{QB}} \quad (3.85)$$

Levando em consideração o que é definido pela igualdade (3.71), pode-se retrabalhar a equação (3.64):

$$\begin{aligned} i_{fB} &= \frac{L_{adu}L_B i_B}{L_{af}} \\ &= \frac{L_{ad}}{L_{af}} i_B \end{aligned} \quad (3.86)$$

De maneira similar:

$$i_{DB} = \frac{L_{ad}}{L_{aD}} i_B \quad (3.87)$$

A obtenção das bases de tensão dos circuitos de campo é realizada através de (3.75). Logo:

$$e_{fB} = \frac{3E_N I_N}{i_{fB}} \quad (3.88)$$

$$e_{DB} = \frac{3E_N I_N}{i_{DB}} \quad (3.89)$$

3.5.2 Matriz modificada – grandezas da armadura

Ao utilizar-se o equacionamento derivado da matriz modificada de Park as bases definidas a seguir devem ser utilizadas [45].

1. Tensão de base dos enrolamentos da armadura, e_B : Tensão nominal entre fase e neutro do enrolamento da armadura.

$$e_B = E_N, [\text{V}] \quad (3.90)$$

2. Corrente de base dos enrolamentos da armadura, i_B : Corrente nominal de fase da máquina.

$$i_B = I_N, [\text{A}] \quad (3.91)$$

3. Frequência base, f_B : Frequência nominal da máquina.

$$f_B = f_N [\text{Hz}] \quad (3.92)$$

4. Velocidade angular elétrica base, ω_B : Velocidade angular elétrica nominal da máquina.

$$\omega_B = 2\pi f_B [\text{rad./s}] \quad (3.93)$$

5. Velocidade mecânica de rotação base, ω_{mB} : Velocidade de rotação mecânica nominal da máquina.

$$\omega_{mB} = \omega_B \left(\frac{2}{p_f} \right) [\text{rad./s}] \quad (3.94)$$

Onde p_f é o número de pares de polos.

6. Impedância base, Z_B :

$$Z_B = \frac{e_B}{i_B} [\Omega] \quad (3.95)$$

7. Indutância base, L_B :

$$L_B = \frac{Z_B}{\omega_B} [\text{H}] \quad (3.96)$$

8. Fluxo enlaçado base, ψ_B :

$$\psi_B = L_B i_B = \frac{e_B}{\omega_B} [\text{Wb. esp}] \quad (3.97)$$

9. Potências nos enrolamentos da armadura: Potência aparente nominal da máquina de um enrolamento.

$$E_N I_N = e_B i_B [\text{VA}] \text{ ou } [\text{W}] \quad (3.98)$$

De forma análoga à matriz original, pode demonstrar-se que as equações de fluxo em sistemas por unidade em coordenadas dq0 têm a mesma forma das equações em valores reais:

$$\psi_{du} = L_{du} i_{du} + L_{afu} i_{fu} + L_{aDu} i_{Du} \quad (3.99)$$

$$\psi_{qu} = L_{qu} i_{qu} + L_{aQu} i_{Qu} \quad (3.100)$$

$$\psi_{0u} = L_{0u} i_{0u} \quad (3.101)$$

Neste caso tem-se por definição:

$$L_{afu} = \frac{k L_{af} i_{fB}}{L_B i_B} \quad (3.102)$$

$$L_{aDu} = \frac{kL_{aD}i_{DB}}{L_B i_B} \quad (3.103)$$

$$L_{aQu} = \frac{kL_{aQ}i_{QB}}{L_B i_B} \quad (3.104)$$

As equações do rotor são então:

$$\psi_{fu} = L_{afu}i_{du} + L_{ffu}i_{fu} + L_{fDu}i_{Du} \quad (3.105)$$

$$\psi_D = kL_{aDu}i_{du} + L_{fDu}i_{fu} + L_{DD}i_{Du} \quad (3.106)$$

$$\psi_Q = kL_{aQu}i_{qu} + L_{QQu}i_{Qu} \quad (3.107)$$

Também por definição:

$$L_{fau} = \frac{kL_{af}i_B}{L_{fB}i_{fB}} \quad (3.108)$$

$$L_{fDu} = \frac{L_{fD}i_{DB}}{L_{fB}i_{fB}} \quad (3.109)$$

$$L_{Dau} = \frac{kL_{aD}i_B}{L_{DB}i_{DB}} \quad (3.110)$$

$$L_{Dfu} = \frac{L_{Df}i_{fB}}{L_{DB}i_{DB}} \quad (3.111)$$

$$L_{Qau} = \frac{kL_{aQ}i_B}{L_{QB}i_{QB}} \quad (3.112)$$

Para estabelecer as bases dos circuitos do rotor deve-se respeitar os princípios da reciprocidade das bases estabelecidos por (3.71) a (3.74), (3.76) e (3.77). A igualdade da potência nos circuitos, tem forma similar a (3.75), porém devido à pequena diferença nas bases de corrente e armadura para a matriz modificada, a equação fica:

$$E_N I_N = e_{fB} i_{fB} = e_{DB} i_{DB} \quad (3.113)$$

Finalmente as bases de correntes do rotor são então:

$$i_{fB} = \frac{L_{ad}}{kL_{af}} i_B \quad (3.114)$$

$$i_{DB} = \frac{L_{ad}}{kL_{aD}} i_B \quad (3.115)$$

Para se obter as bases de tensão basta utilizar (3.113). Logo:

$$e_{fB} = \frac{e_B \cdot i_B}{i_{fB}} \quad (3.116)$$

$$e_{DB} = \frac{e_B \cdot i_B}{i_{DB}} \quad (3.117)$$

3.5.3 Circuitos equivalentes

As indutâncias próprias dos circuitos do rotor, assim como dos eixos direto e de quadratura, também são compostas de uma parcela de dispersão e outra mútua, portanto:

$$L_{af} = L_{ff} - L_{lf} \quad (3.118)$$

$$L_{aD} = L_{DD} - L_{lD} \quad (3.119)$$

$$L_{aQ} = L_{QQ} - L_{lQ} \quad (3.120)$$

Em p.u., levando em conta os critérios de reciprocidade ao se adotar as bases tem-se:

$$L_{afu} = L_{adu} = L_{ffu} - L_{lfu} \quad (3.121)$$

$$L_{aDu} = L_{adu} = L_{DDu} - L_{lDu} \quad (3.122)$$

$$L_{aQu} = L_{aqu} = L_{QQu} - L_{lQu} \quad (3.123)$$

Desta maneira pode-se representar as equações de fluxo e de tensão através dos circuitos da Figura 3.6, onde apresentam-se os circuitos de eixo direto e quadratura respectivamente.

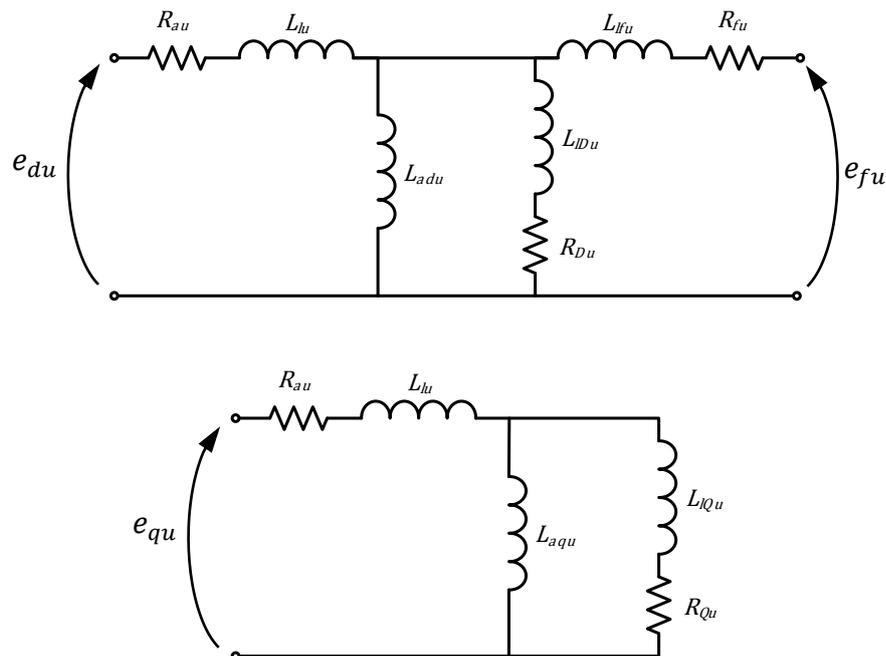


Figura 3.6 – Circuito equivalente para os eixos d (acima) e q (abaixo)

Adiante técnicas de determinação dos parâmetros deste circuito serão exploradas oportunamente.

3.6 Acoplamento entre circuitos magnéticos

Ao serem simulados os primeiros modelos matemáticos de máquina síncrona frente a transitórios elétricos constatou-se ao se comparar os resultados obtidos com resultados dos

ensaios que apesar da grande fidelidade dos resultados obtidos para as grandezas da armadura em relação aos resultados experimentais, raramente se tinha a mesma qualidade na representação das grandezas do rotor, isto é, do enrolamento de campo e do enrolamento amortecedor. Obviamente isto é visível somente no circuito de campo, uma vez que a corrente do amortecedor é de difícil medição. Inicialmente atribuiu-se essa discrepância à influência das correntes parasitas induzidas no rotor durante os fenômenos transitórios [10].

Quando se deseja dimensionar adequadamente equipamentos que são conectados ao campo das máquinas síncronas, ter o comportamento dos circuitos do rotor bem representado é de suma importância, por exemplo: disjuntores de campo de corrente contínua, resistências e circuitos de descarga de campo, resistência de partida para motores síncronos.

I. M. Canay, autor de diversos artigos relacionados à modelagem de máquinas síncronas, ao estudar o comportamento das correntes parasitas no rotor durante os transitórios elétricos, concluiu que esta grande discrepância entre simulações e experimentos se deve mais à modelagem do acoplamento mútuo entre os circuitos do rotor que às correntes parasitas em si. Através de resultados experimentais ele propôs que a influência das correntes parasitas pode até mesmo ser desprezada sem perda de qualidade nos resultados [10, 48, 49]. A seguir são apresentadas as bases sobre a qual se apoia a teoria proposta por I. M. Canay.

3.6.1 Acoplamento entre três enrolamentos

Para auxiliar a compreensão da teoria que será introduzida no item 3.6.2 e 3.7, será feita uma revisão do acoplamento em um circuito magnético simples constituído de um núcleo magnético e três enrolamentos. Para simplicidade do equacionamento não se considera aqui as linhas de campo de dispersão dos enrolamentos.

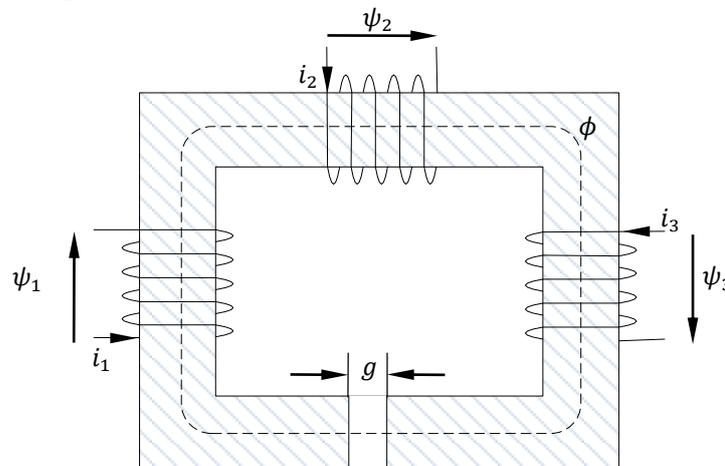


Figura 3.7 – Estrutura eletromagnética com três enrolamentos

O fluxo enlaçado de cada enrolamento é:

$$\psi_1 = w_1\phi \quad (3.124)$$

$$\psi_2 = w_2\phi \quad (3.125)$$

$$\psi_3 = w_3\phi \quad (3.126)$$

Onde w_n , ψ_n e i_n são respectivamente o número de espiras, o fluxo enlaçado e a corrente da enésima bobina.

A FMM produzida por cada espira é:

$$FMM_1 = w_1 i_1 \quad (3.127)$$

$$FMM_2 = w_2 i_2 \quad (3.128)$$

$$FMM_3 = w_3 i_3 \quad (3.129)$$

O fluxo magnético ϕ que percorre o núcleo de seção transversal A e cruza o entreferro de comprimento g é igual a soma das FMM produzidas em cada bobina multiplicada pela permeância do circuito, ou seja:

$$\phi = (w_1 i_1 + w_2 i_2 + w_3 i_3) \frac{\mu_0 A}{g} \quad (3.130)$$

Seja Λ a permeância do entreferro deste circuito:

$$\Lambda = \frac{\mu_0 A}{g} \quad (3.131)$$

Fazendo a substituição de (3.130) em (3.124), (3.125) e (3.126) vem que:

$$\psi_1 = w_1^2 \Lambda i_1 + w_1 w_2 \Lambda i_2 + w_1 w_3 \Lambda i_3 \quad (3.132)$$

$$\psi_2 = w_2 w_1 \Lambda i_1 + w_2^2 \Lambda i_2 + w_2 w_3 \Lambda i_3 \quad (3.133)$$

$$\psi_3 = w_3 w_1 \Lambda i_1 + w_3 w_2 \Lambda i_2 + w_3^2 \Lambda i_3 \quad (3.134)$$

As indutâncias próprias dos enrolamentos 1, 2 e 3 resultam:

$$L_1 = w_1^2 \Lambda \quad (3.135)$$

$$L_2 = w_2^2 \Lambda \quad (3.136)$$

$$L_3 = w_3^2 \Lambda \quad (3.137)$$

E as indutâncias mútuas neste circuito são:

$$L_{12} = L_{21} = w_1 w_2 \Lambda \quad (3.138)$$

$$L_{13} = L_{31} = w_1 w_3 \Lambda \quad (3.139)$$

$$L_{23} = L_{32} = w_3 w_2 \Lambda \quad (3.140)$$

A indutância do enrolamento 1 em p.u. em sua própria base considerando um sistema recíproco tal qual definido no item 3.5.1 é:

$$L_{1u} = \frac{1}{L_{1B}} w_1^2 \Lambda \quad (3.141)$$

A indutância mútua entre os enrolamentos 1 e 2 referida ao primeiro e em sistemas p.u. é:

$$\begin{aligned}
L_{12u} &= \frac{1}{L_{1B}} L_{12} \frac{I_{2B}}{I_{1B}} \\
&= \frac{1}{L_{1B}} L_{12} \frac{w_1}{w_2} \\
&= \frac{1}{L_{1B}} w_1 w_2 \Lambda \frac{w_1}{w_2} \\
&= \frac{1}{L_{1B}} w_1^2 \Lambda \\
&= L_{1u}
\end{aligned} \tag{3.142}$$

A relação entre 1 e 3 é obtida analogamente a (3.142) e resulta exatamente no mesmo valor. Já a indutância mútua dos enrolamentos 2 e 3 em p.u. referida ao enrolamento 1 é:

$$\begin{aligned}
L_{23u} &= \frac{1}{L_{1B}} L_{23} \frac{I_{2B} I_{3B}}{I_{1B} I_{1B}} \\
&= \frac{1}{L_{1B}} L_{23} \frac{w_1 w_1}{w_2 w_3} \\
&= \frac{1}{L_{1B}} w_2 w_3 \Lambda \frac{w_1 w_1}{w_2 w_3} \\
&= \frac{1}{L_{1B}} w_1^2 \Lambda \\
&= L_{1u}
\end{aligned} \tag{3.143}$$

Supondo agora a situação hipotética na qual, por algum motivo qualquer, uma linha de fluxo enlace exclusivamente os enrolamentos 2 e 3, tal qual representado na Figura 3.8.

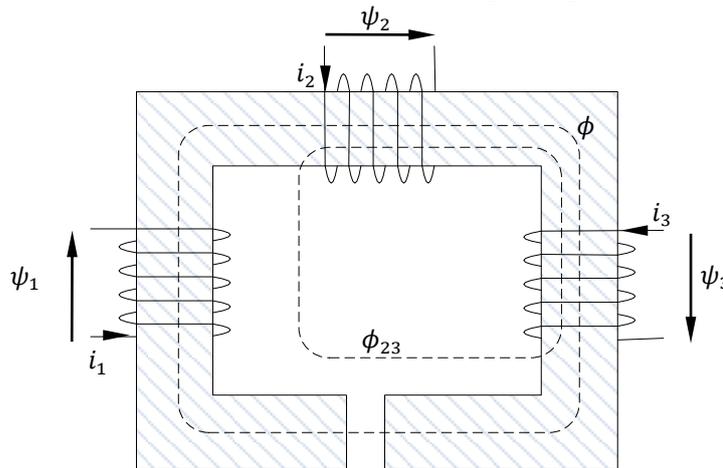


Figura 3.8 – Acoplamento exclusivo entre 2 enrolamentos

Devido a esta linha adicional o acoplamento entre os enrolamentos 2 e 3 é superior em relação ao caso anterior, desta forma pode-se dizer que:

$$L_{23} = L_{32} = w_3 w_2 \Lambda (1 + \alpha) \tag{3.144}$$

Onde α é um fator deliberadamente inserido na equação (3.144) com o intuito de quantificar a medida de fortalecimento do fluxo mútuo entre os enrolamentos 2 e 3.

De maneira análoga a (3.142) e (3.143) pode se demonstrar que a mútua entre enrolamentos 1 e 2, e 1 e 3 é também igual a L_{1u} . No entanto a mútua entre enrolamentos 2 e 3 resulta em:

$$\begin{aligned}
 L_{23u} &= \frac{1}{L_{1B}} L_{23} \frac{I_{2B}}{I_{1B}} \frac{I_{3B}}{I_{1B}} \\
 &= \frac{1}{L_{1B}} L_{23} \frac{w_1 w_1}{w_2 w_3} \\
 &= \frac{1}{L_{1B}} w_2 w_3 \Lambda (1 + \alpha) \frac{w_1 w_1}{w_2 w_3} \\
 &= \frac{1}{L_{1B}} w_1^2 \Lambda + \frac{1}{L_{1B}} w_1^2 \Lambda \alpha \\
 &= L_{1u} (1 + \alpha)
 \end{aligned} \tag{3.145}$$

É interessante notar que o valor da indutância mútua em por p.u. é acrescida da mesma parcela α que a indutância mútua em valor real.

3.6.2 Acoplamento entre circuitos do rotor

No equacionamento da máquina síncrona ideal apresentado até este ponto sempre se considerou que o acoplamento entre todos enrolamentos ocorre exclusivamente através da componente fundamental da FMM resultante no entreferro.

A geometria dos polos, no entanto, altera a forma como os enrolamentos se acoplam [10, 48, 49]. Em valores reais, a reatância mútua entre enrolamento de campo e amortecedor é [50]:

$$X_{fD} = \Lambda w_f \xi_f w_D \xi_D \tag{3.146}$$

Aqui Λ é a permeância vista pela onda de FMM no entreferro, este fator engloba também a frequência, por isso a equação de reatância mútua tem forma similar a das indutâncias mútuas.

Note que a equação (3.146) tem o formato similar ao das equações (3.138) a (3.140). Os fatores ξ são os fatores de enrolamento comuns na literatura que tratam de projetos de máquina e os termos w indicam a quantidade de espiras de cada um dos enrolamentos. Na Figura 3.9 representa-se uma das barras do enrolamento de campo de uma máquina de polos lisos e sobre esta barra, na mesma ranhura, é representada uma barra do enrolamento amortecedor. O fluxo da componente fundamental da FMM no entreferro, o qual linearizado e referido a armadura é ocasionado pela reatância de acoplamento principal do eixo direto, X_{adu} , é representado por ϕ . A dispersão total da barra do enrolamento de campo é composta de duas parcelas ψ_{lf} e ψ_{lfD} .

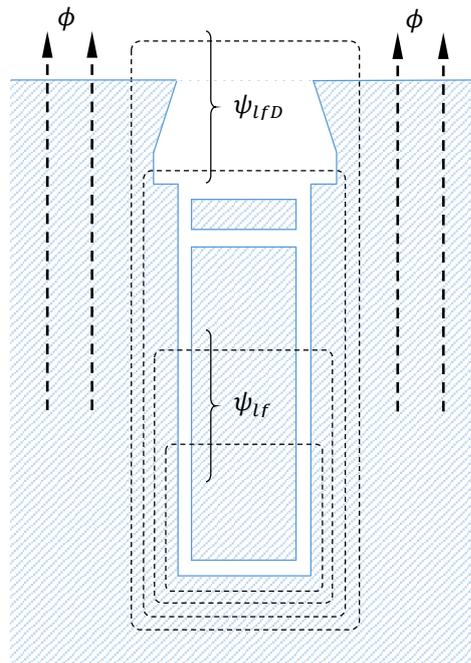


Figura 3.9 – Acoplamento dos circuitos de rotor em uma máquina de polos lisos

A diferença entre as duas parcelas é que a última também enlaça a barra do amortecedor enquanto a primeira não. Portanto pode se dizer que o acoplamento entre circuitos do rotor ocorre não somente devido ao fluxo principal, mas também devido à parcela ψ_{lfD} . Esta situação assemelha-se a da exposta na Figura 3.8, na qual dois dos enrolamentos se acoplavam via uma linha de fluxo a mais. A equação da reatância mútua entre estes circuitos do rotor, X_{fD} , pode ser reescrita da seguinte forma então [50]:

$$X_{fD} = \Lambda w_f \xi_f w_D \xi_D (1 + \alpha_{fD}) \quad (3.147)$$

Onde a parcela $\alpha_{fD} > 0$, mensura a quantidade de incremento do fluxo devido as linhas de fluxo da dispersão do enrolamento de campo que envolvem amortecedor e enrolamento de campo.

Para a indutância mútua entre circuitos da armadura e do rotor tem-se:

$$X_{af} = \Lambda w_a \xi_a w_f \xi_f \quad (3.148)$$

$$X_{aD} = \Lambda w_a \xi_a w_D \xi_D \quad (3.149)$$

A situação do acoplamento dos fluxos é extremamente diferente para uma máquina de polos salientes. Observe na Figura 3.10 a representação de um dos polos, e um enrolamento amortecedor esquematizado em uma máquina de polos salientes.

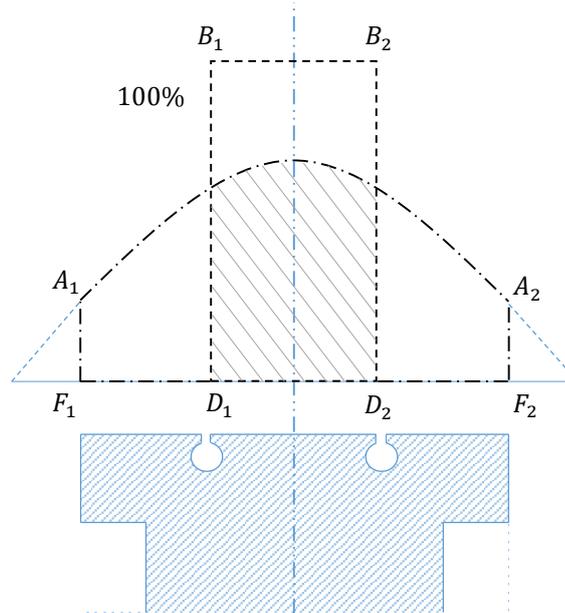


Figura 3.10 – Acoplamento dos circuitos de rotor em uma máquina de polos salientes

O fluxo produzido pelo enrolamento amortecedor D_1D_2 , representado pela porção $D_1B_1B_2D_2$, acopla-se ao campo. O fluxo total da FMM no entreferro é representado por $F_1A_1A_2F_2$. Com isso deduz-se justamente o oposto do caso de uma máquina de polos lisos, aqui o fluxo que se acopla em uma porção menor do que a totalidade da FMM resultante, desta forma tem-se a mesma equação de (3.147), no entanto, $\alpha_{fD} < 0$ neste caso.

Para obter as reatâncias em p.u do fluxo principal no entreferro, X_{au} , tem-se que:

$$\begin{aligned} X_{au} &= \frac{1}{Z_B} X_{ad} \\ &= \frac{1}{Z_B} \Lambda w_a^2 \xi_a^2 \end{aligned} \quad (3.150)$$

De maneira similar a (3.142), obtém-se a indutância mútua entre armadura e rotor, X_{afu} , referidas a armadura da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} X_{afu} &= \frac{1}{Z_B} X_{af} \frac{I_{fB}}{I_B} \\ &= \frac{1}{Z_B} X_{af} \frac{w_a \xi_a}{w_f \xi_f} \\ &= \frac{1}{Z_B} \Lambda w_a \xi_a w_f \xi_f \frac{w_a \xi_a}{w_f \xi_f} \\ &= \frac{1}{Z_B} \Lambda w_a^2 \xi_a^2 \\ &= X_{adu} \end{aligned} \quad (3.151)$$

O resultado é idêntico para reatância mútua entre circuito do amortecedor e da armadura. Finalmente, para a reatância mútua entre circuitos do rotor em p.u. referenciados a armadura, X_{fDu} , tem-se que:

$$\begin{aligned}
X_{fDu} &= \frac{1}{Z_B} X_{fD} \frac{I_{fB}}{I_B} \frac{I_{DB}}{I_B} \\
&= \frac{1}{Z_B} X_{fD} \frac{w_a \xi_a}{w_f \xi_f} \frac{w_a \xi_a}{w_D \xi_D} \\
&= \frac{1}{Z_B} \Lambda w_f \xi_f w_D \xi_D (1 + \alpha_{fD}) \frac{w_a \xi_a}{w_f \xi_f} \frac{w_a \xi_a}{w_D \xi_D} \\
&= \frac{1}{Z_B} \Lambda w_a^2 \xi_a^2 (1 + \alpha_{fD}) \\
&= X_{adu} (1 + \alpha_{fD})
\end{aligned} \tag{3.152}$$

3.7 Reatância característica

A reatância característica surge ao se considerar o acoplamento mútuo entre circuitos do rotor tal como apresentado no item 3.6. A seguir é apresentada a definição matemática desta reatância, assim como alguns de seus aspectos.

3.7.1 Definição matemática (matriz original de Park)

Pode-se demonstrar que as equações das indutâncias em p.u. (3.64), (3.65) e (3.81) a (3.84) podem ser reescritas em forma das reatâncias e nas bases RMS de corrente e tensão da seguinte maneira:

$$X_{afu} = \frac{X_{af} i_{fB}}{\sqrt{2} E_N} \tag{3.153}$$

$$X_{fau} = \frac{3 X_{af} \sqrt{2} I_N}{2 e_{fB}} \tag{3.154}$$

$$X_{aDu} = \frac{X_{aD} i_{DB}}{\sqrt{2} E_N} \tag{3.155}$$

$$X_{Dau} = \frac{3 X_{aD} \sqrt{2} I_N}{2 e_{DB}} \tag{3.156}$$

$$X_{fDu} = \frac{X_{fD} i_{DB}}{e_{fB}} \tag{3.157}$$

$$X_{Dfu} = \frac{X_{fD} i_{fB}}{e_{DB}} \tag{3.158}$$

Este foi o formato utilizado por. Canay em suas publicações e assim será feito nas análises subsequentes [10].

Tal como no item 3.5.1, define-se que o primeiro critério necessário para que a base seja recíproca é que:

$$X_{afu} = X_{fau} \quad (3.159)$$

$$X_{aDu} = X_{DaU} \quad (3.160)$$

$$X_{fDu} = X_{Dfu} \quad (3.161)$$

Outro requisito fundamental é a igualdade das potências:

$$3E_N I_N = e_{fB} i_{fB} = e_{DB} i_{DB} \quad (3.162)$$

Somente esses critérios não são suficientes para definir uma única base recíproca. Note que tensão e corrente de base da armadura são diretamente estabelecidas pelos seus valores nominais. No entanto, para atender a igualdade que é estabelecida por (3.162) tem-se dois graus de liberdade, isto é, pode-se por exemplo escolher para o campo uma dada tensão e a seguir calcular a corrente. O mesmo é válido para o enrolamento amortecedor.

Reduz-se um grau de liberdade ao admitir-se que as reatâncias entre armadura e circuitos do rotor, expressas nas equações (3.159) e (3.160), acoplam-se por:

$$X_{afu} = X_{fau} = X_{aDu} = X_{DaU} = X_{du} - X \quad (3.163)$$

Onde X é um parâmetro que pode ser escolhido livremente e é definido como a reatância de dispersão ideal. A aparente livre arbitrariedade desta variável será discutida no item 3.7.5. Resta ainda um último grau de liberdade, expresso pela equação (3.163), ou seja, uma vez determinada a reatância X_{Dfu} , automaticamente, obtém-se X_{fDu} .

De (3.153) define-se a base de corrente do rotor como:

$$i_{fB} = (X_{du} - X) \frac{\sqrt{2} E_N}{X_{af}} \quad (3.164)$$

E de (3.156) resulta a seguinte base de tensão para o enrolamento amortecedor:

$$e_{DB} = \frac{3 X_{aD} \sqrt{2} I_N}{2 (X_{du} - X)} \quad (3.165)$$

Ao se levar (3.164) e (3.165) em (3.158):

$$X_{Dfu} = \frac{X_{fD} (X_{du} - X) \frac{\sqrt{2} E_N}{X_{af}}}{\frac{3 X_{aD} \sqrt{2} I_N}{2 (X_{du} - X)}} \quad (3.166)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(X_{du} - X)^2 \sqrt{2} E_N}{\frac{3 X_{aD} X_{af}}{2} X_{fd} \sqrt{2} I_N} \\
&= \frac{(X_{du} - X)^2}{\frac{3 X_{aD} X_{af}}{2} X_{fd}} Z_B \\
&= \frac{(X_{du} - X)^2 X_d}{\frac{3 X_{aD} X_{af}}{2} X_{fd} X_{du}} \\
&= \frac{(X_{du} - X)^2}{\frac{3 X_{aD} X_{af}}{2} X_{fd} X_d} X_{du}
\end{aligned}
\tag{3.166}$$

Define-se a reatância característica X_c em função do coeficiente pelicular de Laible μ_d [10] como:

$$X_c = \mu_d X_{du} = \left(1 - \frac{3 X_{aD} X_{af}}{2 X_{fd} X_d} \right) X_{du} \tag{3.167}$$

Substitui-se (3.167) em (3.166) e retrabalhando a equação se tem finalmente:

$$X_{fDu} = X_{Dfu} = \frac{(X_{du} - X)^2}{(X_{du} - X_c)} \tag{3.168}$$

Note que ao não incluir X_{fDu} e X_{Dfu} em (3.163) pode-se afirmar em um primeiro momento que estas possuem um valor diferente, portanto define-se também que:

$$X_{fDu} = (X_{du} - X) + X_{rc} \tag{3.169}$$

Onde X_{rc} é a reatância característica do rotor. Igualando e retrabalhando as equações (3.168) e (3.169), chega-se a seguinte relação entre as reatâncias:

$$\frac{1}{X_{rc}} + \frac{1}{X_{du} - X} = \frac{1}{X_c - X} \tag{3.170}$$

3.7.2 A utilização da matriz ortogonal

Se forem utilizadas equações derivadas da matriz modificada, pode-se demonstrar também nesta base que as indutâncias mútuas em sistema p.u. têm a seguinte forma:

$$X_{afu} = \frac{k X_{af} i_{fB}}{e_B} \tag{3.171}$$

$$X_{fau} = \frac{k X_{af} i_B}{e_{fB}} \tag{3.172}$$

$$X_{aDu} = \frac{k X_{aD} i_{DB}}{e_B} \tag{3.173}$$

$$X_{Dau} = \frac{kX_{aD}i_B}{e_{DB}} \quad (3.174)$$

$$X_{fDu} = \frac{X_{fD}i_{fB}}{e_{fB}} \quad (3.175)$$

$$X_{Dfu} = \frac{X_{fD}i_{fB}}{e_{DB}} \quad (3.176)$$

Se for utilizada a mesma consideração de (3.163), a base da corrente de campo derivada de (3.171) é dada por:

$$i_{fB} = (X_{du} - X) \frac{e_B}{kX_{af}} \quad (3.177)$$

A base da tensão de campo do amortecedor, derivada de (3.174), é dada por:

$$e_{DB} = \frac{kX_{aD}i_B}{(X_{du} - X)} \quad (3.178)$$

Ao se substituir (3.177) e (3.178) em (3.176), tem-se que:

$$\begin{aligned} X_{Dfu} &= \frac{X_{fD}(X_{du} - X) \frac{e_B}{kX_{af}}}{k \frac{X_{aD}i_B}{(X_{du} - X)}} \\ &= \frac{(X_{du} - X)^2 e_B}{k^2 \frac{X_{aD}X_{af}}{X_{fd}} i_B} \\ &= \frac{(X_{du} - X)^2}{\frac{3}{2} \frac{X_{aD}X_{af}}{X_{fd}}} Z_B \\ &= \frac{(X_{du} - X)^2 X_d}{\frac{3}{2} \frac{X_{aD}X_{af}}{X_{fd}} X_{du}} \\ &= \frac{(X_{du} - X)^2}{\frac{3}{2} \frac{X_{aD}X_{af}}{X_{fd}X_d} X_{du}} \end{aligned} \quad (3.179)$$

Note que a reatância (3.166) é idêntica a (3.179). Define-se então a reatância característica da mesma forma que se fez por (3.167). Conclui-se desta forma que a reatância característica tem sempre o mesmo valor para uma dada máquina síncrona, independente da matriz de Park adotada. Por consequência (3.168), (3.169) e (3.170) também são idênticas independente da base.

3.7.3 Circuitos equivalentes com a reatância característica

Quando se deseja incluir o efeito da reatância característica na modelagem, o circuito equivalente do eixo direto passa a ser ligeiramente diferente do circuito da Figura 3.6. Para se considerar as indutâncias mútuas em p.u. diferentes, parte-se do circuito equivalente a seguir:

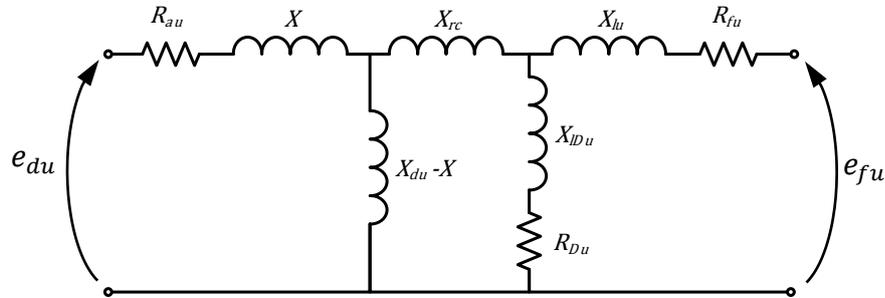


Figura 3.11 – Circuito equivalente genérico para o eixo direto

Se para a indutância de dispersão ideal é adotado o valor da reatância característica, a indutância mútua entre circuitos do rotor em p.u. resulta no mesmo valor que as demais mútuas. Nessa condição o circuito equivalente é:

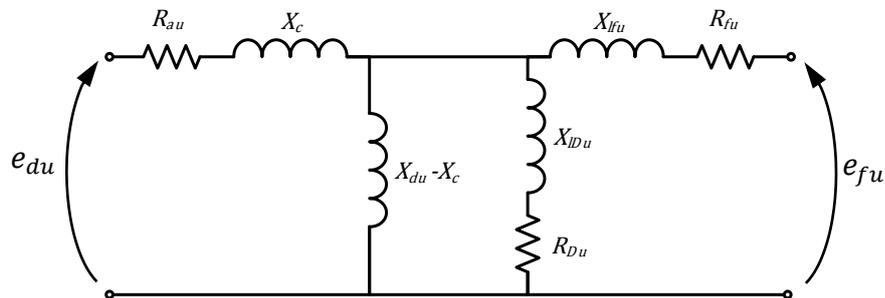


Figura 3.12 – Circuito equivalente para o eixo direto quando $X = X_c$

Nota-se que este circuito possui os mesmos elementos que o apresentado na Figura 3.6, porém, no último, as indutâncias acoplam-se através de X_{adu} . Para que esta indutância permaneça acoplando os circuitos do rotor e da armadura, a reatância de dispersão ideal assume o valor da própria reatância de dispersão da máquina. Neste último caso, o seguinte circuito equivalente é utilizado:

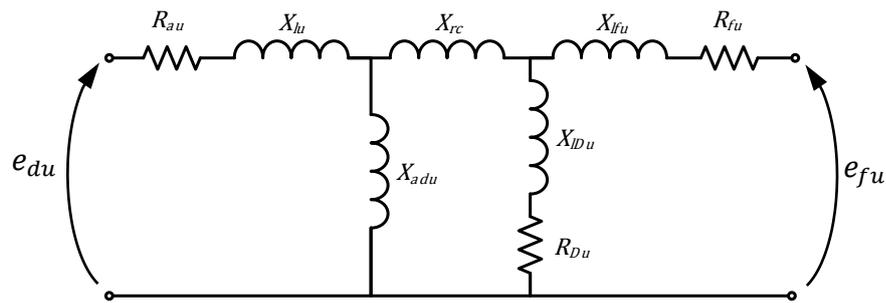


Figura 3.13 – Circuito equivalente para o eixo direto quando $X = X_l$

Note que para $X = X_{lu}$:

$$X_{fDu} = X_{adu} + X_{rc} \quad (3.180)$$

$$X_{rc} = X_{fDu} - X_{adu} \quad (3.181)$$

O circuito equivalente apresentado na Figura 3.13 é o idêntico ao utilizado em [43], porém os autores desta referência omitem a reatância X_{rc} , apresentando diretamente a diferença (3.181). Vale ressaltar que em [43] os autores utilizam indutâncias nas análises.

3.7.4 Aspectos da reatância característica e da reatância característica do rotor e aproximação derivada da curva de curto-circuito

Observa-se nas Figuras 3.14 e 3.15 o comportamento da corrente do rotor frente a um curto-circuito trifásico nos terminais do rotor em uma máquina de polos salientes e de polos lisos, respectivamente [10]. É apresentado também como o comportamento simulado via modelagem do sistema pelo circuito convencional, isso é, o que foi apresentado no item 3.5.3 e também o resultado da simulação ao utilizar-se o circuito com a reatância característica, apresentado no item 3.7.3.

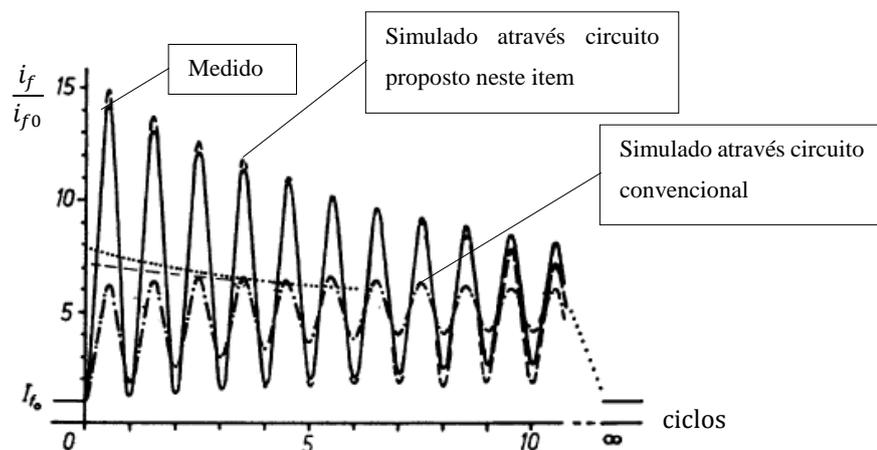


Figura 3.14 – Corrente de campo para uma máquina de polos lisos durante um curto-circuito trifásico

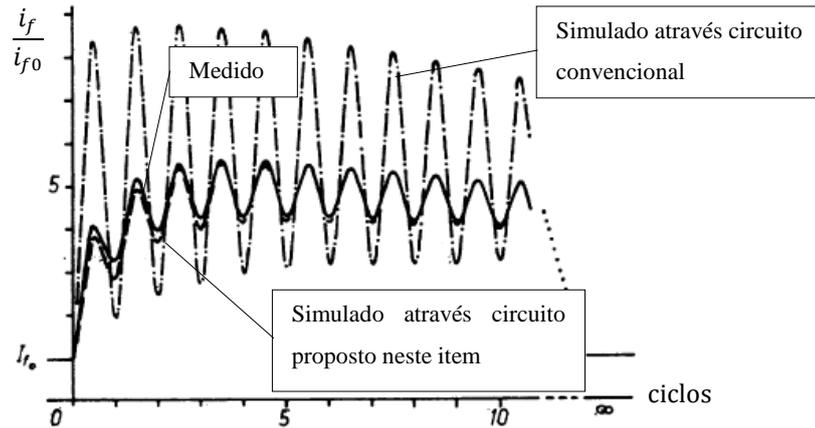


Figura 3.15 – Corrente de campo para uma máquina de polos salientes durante um curto-circuito trifásico [48]

Fica evidente que a inclusão da reatância característica aproxima muito mais o resultado simulado a realidade, daí sua importância.

A reatância característica não apresenta nenhum significado físico em si. No entanto, é possível relacioná-la ao valor do pico da corrente induzida no rotor no instante logo após um curto-circuito trifásico franco nos terminais da máquina. Em [14], apresenta-se uma técnica iterativa de determinação da reatância em função de resultados obtidos no ensaio de curto-circuito e outro método de cálculo direto que leva em consideração algumas aproximações. Entende-se por parcela alternada no instante do curto-circuito a média da diferença de picos extrapolada para o instante inicial do ensaio. Pode-se empregar diversas técnicas para determinar este valor, desde a utilização de papel logarítmico, conforme proposto em [14], até a obtenção das envoltórias superior e inferior através da interpolação “*spline*” dos picos positivos e negativos da curva.

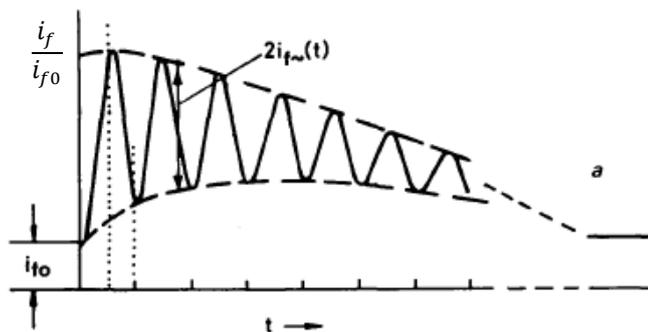


Figura 3.16 – Envoltórias da corrente de campo induzida no curto-circuito [48]

A amplitude da corrente alternada induzida no enrolamento de campo corresponde a $i_{f\sim}$.

Define-se então a variável auxiliar a , como a proporção da parcela induzida em relação a corrente i_{f0} no instante de aplicação do curto, isto é, $t = 0$.

$$a = \frac{i_{f\sim}}{i_{f0}} \quad (3.182)$$

Ao invés de empregar técnicas iterativas, Canay em [14] determina uma equação direta ao se considerar algumas simplificações, de forma que:

$$X_c \approx X''_{du} \left(1 - \frac{X'_{du} - X''_{du}}{X_{du} - X'_d - X''_{du}} \frac{a}{c} \right) \quad (3.183)$$

Onde o fator c representa uma correção aproximada necessária para levar em consideração nos cálculos a influência da parte resistiva do amortecedor e é igual a:

$$c = \sqrt{1 + \left(\frac{X_{du} - X'_{du} - aX''_{du}}{aX'_{du}T''_d\omega_r} \right)^2} \quad (3.184)$$

Para ilustrar a relação da reatância com a componente alternada e comprovar a eficácia do método, elaborou-se um algoritmo que tem como entrada dados típicos de uma máquina síncrona. Através da técnica apresentada no item 4.4.2 é calculada a parcela alternada com relação a inicial no instante do curto-circuito para um intervalo dado de reatâncias características. Em seguida empregou-se as equações (3.182), (3.183) e (3.184) para se determinar a reatância correspondente estimada para cada resultado obtido.

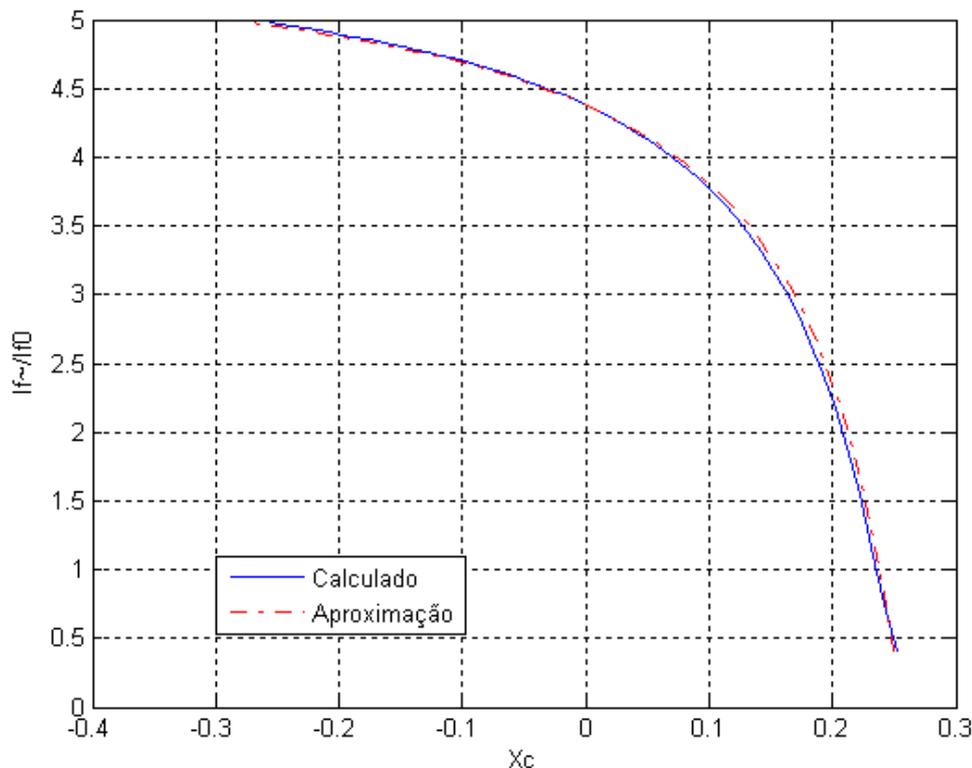


Figura 3.17 – Relação da reatância característica com a parcela induzida no rotor e verificação da performance da técnica de aproximação

Na Figura 3.17 a curva denominada “Aproximação” representa o X_c obtido a posteriori. A máquina utilizada como base foi a máquina de polos salientes de 360 MVA, apresentada no item 6.1.

Obviamente o modelamento do curto-circuito não é o único afetado pela consideração ou não da reatância característica nos cálculos. Em [51] apresenta-se por exemplo uma técnica da determinação desta reatância através do ensaio de rejeição de carga reativa. Em [52] é apresentada uma técnica da obtenção da reatância característica através da análise da recuperação da tensão da máquina ao se retirar de seus terminais abruptamente um curto-circuito.

A tabela abaixo, reproduzida de [53], tem o intuito de generalizar a ordem de grandeza da reatância característica em comparação as reatâncias subtransitória e de dispersão.

Tabela 1 – Ordem de grandeza da reatância característica

| Tipo de máquina | | Menor | ← Reatância → | Maior |
|-----------------|---------------------------------|-------|----------------|------------|
| Polos salientes | Polos laminados com amortecedor | X_c | X_{lu} | X''_{du} |
| | Polos maciços | X_c | X_{lu} | X''_{du} |
| Polos Lisos | | | X_{lu} X_c | X''_{du} |

Observe a equação (3.180). Nesta equação a reatância característica do rotor exerce função similar ao fator α_{fD} na equação (3.152), isto é, altera o valor da reatância mútua entre circuitos do rotor com relação a X_{adu} . Desta maneira um valor positivo para X_{rc} indica um acoplamento mais forte entre circuitos de campo que entre circuitos de campo e amortecedor, ao passo que um valor negativo indica um acoplamento mais fraco. É possível afirmar então que geralmente [10]:

- Máquinas de polos lisos: $X_c > X_{lu}$ e $X_{rc} > 0$;
- Máquinas de polos salientes: $X_c < X_{lu}$ e $X_{rc} < 0$;

3.7.5 Sobre a livre arbitrariedade da seleção da reatância de dispersão

Pode soar estranho a afirmação de que um modelo da máquina síncrona possa adotar qualquer valor de reatância de dispersão e ainda assim representar os dados típicos da armadura no eixo direto, tal como fez I. M. Canay [10] ao propor a teoria dos acoplamentos mútuos exclusivos em p.u. O método clássico para determinação dos parâmetros do modelo da Figura 3.6 na ocasião da formulação da teoria era:

$$X_{adu} = X_{du} - X_{lu} \quad (3.185)$$

$$X_{lfu} = \frac{X'_{du} - X_{lu}}{X_{du} - X'_{du}} X_{adu} \quad (3.186)$$

$$X_{lDu} = \frac{X''_{du} - X_{lu}}{X'_{du} - X''_{du}} (X'_{du} - X_{lu}) \quad (3.187)$$

$$R_{fu} = \frac{1}{\omega_r T'_d} \frac{X'_{du}}{X_{du}} \frac{X_{adu}^2}{X_{du} - X'_{du}} \quad (3.188)$$

$$R_{Du} = \frac{1}{\omega_r T''_d} \frac{X''_{du}}{X'_{du}} \frac{(X'_{du} - X_{lu})^2}{X'_{du} - X''_{du}} \quad (3.189)$$

$$X_{aqu} = X_{qu} - X_{lu} \quad (3.190)$$

$$X_{lQu} = \frac{X''_{qu} - X_{lu}}{X_{qu} - X''_{qu}} (X_{qu} - X_{lu}) \quad (3.191)$$

$$R_{Qu} = \frac{1}{\omega T''_q} \frac{X''_{qu}}{X_{qu}} \frac{X_{aqu}^2}{X_{qu} - X''_{qu}} \quad (3.192)$$

Por definição a reatância transitória de eixo direto, X'_{du} , é a reatância vista pelo eixo direto com a ação do enrolamento amortecedor negligenciada e a do enrolamento de campo ativa, assim como representado na Figura 3.18.

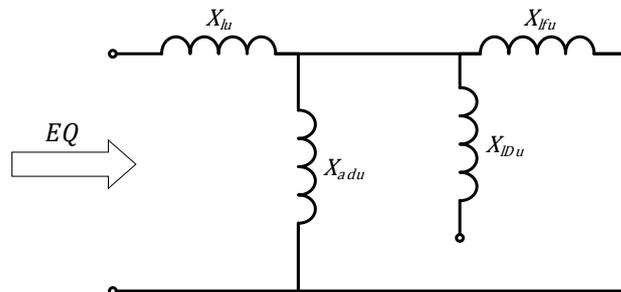


Figura 3.18 – Reatância transitória no eixo direto

Calcula-se a reatância equivalente utilizando os parâmetros (3.185) a (3.187) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} EQ &= X_{lu} + \frac{X_{adu} X_{lfu}}{X_{adu} + X_{lfu}} \\ &= X_{lu} + \frac{X_{adu} \frac{X'_{du} - X_{lu}}{X_{du} - X'_{du}} X_{adu}}{X_{adu} + \frac{X'_{du} - X_{lu}}{X_{du} - X'_{du}} X_{adu}} \end{aligned} \quad (3.193)$$

$$\begin{aligned}
&= X_{lu} + \frac{X_{adu} \frac{X'_{du} - X_{lu}}{X_{du} - X'_{du}} X_{adu}}{\frac{X_{adu}(X_{du} - X'_{du}) + (X'_{du} - X_{lu})X_{adu}}{X_{du} - X'_{du}}} \\
&= X_{lu} + \frac{X_{adu}^2 (X'_{du} - X_{lu})}{X_{adu}(X_{du} - X'_{du}) + (X'_{du} - X_{lu})X_{adu}} \\
&= X_{lu} + \frac{X_{adu}^2 (X'_{du} - X_{lu})}{X_{adu}(X_{du} - X'_{du} + X'_{du} - X_{lu})} \\
&= X_{lu} + \frac{X_{adu}^2 (X'_{du} - X_{lu})}{X_{adu}^2} \\
&= X_{lu} + X'_{du} - X_{lu} \\
&= X'_{du}
\end{aligned}$$

Cont.
(3.193)

Ou seja, o resultado é X'_{du} e não depende da reatância de dispersão adotada, porque esta reatância foi cancelada ao longo da dedução do valor equivalente do circuito cujo valor final é a própria reatância transitória.

O mesmo vale para a reatância subtransitória e as constantes de tempo. Isso ocorre porque estes chamados parâmetros tradicionais foram justamente a base para o método de determinação dos parâmetros. Mesmo a técnica apresentada no item 4.4, mais moderna e complexa em relação a esta, admite qualquer reatância de dispersão representando não somente o comportamento da armadura, mas também do rotor.

O algoritmo que gerou a curva da Figura 3.17 pode ser expandido. Para cada reatância de dispersão dentro de um dado intervalo, varia-se a reatância característica dentro de um outro intervalo. O resultado é a superfície da Figura 3.19. Caso fossem feitos cortes nesta superfície na direção de cada reatância de dispersão, obter-se-iam curvas idênticas para cada um deles.

Uma restrição adicional, porém, elimina essa aparente livre arbitrariedade. Até aqui tratou-se somente de análises lineares. Ao se inserir o efeito da saturação magnética na modelagem, a única reatância de dispersão tolerável é a própria reatância de dispersão da máquina, pois somente ela garante a inclinação da curva do entreferro [10, 54]. Desta forma, análises dinâmicas e de estabilidade devem necessariamente adotar a reatância de dispersão da máquina.

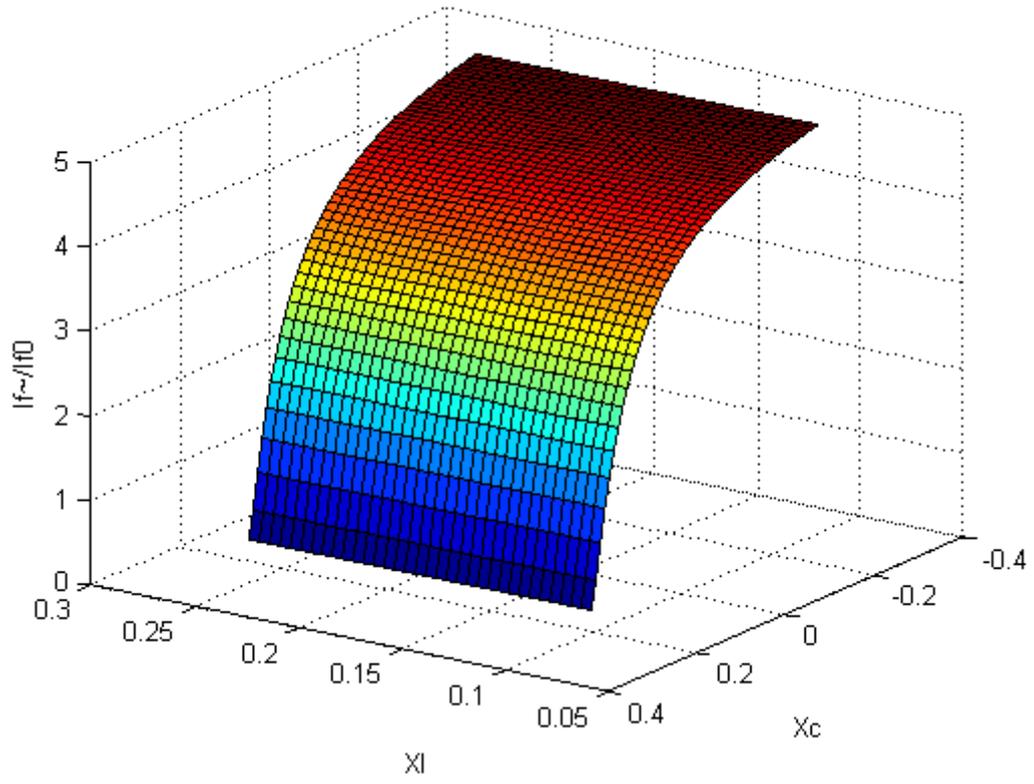


Figura 3.19 – Relação da reatância característica com a parcela induzida no rotor para diversas reatâncias de dispersão

4 Parâmetros da máquina síncrona

As equações da máquina síncrona desenvolvidas no capítulo anterior utilizam reatâncias e resistências, da armadura e do rotor, como parâmetros. Apesar de especificar completamente a máquina síncrona, estes parâmetros não podem ser medidos diretamente das respostas da máquina. Desta forma, é de costume derivar estes parâmetros do circuito equivalente a partir de outros que sejam observáveis através de ensaios. Um exemplo de técnica de determinação de parâmetros derivada de ensaios já foi apresentado anteriormente no item 3.7.5.

Neste estudo serão utilizadas as técnicas apresentadas em [16], no qual I. M. Canay apresenta uma maneira de determinar os parâmetros do circuito equivalente, incluindo a reatância característica do rotor, dos parâmetros tradicionais da máquina, assim como um método de determinar os parâmetros tradicionais da máquina do circuito equivalente. Essas técnicas são denominadas transformadas reversa e direta respectivamente.

4.1 Parâmetros tradicionais da máquina síncrona

Ao ocorrer um distúrbio em uma máquina síncrona, correntes serão induzidas nos circuitos do rotor. Algumas destas correntes decaem mais rapidamente que outras. Estas correntes modificam o caminho do fluxo no entreferro e, por consequência, a reatância vista pelos terminais da máquina.

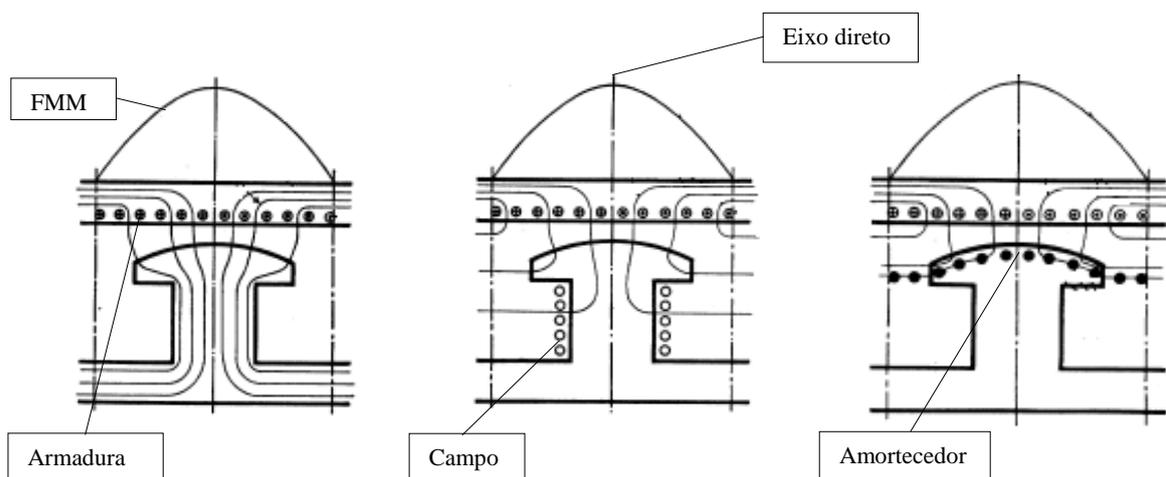


Figura 4.1 – Fluxo no eixo direto em regime permanente, transitório e subtransitório (da esquerda para direita) em uma máquina de polos salientes.

Parâmetros da máquina relacionados a correntes que decaem mais rapidamente são denominados subtransitórios, enquanto os relacionados a correntes que decaem relativamente

de maneira mais lenta são denominados transitórios. Os relacionados ao regime permanente são denominados síncronos.

Os parâmetros mais importantes de máquina síncrona estão relacionados as reatâncias vistas pelos terminais da máquina síncrona durante os períodos subtransitório, transitório e em regime permanente. Não menos importante que essas são as respectivas constantes de tempo com terminais em curto-circuito e abertos.

Como já mostrado no item 3.2, é possível incluir múltiplos enrolamentos amortecedores, dependendo da complexidade e precisão da análise que se deseja realizar, originando parâmetros além dos subtransitórios. Via de regra os parâmetros fornecidos por fabricantes são os listados na Tabela 2. Nesta tabela o índice i refere-se ao eixo direto ou de quadratura.

Tabela 2 – Relação de parâmetros tradicionais fornecidos por fabricantes

| | |
|------------|---|
| X_i | Reatância em regime permanente no eixo “i” |
| X'_i | Reatância transitória no eixo “i” |
| X''_i | Reatância subtransitória no eixo “i” |
| T'_i | Constante de tempo transitória no eixo “i” com terminais em curto-circuito |
| T''_i | Constante de tempo subtransitória no eixo “i” com terminais em curto-circuito |
| T'_{i0} | Constante de tempo transitória no eixo “i” com terminais abertos |
| T''_{i0} | Constante de tempo subtransitória no eixo “i” com terminais abertos |

Os ensaios mais disseminados para determinação de parâmetros tradicionais são:

- Curto-circuito trifásico nos terminais do gerador;
- Rejeição de carga;
- Resposta em frequência.

Vale ressaltar que as reatâncias variam dependendo do ponto de operação da máquina síncrona, devido ao efeito da saturação dos materiais ferromagnéticos e temperatura sobre as resistências [55].

4.2 Curto-circuito trifásico

Caso um curto-circuito trifásico seja aplicado aos terminais da máquina, correntes tais como as da Figura 4.2 são produzidas. Em geral, as correntes em cada uma das fases apresentam as seguintes componentes distintas:

1. Uma componente de frequência fundamental, que decai inicialmente de maneira rápida (em poucos ciclos) e a posteriori vagarosamente (em vários segundos) até atingir um valor permanente.
2. Uma componente unidirecional (componente contínua) que decai exponencialmente em diversos ciclos.

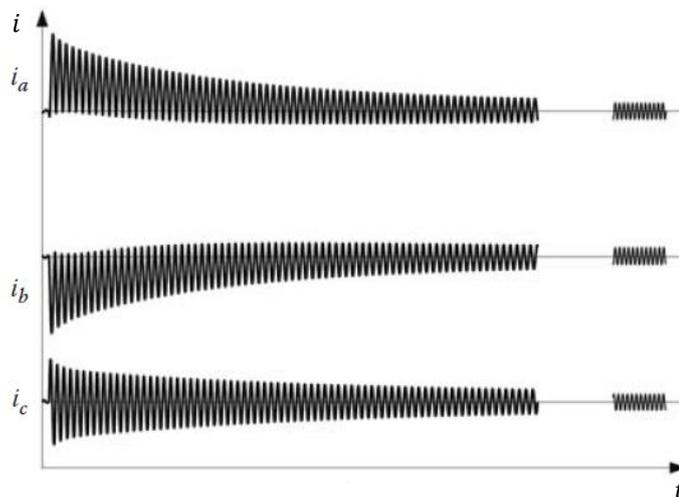


Figura 4.2 – Correntes típicas na armadura durante o curto-circuito trifásico

O rápido decaimento inicial é atribuído ao também rápido decaimento do fluxo de acoplamento entre circuitos amortecedores. A parte que decai relativamente mais devagar está relacionada ao enrolamento de campo, uma vez que o decaimento dos fluxos que acoplam este enrolamento ocorre em um intervalo de tempo superior.

A componente contínua possui magnitude distinta em cada uma das fases. Estas magnitudes têm influência direta da posição do rotor no instante do curto-circuito com relação as fases. A duração está relacionada a constante de tempo da armadura, T_a , que por sua vez é igual a razão entre a indutância efetiva da armadura (com a corrente unidirecional em circulação na armadura) e sua resistência.

Em adição a estas duas parcelas existe uma terceira de menor impacto. Esta componente, que contém componentes harmônicas de segunda ordem, está relacionada a saliência subtransitória, ou seja, $(X'_d - X''_q)$.

A corrente de curto-circuito no campo por sua vez possui uma componente alternada e uma componente contínua. A componente contínua no campo é uma reação a parcela da

componente alternada da armadura. A componente alternada por sua vez é reação a componente contínua da armadura.

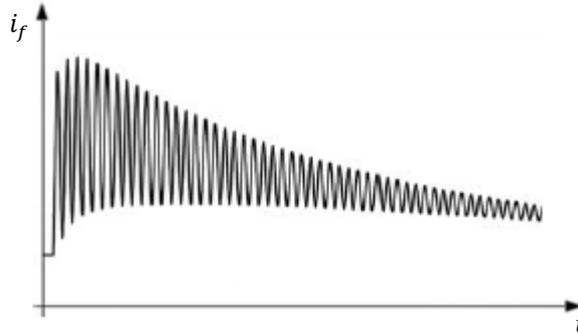


Figura 4.3 – Corrente no campo típica durante o curto-circuito

As correntes são determinadas ao se resolver as equações de fluxo da máquina, trifásicas ou em coordenadas dq0. As equações para as correntes da armadura em valores reais resultantes da resolução das equações de fluxo em função do tempo são:

$$\begin{aligned}
 i_a(t) = \sqrt{2}E_0 \left\{ \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} \right] \cos(\omega_r t + \lambda) \right. \\
 \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X''_d} + \frac{1}{X''_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\lambda) \right. \\
 \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X''_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega_r t + \lambda) \right\} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Nesta equação λ representa a defasagem angular entre a fase a e o instante de aplicação do curto-circuito. A equação da fase b é obtida ao se substituir λ por $\left(\lambda - \frac{2\pi}{3}\right)$, e a fase c por $\left(\lambda - \frac{4\pi}{3}\right)$. O termo $\sqrt{2}$ é abandonado ao utilizar-se a equação em p.u.

A corrente de campo por sua vez é expressa pela seguinte equação:

$$i_f(t) = i_{f0} + i_{f0} \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \left[e^{-\frac{t}{T'_d}} - \left(1 - \frac{T_D}{T''_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} - \frac{T_D}{T''_d} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega_r t) \right] \quad (4.2)$$

Onde T_D é a constante de tempo do enrolamento amortecedor.

4.3 Parâmetros operacionais

Uma forma conveniente de identificar as características elétricas da máquina síncrona é em termos de parâmetros operacionais que relacionam as grandezas nos terminais dos enrolamentos do rotor e da armadura. A relação entre variações incrementais nas grandezas elétricas nos terminais da Figura 4.4 são expressas por:

$$\Delta\psi_d(s) = G(s)\Delta e_f(s) - X_d(s)\Delta i_d(s) \quad (4.3)$$

$$\Delta\psi_q(s) = -X_q(s)\Delta i_q(s) \quad (4.4)$$

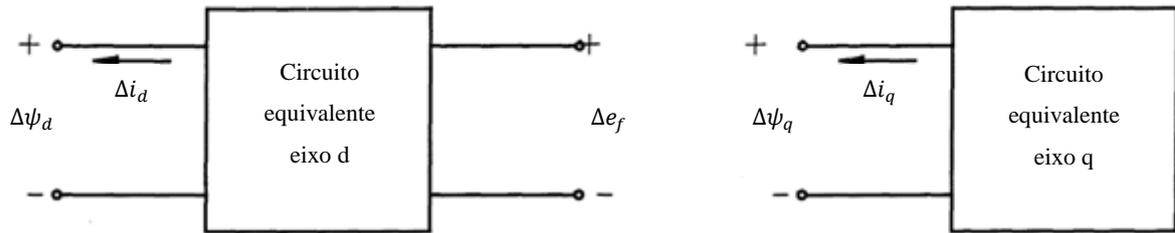


Figura 4.4 – Circuitos equivalente no eixo d e q em termos incrementais

Define-se $G(s)$ como a função de transferência entre o eixo direto e o enrolamento de campo, $X_d(s)$ e $X_q(s)$ como reatâncias operacionais dos eixos direto e de quadratura. O operador laplaciano s e o prefixo Δ indicam incremento ou distúrbio nas grandezas.

As equações (4.3) e (4.4) são válidas para qualquer quantidade de circuitos no rotor que se queira utilizar. Ao se admitir um número finito de rotores no circuito, os parâmetros operacionais podem ser expressos na forma de polinômios. Os polinômios de $X_d(s)$ e $X_q(s)$ possuem a mesma ordem do número de circuitos adotados no rotor, isso é, caso se considere, por exemplo, no eixo direto um enrolamento de campo e apenas um enrolamento amortecedor, o termo de maior grau deste polinômio seria dois. Vale ressaltar ainda que a função de transferência $G(s)$ possui exatamente o mesmo denominador que $X_d(s)$ e o seu numerador possui ordem um grau menor que os demais. Pode-se demonstrar que [43, 44]:

$$X_d(s) = X_d \frac{(1 + sT'_d)(1 + sT''_d) \dots (1 + sT^m_d)}{(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0}) \dots (1 + sT^m_{d0})} \quad (4.5)$$

$$X_q(s) = X_q \frac{(1 + sT'_q)(1 + sT''_q) \dots (1 + sT^m_q)}{(1 + sT'_{q0})(1 + sT''_{q0}) \dots (1 + sT^m_{q0})} \quad (4.6)$$

$$G(s) = G_0 \frac{(1 + sT_{1D}) \dots (1 + sT_{(m-1)D})}{(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0}) \dots (1 + sT^m_{d0})} \quad (4.7)$$

Aqui T_{mD} é a constante de tempo do “m-ésimo” enrolamento amortecedor representado no eixo direto e ainda o coeficiente G_0 :

$$G_0 = \frac{X_{ad}}{R_f} \quad (4.8)$$

Nota-se que as reatâncias operacionais do eixo direto e de quadratura tem formato similar. Se expandidos os termos no numerador e denominador e ao se adotar também a notação i para designar qualquer um dos eixos, tal como no item 4.1, define-se que:

$$X_i(s) = X_i \frac{P(s)}{P_0(s)} = X_i \frac{1 + As + Bs^2 + \dots + Ms^m}{1 + A_0s + B_0s^2 + \dots + M_0s^m} \quad (4.9)$$

Os polinômios de “m-ésima” ordem $P(s)$ e $P_0(s)$ possuem como raízes as constantes de tempo em curto-circuito e em vazio, respectivamente. Eles são denominados Polinômios característicos com armadura em curto-circuito e em vazio, respectivamente. Os coeficientes dos polinômios com terminais em vazio são:

$$\begin{aligned} A_0 &= T'_{i0} + T''_{i0} + T'''_{i0} + \dots + T^m_{i0} \\ B_0 &= T'_{i0}T''_{i0} + T'_{i0}T'''_{i0} + T''_{i0}T'_{i0} + \dots + T^{(m-1)}_{i0}T^m_{i0} \\ C_0 &= T'_{i0}T''_{i0}T'''_{i0} + \dots + T^{(m-2)}_{i0}T^{(m-1)}_{i0}T^m_{i0} \\ &\vdots \\ M_0 &= T'_{i0} \dots T^m_{i0} \end{aligned} \quad (4.10)$$

E os coeficientes do polinômio com os terminais em curto-circuito são:

$$\begin{aligned} A &= T'_i + T''_i + T'''_i + \dots + T^m_i \\ B &= T'_iT''_i + T'_iT'''_i + T''_iT'_i + \dots + T^{(m-1)}_iT^m_i \\ C &= T'_iT''_iT'''_i + \dots + T^{(m-2)}_iT^{(m-1)}_iT^m_i \\ &\vdots \\ M &= T'_i \dots T^m_i \end{aligned} \quad (4.11)$$

O inverso desta reatância, ou seja, a admitância, tem o seguinte formato:

$$\begin{aligned} \frac{1}{X_i(s)} &= \frac{1}{X_i} + \left(\frac{1}{X'_i} - \frac{1}{X_i} \right) \frac{sT'_i}{1 + sT'_i} + \left(\frac{1}{X''_i} - \frac{1}{X'_i} \right) \frac{sT''_i}{1 + sT''_i} + \dots \\ &\quad + \left(\frac{1}{X^m_i} - \frac{1}{X^{(m-1)}_i} \right) \frac{sT^m_i}{1 + sT^m_i} \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.4 Transformada direta e reversa

Diversas técnicas de determinação dos parâmetros do circuito equivalente da máquina síncrona foram propostas na literatura [15, 43, 44]. Grande parte destes métodos assume como premissa algumas simplificações que se justificam somente ao se efetuar cálculos manualmente, sem auxílio de recursos computacionais. Por exemplo:

$$T'_d \approx \frac{X'_d}{X_d} T'_{d0} \quad (4.13)$$

$$T'_{d0} \approx T_f + T_D \quad (4.14)$$

I. M. Canay apresenta em [16] um método robusto de determinação dos parâmetros do circuito equivalente a partir de dados fornecidos pelo fabricante que exclui a necessidade destas

simplificações. Este método permite ainda a adoção de infinitos enrolamentos amortecedores nos circuitos do rotor. Como já dito na introdução deste capítulo batizou-se de transformada direta (*forward transformation*) o cálculo dos parâmetros tradicionais a partir dos valores dos parâmetros do circuito equivalente e de transformada reversa a operação contrária (*backward transformation*).

Para o correto modelamento da corrente do rotor uma variável a mais deve ser introduzida no problema, é ela a já definida $i_{f\sim}/i_{f0}$. Este dado pode ser extraído do ensaio de curto-circuito trifásico nos terminais da máquina ou do ensaio de resposta em frequência.

4.4.1 Equacionamento da transformada direta

Seja o circuito equivalente apresentado na Figura 4.5 a representação dos acoplamentos magnéticos de uma máquina com m enrolamentos amortecedores para o eixo i .

Define-se então que:

Tabela 3 – Variáveis utilizadas na Transformada direta

| | |
|---|---|
| $X_a, X_{ai}, X_i = X_a + X_{ai}$ | Reatância de dispersão, principal e total |
| $X_{1\sigma} = X_{1c} + X_{r1c} + \dots + X_{r(m-1)c}$ ⋮ $X_{m\sigma} = X_{mc} + X_{r(m-1)c}$ | Reatância de dispersão individual dos circuitos do rotor |
| $X_{1c}, X_{r1c}, \dots, X_{r(m-1)c}$ | Componentes da reatância de dispersão devidas ao acoplamento |
| R_1, R_2, \dots, R_m | Resistência do “m-ésimo” enrolamento do rotor |
| $T_{01} = \frac{X_{ai} + X_{1\sigma}}{R_1}$ ⋮ $T_{0m} = \frac{X_{ai} + X_{m\sigma}}{R_m}$ | Constantes de tempo específicas para cada circuito do rotor (armadura em vazio, definição convencional) |
| $X_{\delta i} = \frac{X_a X_{ai}}{X_i}$ | Reatância comum no entreferro com a armadura em curto-circuito |
| $T_1 = \frac{X_{\delta i} + X_{1\sigma}}{R_1}$ ⋮ $T_m = \frac{X_{\delta i} + X_{m\sigma}}{R_m}$ | Constantes de tempo específicas para cada circuito do rotor (armadura em curto-circuito) |

Note que nesta seção se adota X_a como sendo a reatância de dispersão, ao invés de X_l como se fez até a seção anterior. O intuito é utilizar a mesma notação da publicação original.

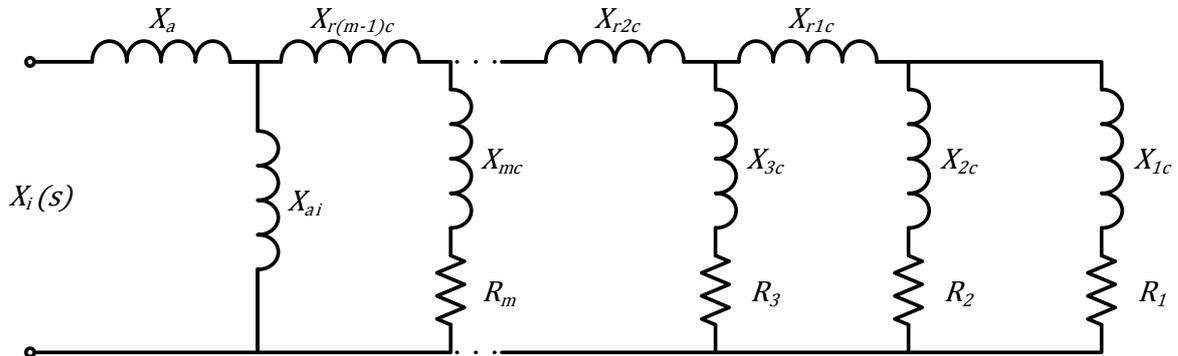


Figura 4.5 – Circuito equivalente para o eixo i com m circuitos no rotor

Os acoplamentos magnéticos entre circuitos do rotor, com o armadura em vazio, são totalmente representados pela matriz de acoplamentos:

$$\frac{1}{R_1 R_2 \dots R_m} \begin{vmatrix} R_1 + s(X_{ai} + X_{1\sigma}) & sX_{12} & \dots & sX_{1m} \\ sX_{12} & R_2 + s(X_{ai} + X_{2\sigma}) & \dots & sX_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ sX_{1m} & sX_{2m} & \dots & R_m + s(X_{ai} + X_{m\sigma}) \end{vmatrix} \quad (4.15)$$

O determinante da matriz dividido pelo produto das resistências resulta no já conhecido polinômio característico em vazio. De (4.15) obtém-se os coeficientes deste polinômio da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A_0 &= T_{01} + T_{02} + T_{03} + \dots + T_{0m} \\ B_0 &= k_{12}T_{01}T_{02} + k_{13}T_{01}T_{03} + \dots + k_{(m-1)m}T_{0(m-1)}T_{0m} \\ C_0 &= k_{123}T_{01}T_{02}T_{03} + \dots + k_{(m-2)(m-1)m}T_{0(m-2)}T_{0(m-1)}T_{0m} \\ &\vdots \\ M_0 &= k_{1\dots m}T_{01} \dots T_{0m} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Os fatores k para o acoplamento entre os dois circuitos n e m são dados por:

$$k_{nm} = \frac{1}{(X_{ai} + X_{n\sigma})(X_{ai} + X_{m\sigma})} \begin{vmatrix} X_{ai} + X_{n\sigma} & X_{nm} \\ X_{nm} & X_{ai} + X_{m\sigma} \end{vmatrix} \quad (4.17)$$

Já para os três circuitos l , n e m o fator é dado por:

$$\begin{aligned} &k_{lnm} \\ &= \frac{1}{(X_{ai} + X_{l\sigma})(X_{ai} + X_{n\sigma})(X_{ai} + X_{m\sigma})} \begin{vmatrix} X_{ai} + X_{l\sigma} & X_{ln} & X_{lm} \\ X_{ln} & X_{ai} + X_{n\sigma} & X_{nm} \\ X_{lm} & X_{nm} & X_{ai} + X_{m\sigma} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Por fim, para os m circuitos:

$$k_{1\dots m} = \frac{1}{(X_{ai} + X_{1\sigma}) \dots (X_{ai} + X_{m\sigma})} \begin{vmatrix} X_{ai} + X_{1\sigma} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ X_{12} & X_{ai} + X_{2\sigma} & \dots & X_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1m} & X_{2m} & \dots & X_{ai} + X_{m\sigma} \end{vmatrix} \quad (4.19)$$

Com isto é possível determinar todos os coeficientes do polinômio característico em vazio. Ao se encontrar as raízes do polinômio pode se determinar as constantes de tempo em vazio do eixo i , isso é $T'_{i0}, T''_{i0}, \dots, T^m_{i0}$. Vale ressaltar que as raízes resultam em valores negativos, ou seja é necessário a inversão do sinal para se obter as constantes de tempo com o sinal correto.

A matriz de acoplamentos (4.15) pode ser ajustada para o caso dos terminais da armadura em curto-circuito. Para isso o parâmetro X_{ai} deve ser substituído pelo parâmetro $X_{\delta i}$. Para este caso, considera-se a resistência da armadura como nula.

O determinante da matriz dividida pelo produto das resistências resulta no polinômio característico com a armadura em curto. Assim como em (4.16) tem-se que:

$$\begin{aligned} A &= T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_m \\ B &= k_{12}T_1T_2 + k_{13}T_1T_3 + \dots + k_{(m-1)m}T_{(m-1)}T_m \\ C &= k_{123}T_0T_2T_3 + \dots + k_{(m-2)(m-1)m}T_{(m-2)}T_{(m-1)}T_m \\ &\vdots \\ M &= k_{1\dots m}T_1 \dots T_m \end{aligned} \quad (4.20)$$

Os parâmetros k são calculados de maneira similar a (4.17), (4.18) e (4.19). A única diferença é que se emprega $X_{\delta i}$ no lugar de X_{ai} nos cálculos. De posse de todos os coeficientes, pode-se determinar todas as constantes de tempo do eixo com a armadura em curto-circuito, isto é $T'_i, T''_i, \dots, T^m_i$. Assim como nas raízes do polinômio em vazio, estas também possuem valor negativo. Se retrabalhada a equação (4.12) é possível demonstrar que [16, 56]:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{X_i}{X'_i} T'_i + \left(\frac{X_i}{X''_i} - \frac{X_i}{X'_i} + 1 \right) T''_i + \dots + \left(\frac{X_i}{X^m_i} - \frac{X_i}{X^{(m-1)}_i} + 1 \right) T^m_i \\ B_0 &= \frac{X_i}{X''_i} T'_i T''_i + \left(\frac{X_i}{X'''_i} - \frac{X_i}{X'_i} + 1 \right) T''_i T'''_i + \dots \\ &\quad + \left(\frac{X_i}{X^m_i} - \frac{X_i}{X^{(m-1)}_i} + \frac{X_i}{X^{(m-2)}_i} \right) T^m_i T'_i \\ &\quad \vdots \\ M_0 &= \frac{X_i}{X^m_i} T'_{i0} \dots T^m_{i0} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Ao se igualar os coeficientes em (4.10) e (4.21) tem-se que:

$$\begin{aligned}
 X_i' &= \frac{X_i}{1 - \frac{(T_i' - T_{i0}')(T_i' - T_{i0}'') \dots (T_i' - T_{i0}^m)}{T_i'(T_i' - T_i'')(T_i' - T_i''') \dots (T_i' - T_i^m)}} \\
 X_i'' &= \frac{X_i}{\frac{X_i}{X_i'} - \frac{(T_i'' - T_{i0}') (T_i'' - T_{i0}'') \dots (T_i'' - T_{i0}^m)}{(T_i'' - T_i')(T_i'' - T_i'') \dots (T_i'' - T_i^m)}} \\
 &\vdots \\
 X_i^m &= \frac{X_i}{\frac{X_i}{X_i^{(m-1)}} - \frac{(T_i^m - T_{i0}') (T_i^m - T_{i0}'') \dots (T_i^m - T_{i0}^m)}{(T_i^m - T_i')(T_i^m - T_i'') \dots (T_i^m - T_i^{(m-1)})} T_i^m} \\
 &= X_i \frac{T_i' \dots T_i^m}{T_{i0}' \dots T_{i0}^m}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Determinam-se assim as diversas reatâncias da máquina. Com isso todos os parâmetros tradicionais da máquina tornam-se conhecidos.

4.4.2 Equacionamento da transformada reversa

Como demonstrado anteriormente, o inverso do processo recém apresentado é denominado Transformada reversa. Nesta técnica determinam-se os parâmetros do circuito equivalente que representa os parâmetros tradicionais da máquina síncrona, sejam eles obtidos através de ensaios ou mesmo das características construtivas.

A expansão do polinômio da equação (4.12) resulta na equação matemática do circuito equivalente da Figura 4.6.

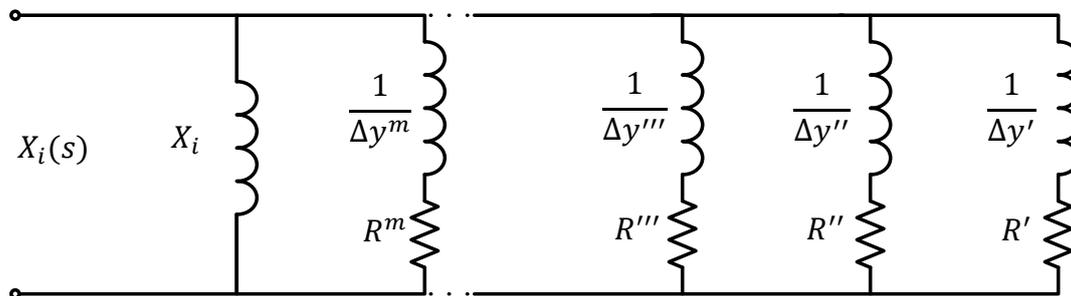


Figura 4.6 – Expansão de $X_i(s)$

Os coeficientes das reatâncias são dados por:

$$\begin{aligned}\Delta y' &= \frac{1}{X_i'} - \frac{1}{X_i} \\ \Delta y'' &= \frac{1}{X_i''} - \frac{1}{X_i'} \\ &\vdots \\ \Delta y^m &= \frac{1}{X_i^m} - \frac{1}{X_i^{(m-1)}}\end{aligned}\quad (4.23)$$

E as resistências do ‘m-ésimo’ enrolamento do rotor:

$$\begin{aligned}R' &= \frac{1}{\Delta y'} T_i' \\ R'' &= \frac{1}{\Delta y''} T_i'' \\ &\vdots \\ R^m &= \frac{1}{\Delta y^m} T_i^m\end{aligned}\quad (4.24)$$

Os coeficientes do polinômio característico em vazio, da forma apresentada em (4.21) pode ser reescrito utilizando-se os coeficientes de (4.23) e (4.24) e também do polinômio característico em curto-circuito (4.11):

$$\begin{aligned}A_0 &= A + X_i [\Delta y' T_i' + \Delta y'' T_i'' + \dots + \Delta y^m T_i^m] \\ B_0 &= B + X_i [(\Delta y' + \Delta y'') T_i' T_i'' + (\Delta y' + \Delta y''') T_i' T_i''' \\ &\quad + (\Delta y'' + \Delta y''') T_i'' T_i''' + \dots + (\Delta y^{(m-1)} + \Delta y^m) T_i^{(m-1)} T_i^m] \\ C_0 &= C + X_i [(\Delta y' + \Delta y'' + \Delta y''') T_i' T_i'' T_i''' + (\Delta y' + \Delta y'' + \Delta y''''') T_i' T_i'' T_i'''' \\ &\quad + \dots + (\Delta y^{(m-2)} + \Delta y^{(m-1)} + \Delta y^m) T_i^{(m-2)} T_i^{(m-1)} T_i^m] \\ &\quad \vdots \\ M_0 &= M + X_i [(\Delta y' + \dots + \Delta y^m) T_i' \dots T_i^m]\end{aligned}\quad (4.25)$$

Os coeficientes do polinômio característico em curto-circuito são calculados através de (4.11). O primeiro passo é então calcular os coeficientes do polinômio característico em vazio. Isto pode ser feito tanto através da equação (4.21) ou (4.25). Em seguida, as constantes de tempo em vazio serão determinadas através da determinação das raízes desse polinômio.

Seja a situação exposta na Figura 4.7, na qual a reatância operacional é conectada a uma reatância externa X_e .

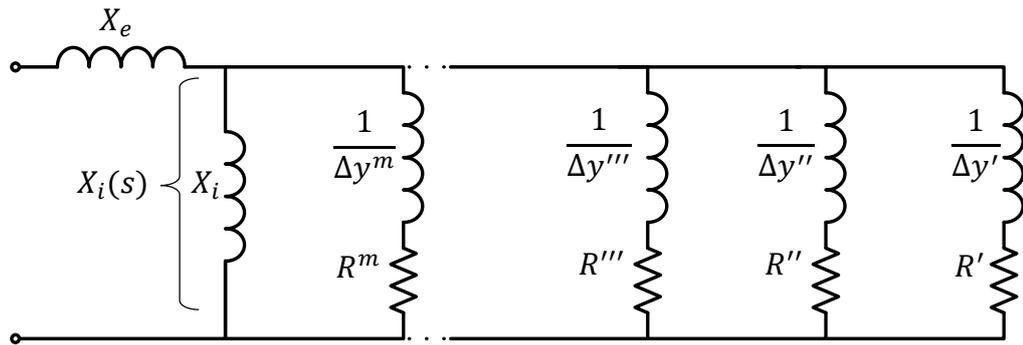


Figura 4.7 – Operador $X_i(s)$ conectado a uma reatância externa

Nesta situação as novas constantes de tempo com terminais em curto-circuito T'_{ie}, \dots, T^m_{ie} e as reatâncias $X_{ie} = X_i + X_e, X'_{ie}, X''_{ie}, \dots, X^m_{ie}$ devem satisfazer a seguinte equação:

$$X_i(s) + X_e = X_{ie} \frac{P_e(s)}{P_0(s)} \quad (4.26)$$

O novo polinômio característico em curto-circuito possui os seguintes coeficientes:

$$\begin{aligned} A_e &= \frac{X_i A + X_e A_0}{X_{ie}} \\ B_e &= \frac{X_i B + X_e B_0}{X_{ie}} \\ &\vdots \\ M_e &= \frac{X_i M + X_e M_0}{X_{ie}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Neste ponto os polinômios característicos em curto-circuito e em vazio de uma determinada reatância operacional são conhecidos. Introdz-se, externamente a esta reatância, uma outra reatância tal que $X_e = -X_a$. Tem-se como resultado o seguinte circuito:

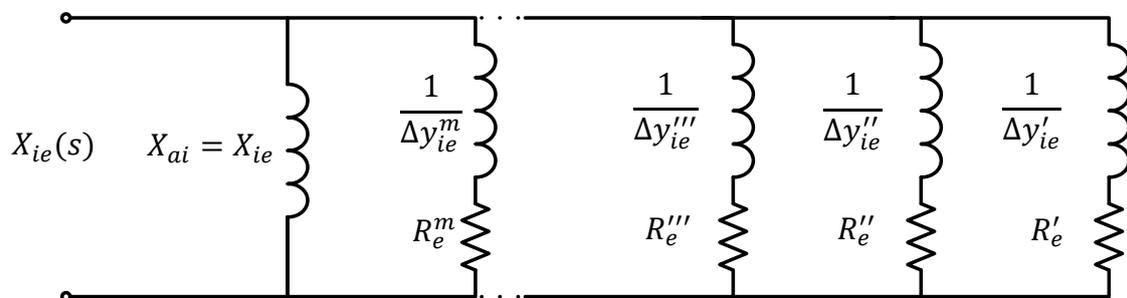


Figura 4.8 – Operador $X_{ie}(s)$

Uma vez calculados os coeficientes de $P_e(s)$ de acordo com (4.27), é possível determinar as constantes de tempo de curto-circuito T'_{ie}, \dots, T^m_{ie} através de suas raízes, bem como também é

possível determinar as reatâncias síncronas $X_{ie}, X'_{ie}, X''_{ie}, \dots, X^m_{ie}$. A simples adição da reatância síncrona original da máquina com a reatância externa é suficiente apenas para os dois extremos, isto é:

$$\begin{aligned} X_{ie} &= X_i + X_e = X_i - X_a \\ X^m_{ie} &= X^m_i + X_e = X^m_i - X_a \end{aligned} \quad (4.28)$$

As reatâncias síncronas intermediárias devem ser determinadas desta maneira distinta. A solução para estas reatâncias síncronas intermediárias vem do rearranjo das equações em (4.27) e com isto:

$$\begin{aligned} X'_{ie} &= \frac{X_i + X_e}{1 - \frac{(T'_{ie} - T'_{i0})(T'_{ie} - T''_{i0}) \dots (T'_{ie} - T^m_{i0})}{T'_{ie}(T'_{ie} - T''_{ie})(T'_{ie} - T'''_{ie}) \dots (T'_{ie} - T^m_{ie})}} \\ X''_{ie} &= \frac{X_i + X_e}{1 - \frac{(T''_{ie} - T'_{i0})(T''_{ie} - T''_{i0}) \dots (T''_{ie} - T^m_{i0})}{(T''_{ie} - T'_{ie})T''_{ie}(T''_{ie} - T'''_{ie}) \dots (T''_{ie} - T^m_{ie})}} \\ &\vdots \\ X^m_{ie} &= \frac{X_i + X_e}{1 - \frac{(T^m_{ie} - T'_{i0})(T^m_{ie} - T''_{i0}) \dots (T^m_{ie} - T^m_{i0})}{(T^m_{ie} - T'_{ie})(T^m_{ie} - T''_{ie}) \dots (T^m_{ie} - T^{(m-1)}_{ie})T^m_{ie}}} \\ &= (X_i + X_e) \frac{T'_{ie} \dots T^m_{ie}}{T'_{ie0} \dots T^m_{ie0}} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Os elementos passivos do circuito equivalente $\Delta y'_{ie}, \dots, \Delta y^m_{ie}$ e $R'_{ie} \dots R^m_{ie}$ são obtidos pelas equações (4.23) e (4.24). Se a reatância de dispersão é conectada em série ao circuito da Figura 4.8, obtém-se o circuito da Figura 4.9:

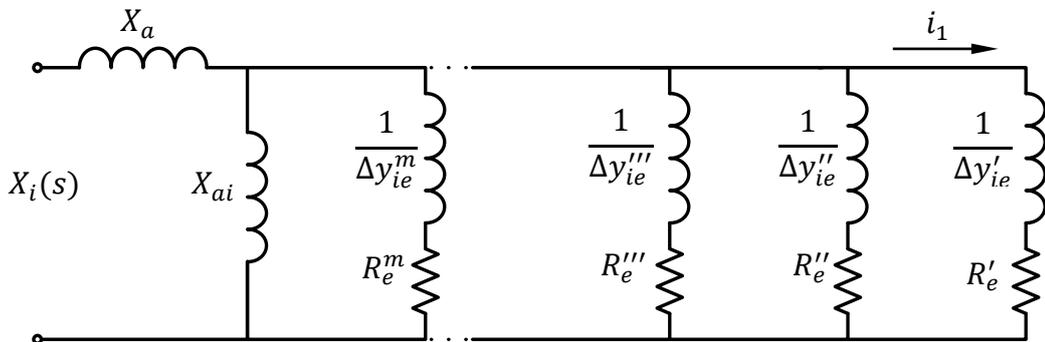


Figura 4.9 – Operador $X_i(s)$ sem considerar o preciso modelamento de grandezas do rotor

O circuito da Figura 4.9 por si só é capaz representar perfeitamente as reatâncias e constantes de tempo vistas pela armadura frente a transitórios. Quando nenhuma influência

externa é aplicada ao rotor pode utilizar-se perfeitamente este circuito. Este é exatamente o caso do eixo de quadratura.

Para a correta representação do circuito de campo, deve-se introduzir novas variáveis ao problema. Essa variável é justamente a componente alternada em relação a inicial obtida no curto-circuito trifásico ou ainda através do ensaio de resposta em frequência. Nesse caso o valor medido deve ser extrapolado para a situação em que a tensão do gerador seja igual a 1,0 p.u., em tensão e frequência. Cabe ressaltar que a recomendação é de que utilize-se sempre o resultado obtido no ensaio de curto-circuito reduzido. Isso se deve ao fato do ensaio de resposta em frequência ser realizado com a máquina parada, o efeito da velocidade centrifuga no contato das barras do amortecedor é negligenciado [1].

É possível relacionar $i_{f\sim}/i_{f0}$ com a corrente induzida no primeiro ramo do circuito equivalente da Figura 4.9, i_1 , na condição em que se aplica 1,0 p.u. de tensão e frequência aos terminais da máquina através da equação a seguir [1].

$$\frac{i_{f\sim}}{i_{f0}} = X_{ai} i_1 \quad (4.30)$$

Tendo em vista que o valor do ensaio é conhecido, para determinar a corrente i_1 nessa condição considera-se inicialmente que:

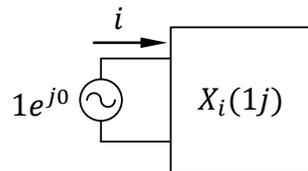


Figura 4.10 – Corrente injetada na reatância característica pela tensão nominal

O valor da reatância vista pelos terminais é dado por (4.5) ao se substituir $s = 1j$. A corrente resultante é então:

$$i = \frac{1e^{j0}}{X_i(1j)} \quad (4.31)$$

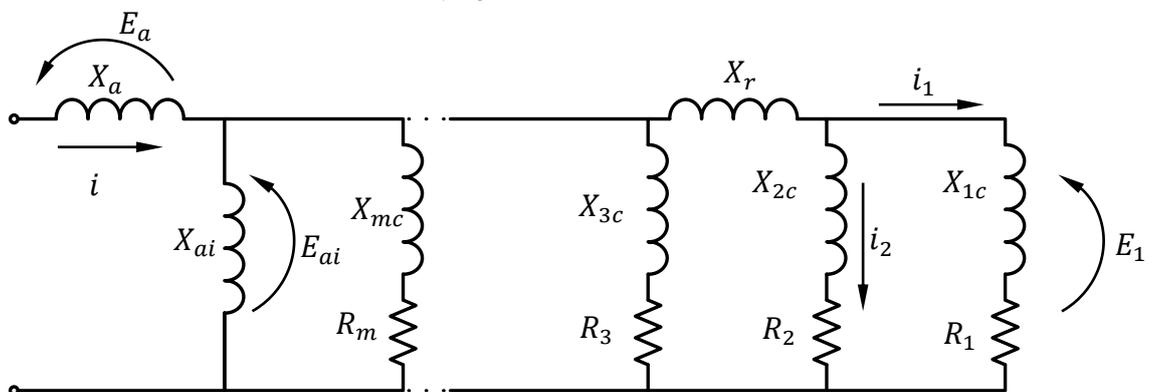


Figura 4.11 – Tensões e correntes no circuito equivalente

Considerando inicialmente que a reatância X_r é nula, tem-se que a tensão na reatância principal X_{ai} e nos circuitos do rotor é igual a:

$$\begin{aligned} E_{ai} &= 1 - jX_a i \\ &= 1 - jX_a \frac{1}{jX_i(1j)} \\ &= 1 - \frac{X_a}{X_i(1j)} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Logo, a partir de (4.32) é possível determinar a corrente de qualquer circuito de campo nesta condição.

Deseja-se, porém, determinar um modelo que satisfaça o resultado obtido no ensaio de curto-circuito ou resposta em frequência, ou seja, que atenda a condição (4.30). Isto é possível de ser realizado quando se conhece a transformada de acoplamento. Esta transformada altera o acoplamento entre dois ramos paralelos.

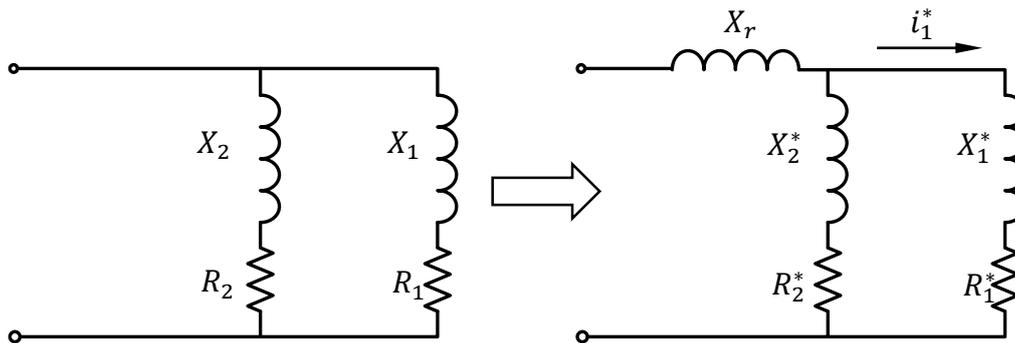


Figura 4.12 – Transformada de acoplamento

Esta transformada altera não só o módulo, mas também o ângulo da corrente no ramo do enrolamento de campo e é válida para todo o espectro de frequência de s . Para calcular os parâmetros do circuito resultante, ou seja, X_1^* , X_2^* , R_1^* e R_2^* primeiro são calculadas as variáveis auxiliares G e H :

$$H = \sqrt{\left(\frac{X_1 - X_r}{R_1} - \frac{X_2 - X_r}{R_2}\right)^2 + 4 \frac{X_r^2}{R_1 R_2}} \quad (4.33)$$

$$G = \frac{X_1 - X_r}{R_1} - \frac{X_2 - X_r}{R_2} \quad (4.34)$$

Os elementos resultante são então:

$$T_1^* = \frac{G + H}{2} \quad (4.35)$$

$$T_2^* = \frac{G - H}{2} \quad (4.36)$$

$$R_1^* = \frac{R_1 R_2 H}{(R_1 + R_2) T_1^* - X_1 - X_2} \quad (4.37)$$

$$X_1^* = R_1^* T_1^* \quad (4.38)$$

$$R_2^* = \frac{-R_1 R_2 H}{(R_1 + R_2) T_2^* - X_1 - X_2} \quad (4.39)$$

$$X_2^* = R_2^* T_2^* \quad (4.40)$$

Para calcular a corrente do primeiro ramo, quando X_r é diferente de zero tem-se que:

$$i_1 + i_2 = \frac{E_{ai}}{jX_r + \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}}} \quad (4.41)$$

Onde $Z_1 = R_1 + jX_{1c}$ e $Z_{2c} = R_2 + jX_{2c}$. Ao se conhecer a somatória das correntes, a tensão U_1 é facilmente determinada:

$$E_1 = E_{ai} - jX_r(i_1 + i_2) \quad (4.42)$$

Por fim i_1 :

$$i_1 = \frac{E_1}{Z_1} \quad (4.43)$$

Deve-se então buscar um X_r para o qual i_1^* que satisfaça (4.37). Note que, assim que encontrado este valor, o circuito já é completo ao utilizar-se um circuito de segunda ordem. Caso uma ordem superior a dois seja utilizada, o circuito até então obtido representa perfeitamente a parcela de corrente de campo alternada induzida no instante logo após ao curto-circuito.

Uma máquina de polos lisos, ou ainda de polos salientes cujos polos não sejam laminados, pode apresentar uma defasagem angular significativa em relação ao instante da aplicação do curto-circuito. Para determinar esta defasagem deve-se considerar o intervalo entre o instante do curto-circuito e o primeiro pico da corrente induzida do campo. Levando em consideração que em uma função $f(\alpha) = \text{sen}(\alpha)$ o primeiro pico da senoide ocorre em $\alpha = 90^\circ$, ao se medir o intervalo de tempo da aplicação até o primeiro pico de corrente obtém-se $\theta + 90^\circ$, onde θ é a defasagem em graus elétricos, tal como exposto na Figura 4.13.

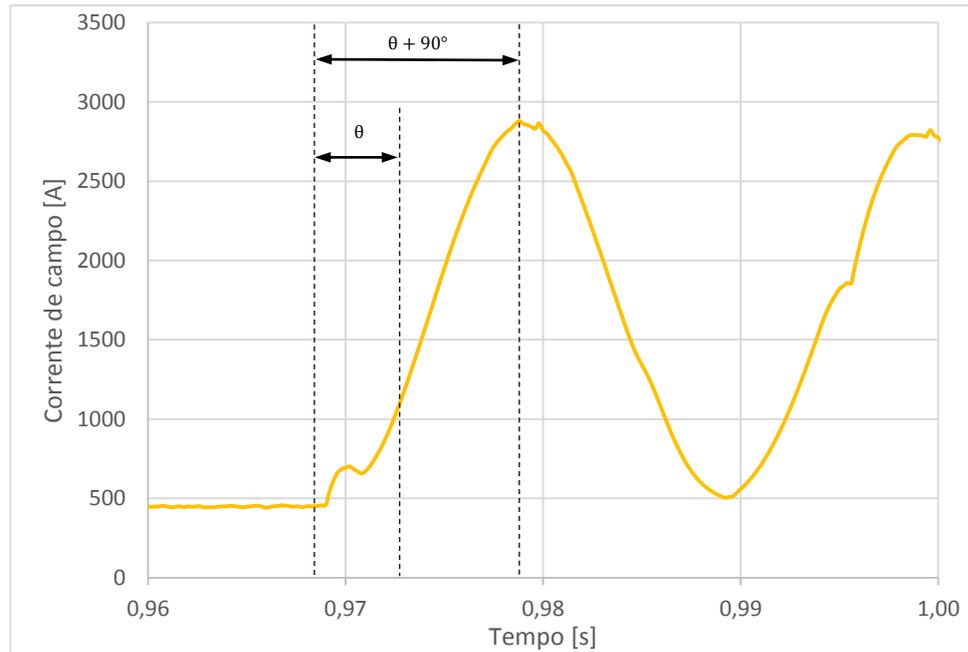


Figura 4.13 – Exemplo da medição da defasagem da corrente de curto-circuito para a máquina de polos salientes de 360 MVA (vide item 6.1)

É possível, com um circuito de terceira ordem, ou superior, representar este fenômeno. Para tal, deve-se adotar um circuito semelhante ao da Figura 4.11, porém a reatância característica deve ser utilizada como reatância de dispersão ideal, ou seja:

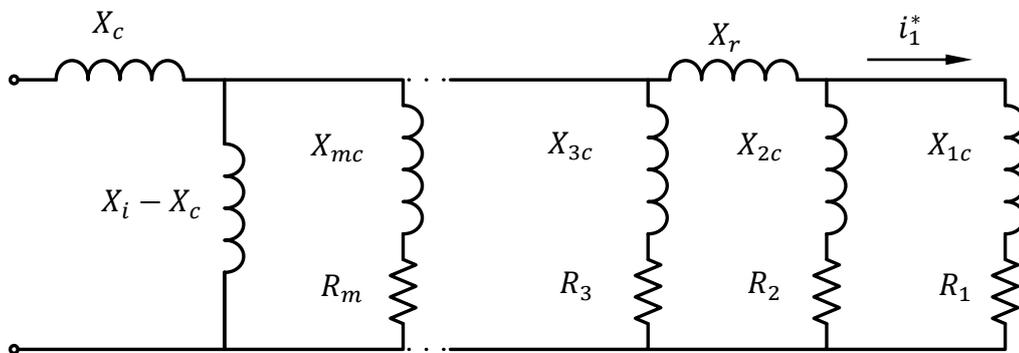


Figura 4.14 – Circuito equivalente para representação da corrente em módulo e ângulo

Na sequência, com auxílio de uma rotina computacional, busca-se um X_c e um X_r que satisfaçam a seguinte relação em módulo e ângulo.

$$i_1^* \frac{X_i - X_c}{X_i - X_a} = \frac{i_{f\sim}}{i_{f0} X_{ai}} = i_1 \quad (4.44)$$

A seguir, com auxílio da transformada I-T, é possível corrigir o circuito para a reatância de dispersão original da máquina. Observa-se abaixo a esquematização desta transformada.

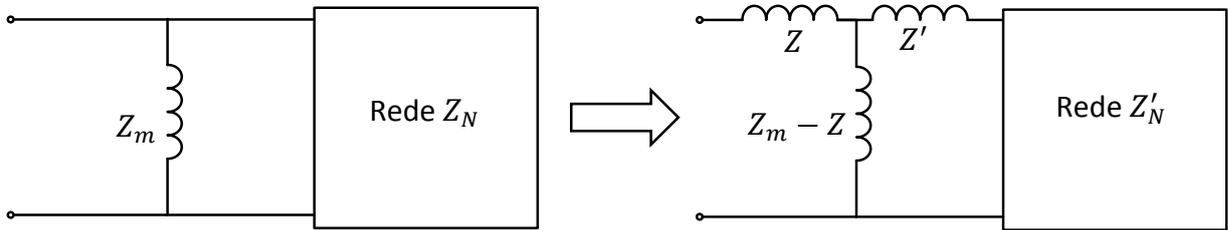


Figura 4.15 – Transformada I-T

Definindo o fator de impedância:

$$k_z = \frac{Z_m - Z}{Z_m} \quad (4.45)$$

O elemento série da rede Z'_N é:

$$Z' = -k_z Z \quad (4.46)$$

Os novos elementos da Z'_N são corrigidos por:

$$Z'_N = k_z^2 Z_N \quad (4.47)$$

Para a devida correção deve-se considerar a reatância principal do circuito como Z_m , ou seja, $Z_m = X_a - X_c$. Note que o fator Z é somado a reatância X_c , portanto $Z = X_a - X_c$.

Para circuitos de terceira ordem esta representação é exata. Para circuitos de ordem superior, apesar de não ser exato, é tecnicamente adequado [1]. Para se elevar o grau de exatidão devem ser introduzidas novas restrições ao problema.

5 Algoritmo de otimização

5.1 Computação evolucionária

Em ciências da computação, a computação evolucionária é um ramo da inteligência artificial que abrange os algoritmos cujas formulações inspiraram-se nos mecanismos evolutivos observados na natureza. Estes mecanismos estão relacionados à teoria evolucionária de Charles Darwin, daí o nome do ramo.

Nos anos 60, geneticistas e biólogos deram os primeiros passos destas técnicas com o fim de modelar computacionalmente processos vitais ao ser humano. Posteriormente, observou-se a capacidade destas ferramentas em solucionar problemas complexos, com grandes espaços de busca, que demandariam grande esforço computacional ou simplificações, tais como a linearização de equações, para utilizar-se as técnicas tradicionais.

Baseados na tentativa e erro e associados a técnicas estocásticas, esses algoritmos valem-se de progressos iterativos tal como crescimento ou desenvolvimento da população guiados por processos aleatórios para atingir o objetivo desejado.

Neste trabalho propõe-se a utilização da técnica de computação evolucionária para a determinação do modelo da máquina síncrona. Utiliza-se o algoritmo de otimização por enxame de partículas híbrido (*Hybrid Swarm Particle Optimization* – HPSO).

5.2 Otimização por enxame de partículas – PSO

O algoritmo de otimização por enxame de partículas, ou PSO (*Particle Swarm Optimization*) como denominado em seu idioma original, foi proposto em [57] pelos Drs. J. Kennedy e R. Eberhart. A ideia central do algoritmo baseia-se na metáfora da iteração social de um bando de pássaros em busca de alimento. Observou-se que nesta busca este bando leva em consideração o conhecimento global dos componentes para determinar a direção a seguir [58]. A melhor posição de cada componente e a melhor posição do bando são computadas a cada instante do tempo, isso é, a cada iteração, e como resultado tem-se uma nova direção de busca.

O PSO é um método de otimização no qual cada partícula pertencente a uma população, ou enxame, é a candidata a solução de um problema. Algumas das características atrativas do PSO são a não necessidade de informação de gradiente e de ser de fácil implementação.

5.2.1 Descrição do algoritmo PSO

A metáfora de interação social do PSO definida no item anterior é aplicada para a otimização de problemas de acordo com as seguintes definições:

1. Cada partícula i da população possui as seguintes características:
 - a. Posição atual dentro do espaço de busca, x_i .
 - b. Velocidade atual, v_i .
 - c. Melhor posição pessoal (ou local) obtida no espaço de busca, y_i .
2. A melhor posição pessoal corresponde à posição na qual a partícula i apresenta o menor erro determinado por uma função objetivo, f_o .
3. A melhor posição global corresponde a posição na qual obtém-se o menor valor de f_o entre os melhores locais de cada partícula.

As equações (5.1) definem a forma como o melhor local de cada partícula é atualizado no tempo para o conjunto composto de s partículas.

$$y_i(t+1) = \begin{cases} y_i(t), & \text{se } f_o(y_i(t)) \leq f_o(x_i(t+1)) \\ x_i(t+1), & \text{se } f_o(y_i(t)) > f_o(x_i(t+1)) \end{cases} \quad (5.1)$$

O melhor global é atualizado de acordo com (5.2).

$$\begin{aligned} g(t) &\in \{y_0(t), y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)\} | f_o(g(t)) \\ &= \min\{f_o(y_0(t)), f_o(y_1(t)), f_o(y_2(t)), \dots, f_o(y_s(t))\} \end{aligned} \quad (5.2)$$

As partículas são atualizadas a cada iteração de acordo com as equações (5.3) e (5.4). Os coeficientes r_1 e r_2 são valores aleatórios sorteados entre zero e um para reproduzir a natureza estocástica do algoritmo. Para cada dimensão j da partícula a velocidade é atualizada através da seguinte equação:

$$v_{i,j}(t+1) = wv_{i,j}(t) + c_1r_{1,j}[y_{i,j}(t) - x_i(t)] + c_2r_{2,j}[g_j(t) - x_i(t)] \quad (5.3)$$

A nova velocidade é somada então a posição atual a fim de obter a próxima posição, logo:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (5.4)$$

Os coeficientes de aceleração c_1 e c_2 controlam o quão distante a partícula pode se deslocar a cada iteração. Além disso na aplicação proposta neste trabalho a velocidade é limitada em um dado intervalo $[-v_{max}, v_{max}]$ para se estabelecer um valor máximo que a partícula pode se deslocar em uma única iteração. O coeficiente de inércia w é utilizado para controlar a convergência das partículas. Tipicamente valores baixos desta constante levam a uma convergência rápida do algoritmo, entretanto para um valor subótimo. Entende-se por subótimo uma solução falsa para o problema em análise. Por outro lado a adoção de um valor alto para a constante de inércia pode ocasionar a divergência das partículas.

Desta forma, progressivamente, as partículas caminham rumo à solução do problema. O algoritmo se encerra ao exceder um número máximo de iterações ou ao atingir um valor mínimo de f_0 .

5.2.2 Convergência prematura e o algoritmo HPSO (*Hybrid Particle Swarm Optimization*)

Em computação evolucionária define-se ótimo local como uma solução subótima para o problema em questão. Imagine que se aplica o PSO a busca do menor valor de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ na superfície irregular apresentada na Figura 5.1.

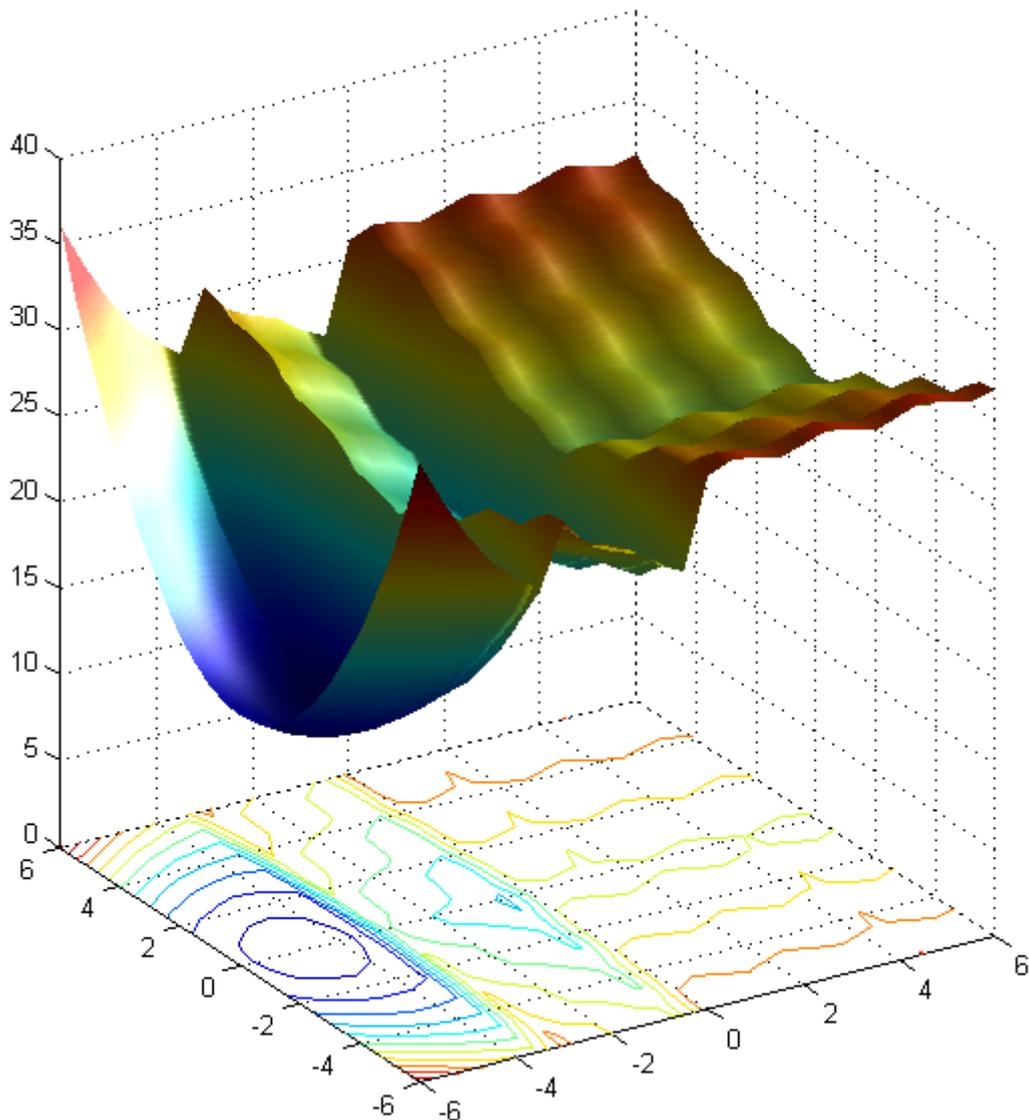


Figura 5.1 – Superfície de busca hipotética

Os ótimos locais, ou subótimos, desta superfície seriam posições inferiores nos vales para os quais a população de partícula poderia convergir, indicando uma falsa solução ótima.

A performance do PSO foi investigada em diversos artigos desde sua criação [59, 60]. Se em alguma das iterações a posição atual de uma partícula coincidir com a melhor global, o deslocamento desta posição para outra só ocorre caso a velocidade anterior e a constante de inércia possuam valores diferentes de zero. Caso a velocidade anterior possua um valor muito próximo a zero as partículas tendem a parar de se deslocar. Isto pode conduzir a uma convergência prematura das partículas. Esta convergência prematura não garante sequer a obtenção de um ótimo local, indica apenas a melhor posição encontrada pelo algoritmo até então. Este fenômeno é conhecido como estagnação [61], e foi demonstrado em [62].

O Algoritmo de otimização por enxame de partículas híbrido ou HPSO (*Hybrid Particle Swarm Optimization*) foi proposto em [58] como uma maneira de contornar o fenômeno indesejado da estagnação. Incorpora-se ao PSO o processo de mutação característico do AG (Algoritmo Genético).

O AG é uma técnica estocástica tal qual o PSO. Em linhas gerais, denominam-se indivíduos as soluções para um dado problema. Estes indivíduos são vetores multidimensionais, cada dimensão é denominada cromossomo. Os indivíduos sofrem um processo evolutivo no qual eles reproduzem-se de forma que aqueles que apresentam a melhor solução ao problema são favorecidos. Além da reprodução, a cada iteração alguns indivíduos são sorteados e submetidos à mutação.

No HPSO, após atualizar a posição da partícula, a população de partículas é submetida a uma mutação. Por mutação entende-se a alteração deliberada e aleatória da próxima posição da partícula. Este processo permite não só a diminuição da probabilidade da estagnação como também que a população escape de uma eventual convergência para um ótimo local para outras posições dentro do espaço de busca ao promover a exploração de regiões vizinhas as quais encontram-se as partículas.

5.3 Aplicação do HPSO à busca do modelo da máquina síncrona

O método normatizado em [33] e descrito no item 4.2 estabelece a forma como as reatâncias de regime permanente, transitória, subtransitória e as respectivas constantes de tempo são determinadas através da evolução das correntes de curto-circuito ao longo do tempo. Para se determinar os parâmetros do circuito equivalente da Figura 3.13 é necessário se valer de uma técnica adicional, por exemplo, a transformada direta apresentada no item 4.4.1.

Alternativamente, a seguir, apresenta-se um algoritmo capaz de encontrar diretamente parâmetros do circuito equivalente tendo como principal entrada os mesmos dados de curto.

5.3.1 Histórico do desenvolvimento do algoritmo

Ao se observar a equação que descreve a evolução da corrente de campo (4.2), pode-se observar que é necessário o conjunto completo de parâmetros do eixo direto para descrever o comportamento da corrente. Embora a reatância característica não atue nesta equação, sua influência é notória através da constante de tempo do rotor, T_D .

Na primeira tentativa de implementação do algoritmo a posição x_i de cada partícula contém os parâmetros a seguir:

$$x_i = \begin{bmatrix} X_{rc} \\ X_{lf} \\ R_f \\ X_{lD} \\ R_D \\ T_a \\ \lambda \\ f_e \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Onde o termo f_e é a frequência do ensaio.

$$f_o(x_i) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{t_{total}} [i_{freal}(t) - i_{fsim}(t)]^2 & \rightarrow x_i \text{ fisicamente consistente} \\ \infty & \rightarrow x_i \text{ fisicamente inconsistente} \end{cases} \quad (5.6)$$

Para cada posição os parâmetros tradicionais da máquina através da transformada direta são determinados, tal como apresentado no item 4.4.1. Simula-se então a corrente de campo através da equação (4.2). A soma dos quadrados da diferença entre a corrente de campo obtida no ensaio e a simulada para cada instante é tomada como função objetivo. Adicionalmente atribui-se valor infinito para a função para os casos nos quais o conjunto de parâmetros assumam valores fisicamente inconsistentes. Nota-se que ao se fazer isso, o espaço de busca não é restringido, no entanto, evita-se a convergência do algoritmo para soluções indesejadas.

Nas figuras 5.2 e 5.3, encontra-se o melhor global para o algoritmo montado desta forma após a 15000 iterações.

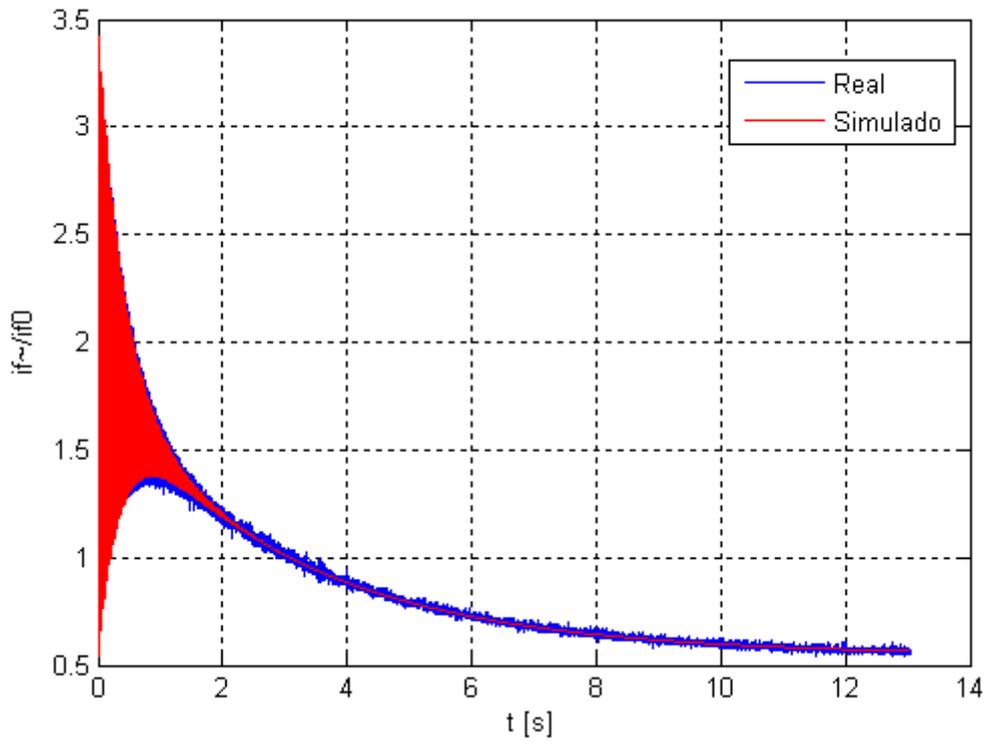


Figura 5.2 – Corrente de curto-circuito simulada

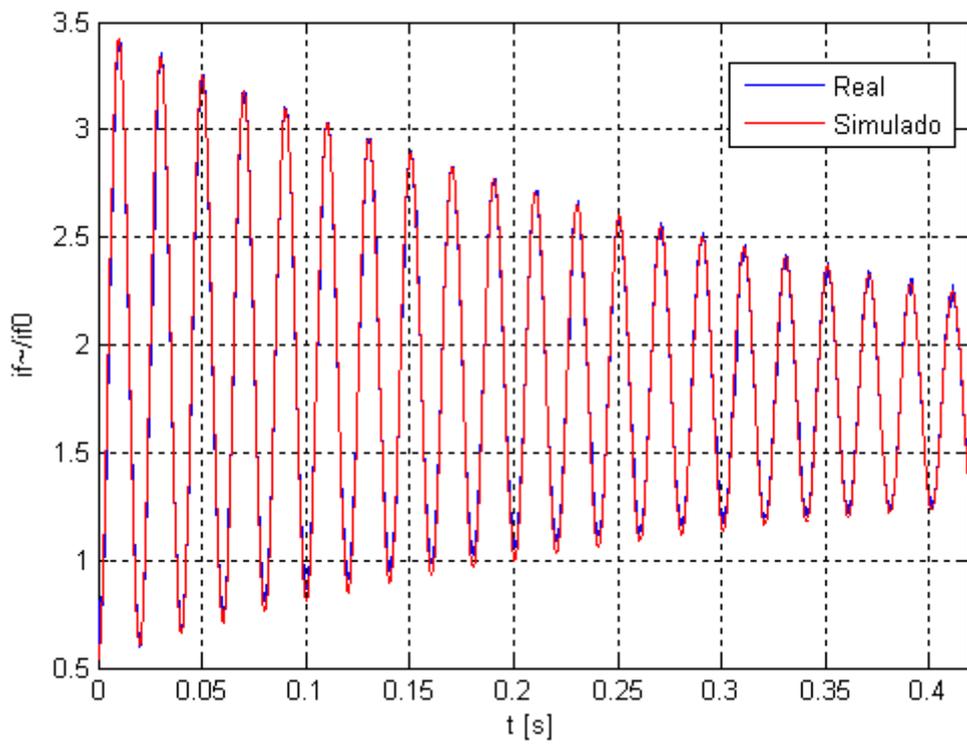


Figura 5.3 – Detalhe dos instantes iniciais do comportamento da corrente de campo

Apesar do resultado encontrado representar a corrente de campo de maneira fidedigna, os parâmetros obtidos não são coerentes com dados típicos de uma máquina síncrona. Observe na Tabela 4 que o valor da constante de tempo subtransitória é demasiadamente alto.

Tabela 4 – Resultados obtidos na primeira implementação do algoritmo para máquina de polos salientes de 360 MVA (vide item 6.1)

| | | | |
|----------|---------|-----------|--------|
| $X_d(*)$ | 1,1431 | λ | 1,160 |
| $X_a(*)$ | 0,1750 | f_e | 0,9974 |
| X_{lf} | 0,4797 | X'_d | 0,3626 |
| R_f | 0,0003 | X''_d | 0,3305 |
| X_{lD} | 1,2494 | T'_d | 3,2998 |
| R_D | 0,0044 | T''_d | 0,7379 |
| X_{rc} | -0,2989 | T_a | 0,3857 |

(*) Dados de Entrada

Optou-se então por incluir na função objetivo a soma dos quadrados das diferenças das correntes de armadura, calculadas através da equação (4.1) para fase a e as devidamente modificadas para as demais. A tensão nos terminais da máquina antes do curto-circuito é adicionada como entrada do problema para que a reatância de eixo direto seja encontrada juntamente com os demais de (5.5), assim como a reatância subtransitória de eixo em quadratura. Observou-se com isso que pequenas variações na frequência da máquina durante o ensaio são suficientes para introduzir um grande erro na função objetivo. Por esta razão o algoritmo não convergiu para nenhuma solução interessante.

Uma vez que não se tem interesse em reproduzir o efeito da variação da frequência durante o ensaio, optou-se então por extrair as envoltórias das correntes de fase de ensaio e simuladas, interpolar os pontos obtidos durante o intervalo de tempo de análise e por fim utilizar o quadrado das diferenças entre sinais simulados e medidos. Tendo em vista que a componente alternada na corrente de campo tem curta duração, a equação de simulação é utilizada diretamente assim como anteriormente. Descartou-se como variável de saída a frequência de ensaio, isso é, como dimensão da posição atual de cada partícula. A frequência do ensaio passa a ser um dado de entrada.

Com esta configuração resultados expressivos foram obtidos. No entanto a convergência para a solução ótima não era regra para todas execuções do programa. Verificou-se empiricamente que o motivo disso residia, principalmente, na maneira como o processo de mutação era aplicado ao problema. O processo inicia-se ao se selecionar ao acaso uma das

partículas da população bem como uma de suas dimensões para ser modificada. À dimensão sorteada, isto é, a um dos parâmetros do circuito equivalente, atribui-se um novo valor escolhido aleatoriamente em um dado intervalo. A alteração individual de um dos parâmetros do circuito equivalente pode corresponder a uma alteração ampla em todos parâmetros típicos da máquina síncrona representados por este circuito. Durante as primeiras iterações, quando o ótimo local está longe de ser obtido, isto não chega a ser um empecilho. Porém, a medida que as partículas se aproximam a ótima global, a mutação da maneira como está concebida perde sua eficácia, já que a busca deveria se concertar em regiões relativamente próximas das atuais.

A solução para contornar este problema foi ao promover a mutação da posição de uma partícula, realizá-la de maneira coesa. Isto é, não se deve alterar aleatoriamente um parâmetro do circuito equivalente de maneira individual e sim um dos parâmetros típicos da máquina representados por este circuito. Por tanto, após selecionada a partícula e o parâmetro típico a sofrer a mutação, determina-se por meio da transformada reversa o novo circuito equivalente correspondente e com isso a nova posição da partícula.

Finalmente, descartou-se a X_q'' do problema. Esta reatância está relacionada a componente de segundo harmônico da equação (4.1). Ao se analisar exclusivamente as envoltórias das correntes não faz sentido manter a reatância no problema, sendo que para este valor pode se considerar $X_d'' = X_q''$ sem introduzir erros significativos.

5.3.2 Algoritmo consolidado

No formato final do algoritmo a posição atual de cada partícula é composta da reatância de eixo direto, dos parâmetros do circuito equivalente do eixo direto representados na Figura 5.4, da constante de tempo da armadura e da defasagem angular entre a fase de referência e o instante do curto-circuito.

$$x_i = \begin{bmatrix} X_d \\ X_{lf} \\ R_f \\ X_{lD} \\ R_D \\ X_{rc} \\ T_a \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

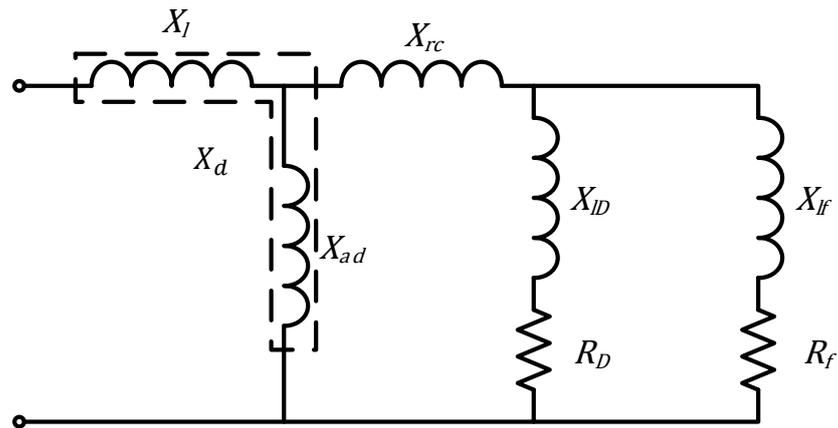


Figura 5.4 – Circuito do eixo direto buscado pelo algoritmo

Além do registro no tempo das correntes de campo e armadura são dados de entrada também a corrente no entreferro, a corrente nominal da armadura, a reatância de dispersão da armadura, a frequência da máquina durante o ensaio e obviamente a tensão nos terminais da armadura antes do curto-circuito.

O primeiro passo é distribuir aleatoriamente as s partículas no espaço de busca. Sortear as partículas em valores típicos auxilia extremamente o processo de convergência. O intervalo da Tabela 5 demonstrou-se eficaz.

Tabela 5 – Intervalo de sorteio da posição inicial das partículas

| Parâmetro | Mínimo | Máximo |
|-----------|--------|--------|
| X_d | 0,8 | 1,5 |
| X_{lf} | 0,1 | 2,0 |
| R_f | 0,0001 | 0,001 |
| X_{ID} | 0,1 | 2,0 |
| R_D | 0,01 | 0,1 |
| X_{rc} | -0,5 | 0,1 |
| T_a | 0,1 | 0,8 |
| λ | 0,0 | 2,0 |

O valor da defasagem angular λ aqui empregado é um valor que deve ser multiplicado por π ao ser aplicado nas equações. Cada posição é avaliada segundo a função objetivo. Esta função é dividida nas seguintes etapas:

1. Através da transformada direta, os parâmetros tradicionais de máquina correspondentes ao circuito equivalente em análise são determinados ($X'_d, X''_d, T'_d, T''_d, T'_{d0}$ e T''_{d0}). Adicionalmente a parcela $I_{f\sim}/I_{f0}$ é também calculada.
2. Calcula-se para cada uma das fases a corrente durante o curto-circuito de acordo com os dados de entrada e da posição atual da partícula conforme a equação (4.1).
3. Calcula-se a corrente de campo durante o curto-circuito de acordo com os dados de entrada e da posição atual da partícula conforme a equação (4.2).
4. Os picos das correntes da armadura são determinados. A função da biblioteca do MATLAB de análise de sinais “*findpeaks*” é utilizada para essa finalidade.
5. Para os picos recém encontrados os demais pontos dentro do intervalo de análise são determinados através de interpolação. A razão de tal é sincronizar as curvas de ensaio e as simuladas. A interpolação tipo “*spline*” foi a utilizada.
6. A função objetivo propriamente dita é então calculada através da soma dos quadrados das diferenças tomado entre simulação e ensaio.

$$f_o(x_i) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{T_{total}} [Real(t) - Sim(t)]^2 & \rightarrow x_i \text{ fisicamente consistente} \\ \infty & \rightarrow x_i \text{ fisicamente inconsistente} \end{cases} \quad (5.8)$$

7. Atribui-se o valor infinito a função objetivo para circuitos que sejam fisicamente inconsistentes. Estas condições são listadas a seguir:
 - a. Qualquer parâmetro resulte em valor negativo, salvo a reatância característica do rotor
 - b. O valor da resistência de campo exceda o valor da resistência do amortecedor
 - c. O valor da resistência do circuito de campo exceda o valor da indutância de dispersão do enrolamento de campo.
 - d. O valor da resistência do circuito amortecedor exceda o valor da indutância de dispersão do enrolamento amortecedor.
 - e. A reatância subtransitória seja menor que a reatância de dispersão da armadura.
 - f. A constante de tempo subtransitória seja maior que a constante de tempo transitória.
 - g. A constante de tempo subtransitória seja maior que a constante de tempo da armadura.

A primeira característica que qualifica esse algoritmo como híbrido é o passo seguinte. Para cada uma das s partículas uma das seguintes características $X_d, X'_d, X''_d, T'_d, T''_d, T_a, \lambda, I_{f\sim}/I_{f0}$ é escolhida ao acaso e a seguir um novo parâmetro é sorteado em um intervalo de 90% a 110% do valor atual. A transformada reversa é então aplicada e o correspondente circuito equivalente calculado. A reatância característica deste circuito é determinada em função de $I_{f\sim}/I_{f0}$ através da aproximação descrita em 3.7.4. Essas novas partículas mutantes são avaliadas segundo a função objetivo recém explanada. Ordena-se de forma crescente as $2s$ partículas conforme o valor da função objetivo de cada uma. As s partículas cuja função objetivo tem maior valor são descartadas. A seguir os resultados destas funções são comparados com o melhor local de cada partícula e posteriormente a melhor posição global é atualizada de acordo com (5.1) e (5.2), respectivamente. Velocidades e posições são atualizadas, conforme (5.3) e (5.4). Entra em cena novamente o HPSO. Duas partículas são sorteadas e novamente sofrem mutação de acordo com o mesmo processo explicado anteriormente. É válido ressaltar que na primeira iteração o valor da velocidade inicial é dado e as melhores posições locais são justamente as iniciais.

O código escrito em Matlab é detalhado na seção de Apêndices.

6 Aplicação e resultados

6.1 Resultados obtidos

A técnica descrita no item 5.3.2 foi aplicada aos dados obtidos no ensaio de curto-circuito de duas máquinas síncronas de polos salientes de grande porte, de 360 MVA e 778 MVA respectivamente.

Vinte experimentos de 1500 iterações cada foram realizados com o intuito de se reproduzir as correntes de campo e da armadura obtidas dos ensaios de campo. Os dados nominais são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Dados nominais das máquinas testadas

| Característica | Máquina #1 | Máquina #2 |
|--|-------------------|-------------------|
| Potência aparente nominal [MVA] | 360,0 | 777,8 |
| Tensão nominal entre fases [V] | 18000 | 20000 |
| Corrente de fase [A] | 11540 | 22480 |
| Fator de potência | 0,85 | 0,90 |
| Frequência [Hz] | 50 | 50 |
| Rotação nominal [RPM] | 166,7 | 75 |
| Tensão de campo nominal [V] | 405 | 509 |
| Corrente de campo nominal [A] | 1810 | 3948 |
| Corrente de campo correspondente a 1,0 p.u. de tensão na linha do entreferro [A] | 869 | 2032 |
| Reatância de dispersão [p.u.] | 0,175 | 0,167 |

As condições nas quais se conduziu os ensaios de curto-circuito das máquinas estão sumarizadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Condições de operação das máquinas antes do ensaio

| Característica | Máquina #1 | Máquina #2 |
|---|-------------------|-------------------|
| Tensão nos terminais antes do curto circuito [p.u.] | 0,600 | 0,555 |
| Rotação do eixo [p.u.] | 0,997 | 0,999 |

As trajetórias da função de avaliação para os melhores globais nas 150 primeiras iterações, de cada um dos 20 experimentos realizados para a máquina #1 é registrada na Figura 6.1. Em seguida se apresenta na Figura 6.2 a trajetória para o conjunto completo de 1500 iterações, também para cada um dos 20 experimentos.

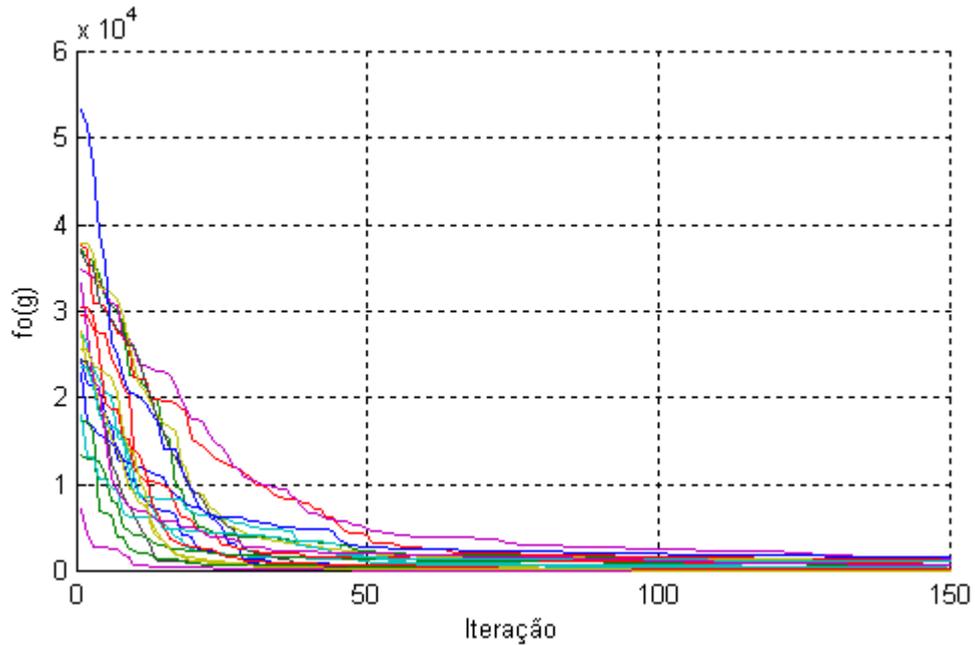


Figura 6.1 – Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer das 150 primeiras iterações de cada experimento, para a máquina de 360 MVA

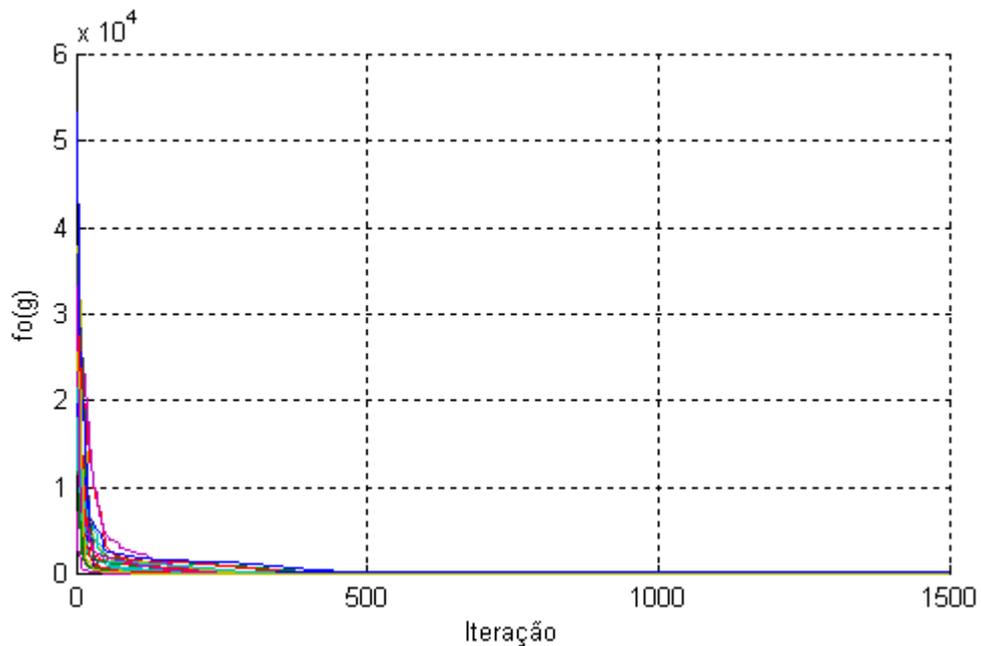


Figura 6.2 – Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer de todas as 1500 iterações de cada experimento, para a máquina de 360 MVA

O comportamento da trajetória da função de avaliação da melhor posição global é registrada para as mesmas condições dos experimentos realizados com os ensaios da máquina #2 nas Figuras 6.3 e 6.4.

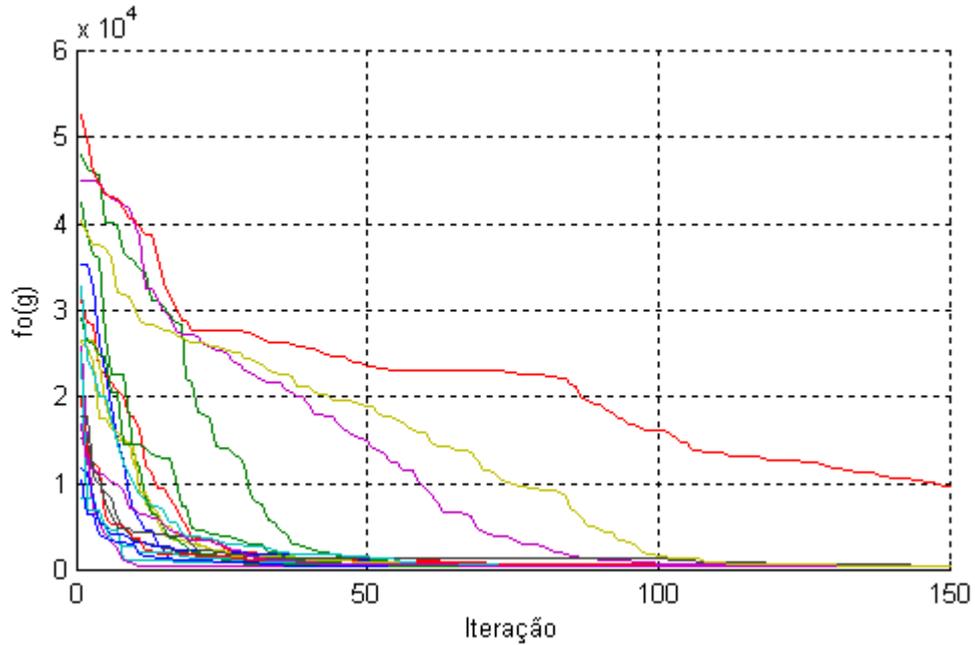


Figura 6.3- Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer das 150 primeiras iterações de cada experimento, para a máquina de 778 MVA

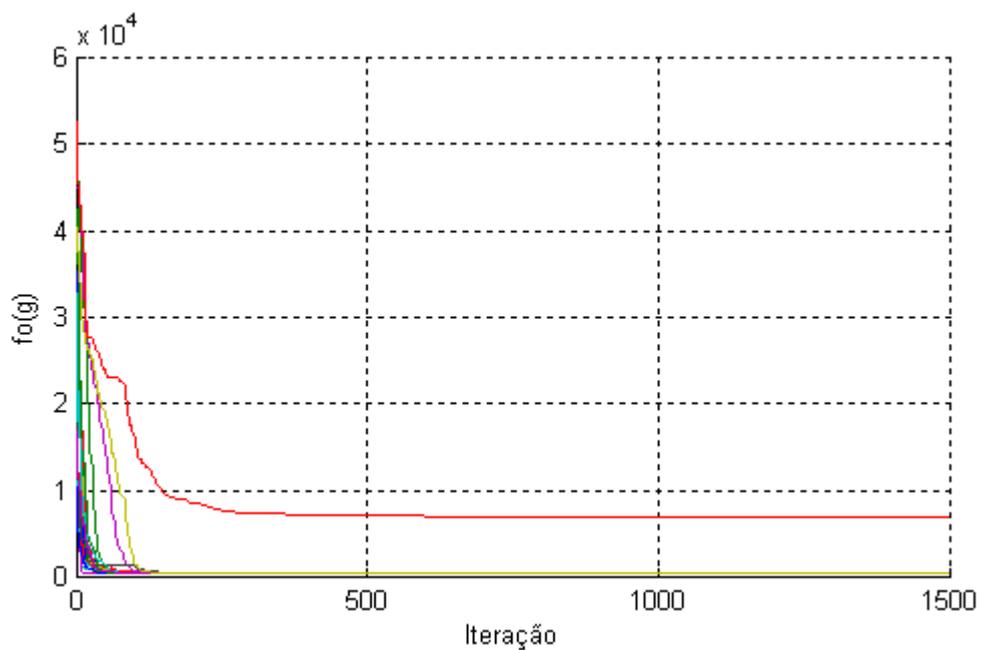


Figura 6.4- Comportamento da função de avaliação para o melhor global ao decorrer de todas as 1500 iterações de cada experimento, para a máquina de 778 MVA

As melhores posições globais obtidas ao fim das 1500 iterações para as máquinas #1 e #2, são expostas nas Tabelas 8 e 9. O experimento no qual se obteve o menor valor de posição global é destacado nas tabelas. O ensaio da máquina #1 foi melhor representado pelo décimo terceiro experimento, já o da máquina #2 foi melhor representado pelo oitavo. Nota-se que alguns experimentos apresenta valores aparentemente idênticos para funções de avaliação. A diferença no entanto encontra-se em casa decimais inferiores a aquelas exibidas nas tabelas.

Tabela 8 – Melhores posições globais para máquina de polos salientes de 360 MVA

| Exp. | X_d | X_{lf} | R_f | X_{ID} | R_D | X_{rc} | T_a | λ | $f_o(g)$ |
|-------------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-----------|----------|
| 01 | 1,163 | 0,489 | 0,000385 | 1,225 | 0,022330 | -0,278 | 0,413 | 1,104 | 196,750 |
| 02 | 1,179 | 0,479 | 0,000381 | 1,069 | 0,023464 | -0,263 | 0,404 | 1,116 | 145,840 |
| 03 | 1,176 | 0,481 | 0,000381 | 1,080 | 0,023221 | -0,265 | 0,405 | 1,116 | 145,280 |
| 04 | 1,195 | 0,898 | 0,000364 | 4,687 | 0,058420 | -0,676 | 0,419 | 1,117 | 243,890 |
| 05 | 1,174 | 0,481 | 0,000382 | 1,090 | 0,023871 | -0,267 | 0,403 | 1,116 | 145,360 |
| 06 | 1,176 | 0,480 | 0,000381 | 1,079 | 0,023175 | -0,265 | 0,404 | 1,116 | 145,260 |
| 07 | 1,179 | 0,467 | 0,000381 | 0,994 | 0,021627 | -0,251 | 0,404 | 1,116 | 145,910 |
| 08 | 1,173 | 0,498 | 0,000378 | 1,337 | 0,026529 | -0,285 | 0,418 | 1,116 | 173,040 |
| 09 | 1,173 | 0,480 | 0,000382 | 1,085 | 0,023722 | -0,265 | 0,404 | 1,116 | 145,400 |
| 10 | 1,176 | 0,477 | 0,000382 | 1,062 | 0,023085 | -0,262 | 0,404 | 1,116 | 145,240 |
| 11 | 1,172 | 0,478 | 0,000382 | 1,083 | 0,023738 | -0,264 | 0,406 | 1,116 | 145,700 |
| 12 | 1,174 | 0,483 | 0,000382 | 1,098 | 0,023648 | -0,268 | 0,404 | 1,116 | 145,280 |
| 13 | 1,176 | 0,479 | 0,000381 | 1,072 | 0,023252 | -0,264 | 0,404 | 1,116 | 145,230 |
| 14 | 1,176 | 0,472 | 0,000381 | 1,031 | 0,022594 | -0,257 | 0,404 | 1,116 | 145,350 |
| 15 | 1,173 | 0,491 | 0,000382 | 1,146 | 0,024531 | -0,276 | 0,405 | 1,117 | 145,650 |
| 16 | 1,174 | 0,491 | 0,000381 | 1,150 | 0,024738 | -0,277 | 0,404 | 1,117 | 145,610 |
| 17 | 1,176 | 0,482 | 0,000381 | 1,093 | 0,023262 | -0,267 | 0,406 | 1,116 | 145,330 |
| 18 | 1,179 | 0,483 | 0,000380 | 1,096 | 0,023281 | -0,267 | 0,406 | 1,117 | 145,770 |
| 19 | 1,175 | 0,485 | 0,000381 | 1,109 | 0,023982 | -0,270 | 0,405 | 1,116 | 145,230 |
| 20 | 1,174 | 0,487 | 0,000382 | 1,130 | 0,024465 | -0,273 | 0,404 | 1,116 | 145,370 |

Tabela 9 – Melhores posições globais para máquina de polos salientes de 778 MVA

| Exp. | X_d | X_{lf} | R_f | X_{ID} | R_D | X_{rc} | T_a | λ | $f_o(g)$ |
|-------------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-----------|----------|
| 01 | 0,975 | 0,358 | 0,000331 | 0,565 | 0,027158 | -0,141 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 02 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,563 | 0,027089 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 03 | 0,975 | 0,356 | 0,000331 | 0,558 | 0,026963 | -0,139 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 04 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,561 | 0,027011 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 05 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,563 | 0,027082 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 06 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,560 | 0,026998 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 07 | 0,975 | 0,359 | 0,000331 | 0,572 | 0,027374 | -0,142 | 0,358 | 1,773 | 395,090 |
| 08 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,561 | 0,026999 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,060 |
| 09 | 0,975 | 0,356 | 0,000331 | 0,557 | 0,026880 | -0,139 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 10 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,563 | 0,027097 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 11 | 0,975 | 0,356 | 0,000331 | 0,559 | 0,026965 | -0,139 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 12 | 0,975 | 0,356 | 0,000331 | 0,559 | 0,027011 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 13 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,562 | 0,027055 | -0,140 | 0,359 | 1,773 | 395,070 |
| 14 | 0,976 | 0,357 | 0,000331 | 0,562 | 0,027065 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,090 |
| 15 | 0,975 | 0,359 | 0,000331 | 0,570 | 0,027358 | -0,142 | 0,358 | 1,773 | 395,080 |
| 16 | 0,975 | 0,358 | 0,000331 | 0,565 | 0,027070 | -0,141 | 0,358 | 1,773 | 395,060 |
| 17 | 0,977 | 0,571 | 0,000330 | 3,708 | 0,053035 | -0,349 | 0,348 | 0,001 | 6845,400 |
| 18 | 0,975 | 0,357 | 0,000331 | 0,564 | 0,027114 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 19 | 0,975 | 0,356 | 0,000331 | 0,558 | 0,026971 | -0,139 | 0,358 | 1,773 | 395,070 |
| 20 | 0,976 | 0,357 | 0,000331 | 0,562 | 0,026963 | -0,140 | 0,358 | 1,773 | 395,090 |

Através da transformada reversa o circuito equivalente representado pela melhor posição global obtida ao final de cada experimento é convertido a parâmetros tradicionais da máquina síncrona. Os parâmetros tradicionais das máquinas #1 e #2 obtidos para cada experimento é exposta nas Tabelas 10 e 11.

Tabela 10 – Parâmetros típicos das máquinas síncronas correspondente aos circuitos equivalentes representados obtidos pelos melhores globais para máquina de 360 MVA

| Exp. | X'_d | X''_d | T'_d | T''_d | T_a | T'_{d0} | T''_{d0} |
|-------------|--------|---------|--------|---------|-------|-----------|------------|
| 01 | 0,353 | 0,242 | 2,985 | 0,149 | 0,413 | 9,983 | 0,215 |
| 02 | 0,356 | 0,238 | 3,051 | 0,124 | 0,404 | 10,250 | 0,183 |
| 03 | 0,356 | 0,238 | 3,051 | 0,127 | 0,405 | 10,230 | 0,187 |
| 04 | 0,369 | 0,247 | 3,290 | 0,183 | 0,419 | 10,869 | 0,269 |
| 05 | 0,355 | 0,238 | 3,034 | 0,124 | 0,403 | 10,171 | 0,183 |
| 06 | 0,356 | 0,238 | 3,050 | 0,127 | 0,404 | 10,224 | 0,187 |
| 07 | 0,356 | 0,238 | 3,060 | 0,127 | 0,404 | 10,274 | 0,187 |
| 08 | 0,355 | 0,248 | 3,058 | 0,138 | 0,418 | 10,253 | 0,195 |
| 09 | 0,355 | 0,238 | 3,030 | 0,125 | 0,404 | 10,154 | 0,183 |
| 10 | 0,356 | 0,238 | 3,043 | 0,126 | 0,404 | 10,206 | 0,185 |
| 11 | 0,355 | 0,238 | 3,026 | 0,125 | 0,406 | 10,137 | 0,183 |
| 12 | 0,355 | 0,238 | 3,037 | 0,126 | 0,404 | 10,178 | 0,186 |
| 13 | 0,356 | 0,238 | 3,047 | 0,126 | 0,404 | 10,219 | 0,185 |
| 14 | 0,356 | 0,238 | 3,045 | 0,125 | 0,404 | 10,221 | 0,185 |
| 15 | 0,355 | 0,238 | 3,033 | 0,126 | 0,405 | 10,154 | 0,186 |
| 16 | 0,355 | 0,238 | 3,039 | 0,125 | 0,404 | 10,188 | 0,185 |
| 17 | 0,356 | 0,238 | 3,052 | 0,128 | 0,406 | 10,234 | 0,188 |
| 18 | 0,356 | 0,239 | 3,059 | 0,128 | 0,406 | 10,268 | 0,189 |
| 19 | 0,355 | 0,238 | 3,040 | 0,126 | 0,405 | 10,191 | 0,185 |
| 20 | 0,355 | 0,238 | 3,032 | 0,125 | 0,404 | 10,168 | 0,184 |

Tabela 11 – Parâmetros típicos das máquinas síncronas correspondente aos circuitos equivalentes representados obtidos pelos melhores globais para máquina de 778 MVA

| Exp. | X'_d | X''_d | T'_d | T''_d | T_a | T'_{d0} | T''_{d0} |
|------|--------|---------|--------|---------|-------|-----------|------------|
| 01 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,910 | 0,093 |
| 02 | 0,338 | 0,238 | 3,416 | 0,066 | 0,358 | 9,908 | 0,093 |
| 03 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,911 | 0,092 |
| 04 | 0,338 | 0,238 | 3,415 | 0,066 | 0,358 | 9,905 | 0,093 |
| 05 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,911 | 0,093 |
| 06 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,911 | 0,093 |
| 07 | 0,338 | 0,238 | 3,415 | 0,066 | 0,358 | 9,901 | 0,093 |
| 08 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,911 | 0,093 |
| 09 | 0,338 | 0,238 | 3,415 | 0,066 | 0,358 | 9,905 | 0,093 |
| 10 | 0,338 | 0,238 | 3,414 | 0,066 | 0,358 | 9,902 | 0,092 |
| 11 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,909 | 0,092 |
| 12 | 0,338 | 0,238 | 3,416 | 0,066 | 0,358 | 9,906 | 0,092 |
| 13 | 0,338 | 0,238 | 3,416 | 0,066 | 0,359 | 9,906 | 0,093 |
| 14 | 0,338 | 0,238 | 3,421 | 0,066 | 0,358 | 9,925 | 0,093 |
| 15 | 0,338 | 0,238 | 3,416 | 0,066 | 0,358 | 9,905 | 0,093 |
| 16 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,911 | 0,093 |
| 17 | 0,344 | 0,291 | 3,482 | 0,202 | 0,348 | 9,962 | 0,237 |
| 18 | 0,338 | 0,238 | 3,417 | 0,066 | 0,358 | 9,909 | 0,093 |
| 19 | 0,338 | 0,238 | 3,418 | 0,066 | 0,358 | 9,915 | 0,092 |
| 20 | 0,338 | 0,238 | 3,422 | 0,066 | 0,358 | 9,926 | 0,093 |

6.2 Análise crítica dos resultados

O circuito equivalente representado pelos melhores globais, assim como os demais parâmetros obtidos, que melhor representam os ensaios de campo estão resumidos na Tabela 12.

Dos circuitos equivalentes obtidos os parâmetros tradicionais da máquina são calculados. As Tabelas 13 e 14 apresentam a comparação entre os parâmetros tradicionais fornecidos pelos fabricantes e os calculados a partir dos circuitos equivalentes para as máquinas de 360 MVA e

de 778 MVA respectivamente. O erro em por cento é calculado levando os valores fornecidos pelo fabricante como referência.

Tabela 12 – Melhor circuito equivalente e melhores parâmetros obtidos para cada Máquina

| Parâmetro | Máquina#1 | Máquina #2 |
|-----------|-----------------------|-----------------------|
| X_d | 1,176 | 0,975 |
| X_{lf} | 0,479 | 0,357 |
| R_f | $3,811 \cdot 10^{-4}$ | $3,310 \cdot 10^{-4}$ |
| X_{lD} | 1,072 | 0,561 |
| R_D | $2,325 \cdot 10^{-3}$ | $2,699 \cdot 10^{-3}$ |
| X_{rc} | -0,264 | -0,140 |
| T_a | 0,404 | 0,358 |
| λ | 1,116 | 1,773 |

Tabela 13 – Comparação entre valores fornecidos e obtidos para a máquina #1

| Parâmetro | Fabricante | Algoritmo | Erro (%) |
|-----------|------------|-----------|----------|
| X_d | 1,110 | 1,176 | 5,946 |
| X'_d | 0,358 | 0,356 | -0,559 |
| X''_d | 0,226 | 0,238 | 5,310 |
| T'_d | 3,520 | 3,047 | -13,44 |
| T''_d | 0,116 | 0,126 | 8,621 |
| T_a | 0,400 | 0,404 | 1,000 |

Tabela 14 – Comparação entre valores fornecidos e obtidos para a máquina #2

| Parâmetro | Fabricante | Algoritmo | Erro (%) |
|-----------|------------|-----------|----------|
| X_d | 0.954 | 0.975 | 2.201 |
| X'_d | 0.324 | 0.338 | 4.321 |
| X''_d | 0.255 | 0.238 | -6.667 |
| T'_d | 3.630 | 3.417 | -5.868 |
| T''_d | 0.060 | 0.066 | 10.00 |
| T_a | – | 0.358 | – |

O comportamento da trajetória da função objetivo com o decorrer das iterações para os experimentos das máquinas de 360 MVA e 778 MVA são apresentados respectivamente nas

Figuras 6.5 e 6.6. Pode se observar que o comportamento monotônico alcança a estabilidade aproximadamente na centésima iteração.

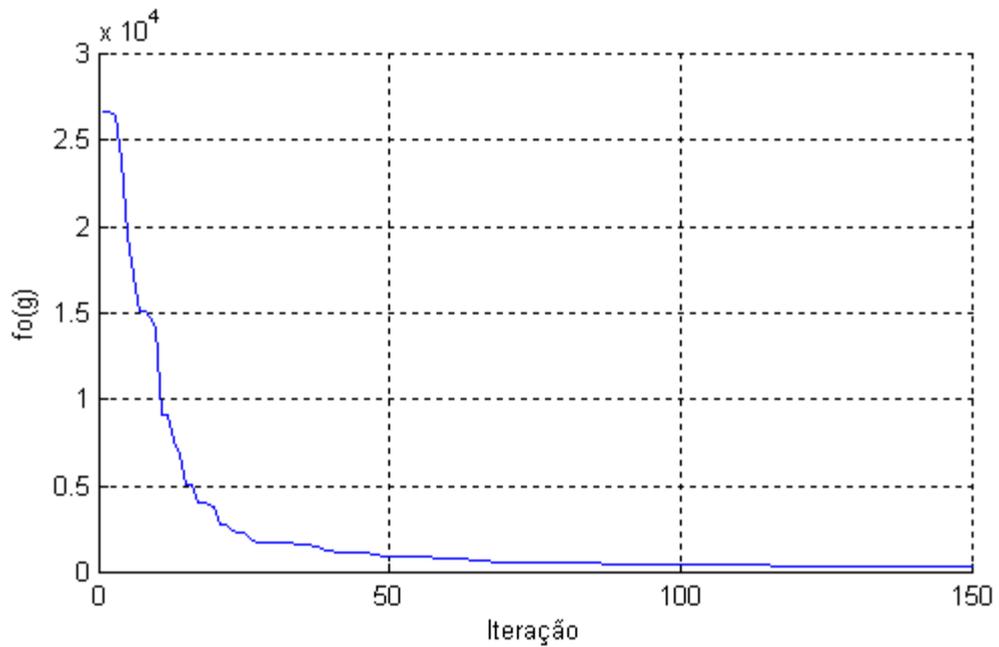


Figura 6.5 – Comportamento da trajetória da função objetivo para o melhor experimento da máquina de 360 MVA

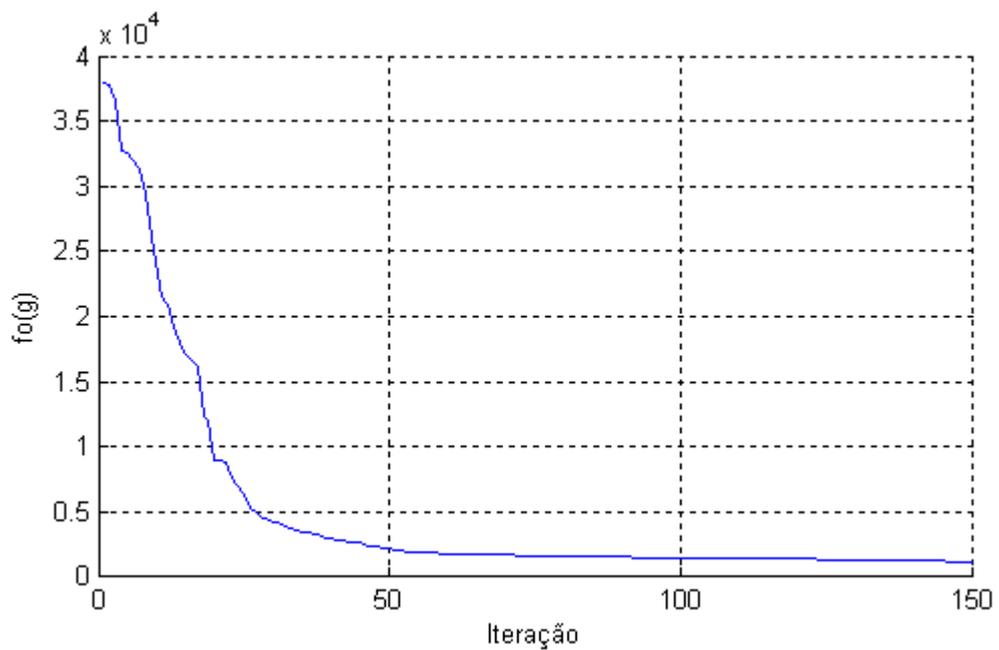


Figura 6.6 – Comportamento da trajetória da função objetivo para o melhor experimento da máquina de 778 MVA

Os resultados obtidos foram comparados com os valores fornecidos pelos fabricantes. Para a máquina de 360 MVA o valor da reatância síncrona de eixo direto obtida foi 1,176 p.u.

contra 1,110 p.u. fornecido pelo fabricante. O erro relativo foi de 5,946%. Para a máquina de 778 MVA o valor calculado da reatância síncrona de eixo direto foi 0,975 p.u., enquanto o valor dado pelo fabricante é 0,954 p.u., resultando em um erro relativo de 2,201%. Apesar dos padrões não estabelecerem um valor máximo de erro entre valores obtidos e dados pelo fabricante, a norma IEC estabelece um máximo de $\pm 15\%$ para corrente de curto-circuito em regime permanente, que é diretamente relacionada a reatância de eixo direto [34]. Portanto, os erros relativos encontrados de 5,946% e 2,201% estão amplamente dentro dos limites estabelecidos.

A mesma norma estabelece um erro máximo de $\pm 30\%$ para o de pico da corrente logo após a aplicação do curto-circuito, que é diretamente relacionado ao valor da reatância subtransitória de eixo direto. Para a máquina de 360 MVA, o valor calculado para a reatância subtransitória de eixo direto foi 0,238 pu contra 0,226 pu para o valor dado o que corresponde a um erro de 5,310%. Para a máquinas de 778 MVA o erro foi de -6,667% entre o valor obtido de 0,238pu medido e 0,255 dado. Novamente os valores dados estão amplamente dentro dos limites que são estabelecidos pela norma IEC.

A norma IEEE 50.12, por outro lado, estabelece que se nenhum valor de tolerância é especificado ou convencionado, o valor do fabricante deve fornecer valores estimados sujeitos a uma margem de tolerância de $\pm 15\%$, tanto para as reatâncias síncronas transitórias e subtransitórias [63]. Dependendo do caso erros relativos de até $\pm 30\%$ devem ser tolerados [63].

As constantes de tempo transitórias e subtransitórias não apenas seguem os desvios das suas respectivas reatâncias, mas também nas variações das resistências de campo e do amortecedor respectivamente, resultando em diversos erros relativos apresentados nas Tabelas 13 e 14.

A análise das correntes resultantes para armadura e campo de regime sub transitório, transitório e permanente são de interesse e importantes para computar os valores obtidos. Para efeito de comparação as envoltórias das correntes das três fases e a corrente de campo induzida nos instantes iniciais e também as correntes de regime permanente para as mesma correntes são apresentadas nas Figuras 6.7, 6.8, 6.9 e 6.10 para a máquina de 360 MVA e nas Figuras 6.11, 6.12, 6.13 e 6.14 para a de máquina de 778 MVA.

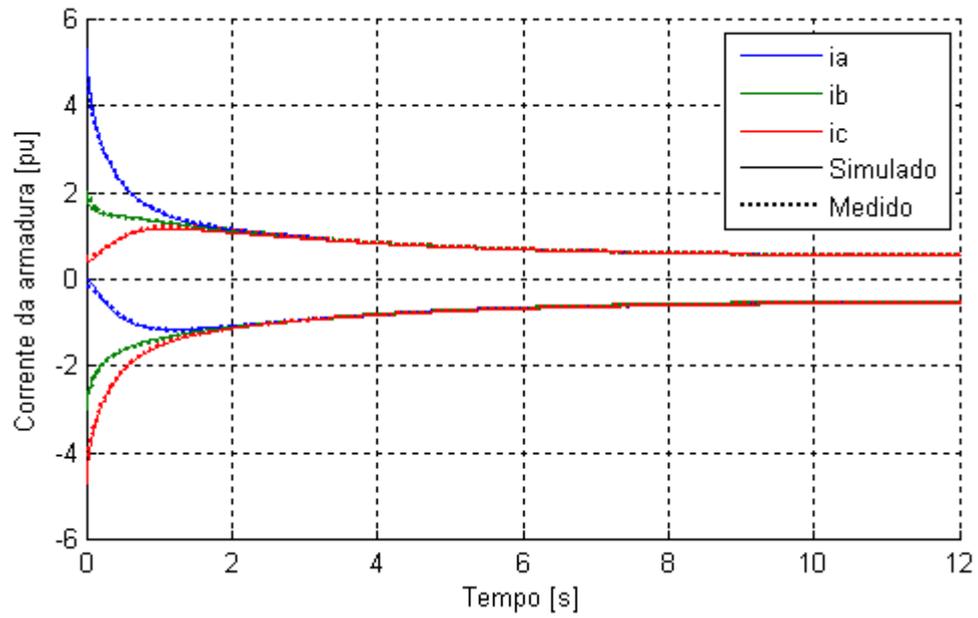


Figura 6.7 – Envolvente das correntes de armadura para a máquina de 360 MVA durante todo o intervalo de análise

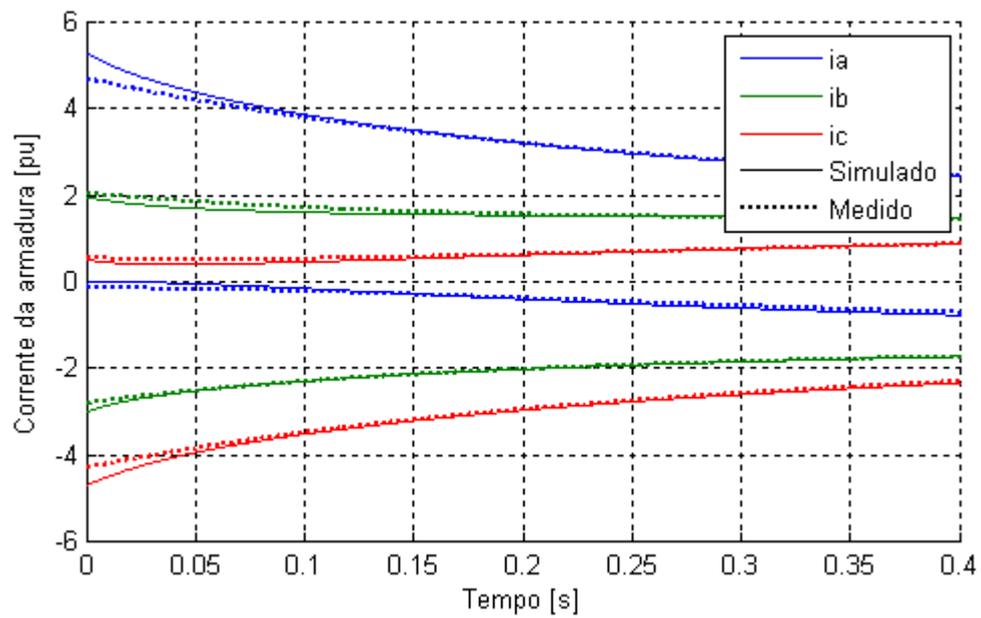


Figura 6.8 – Envolvente das correntes de armadura para a máquina de 360 MVA durante os instantes iniciais

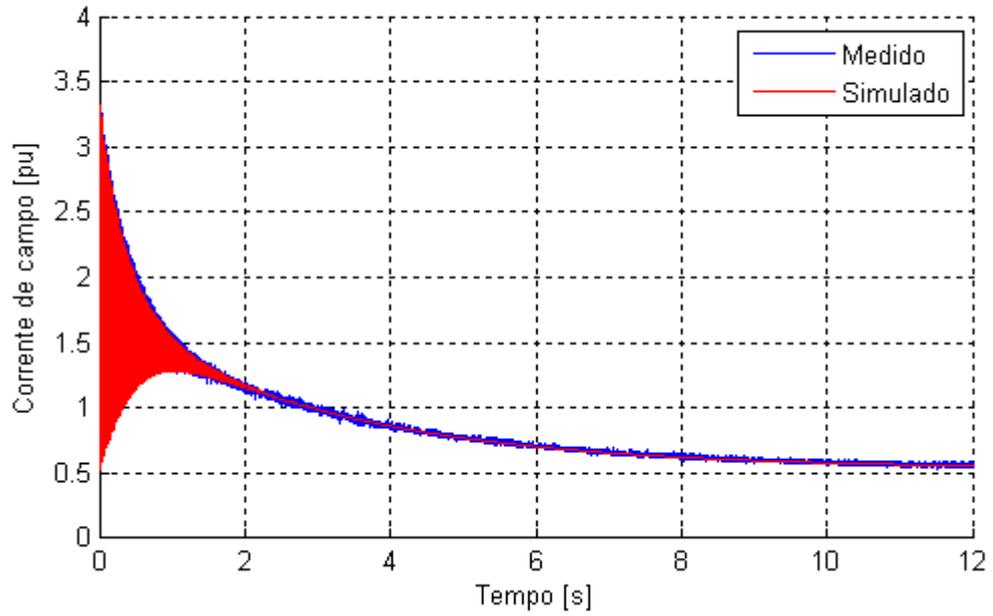


Figura 6.9 – Corrente de campo durante todo o intervalo de análise para a máquina de 360 MVA

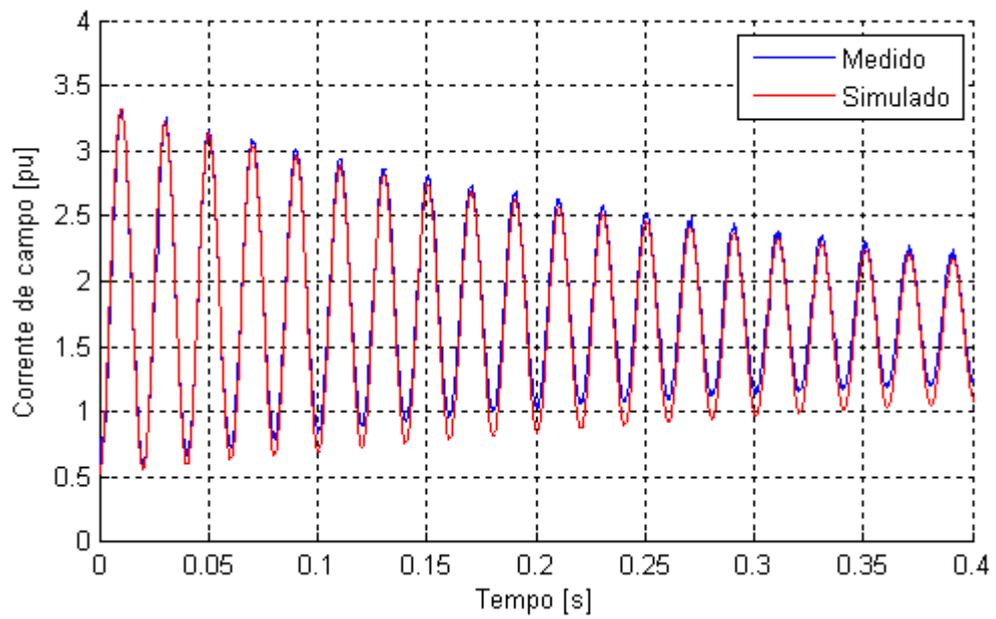


Figura 6.10 – Corrente de campo durante os instantes iniciais de análise para a máquina de 360 MVA

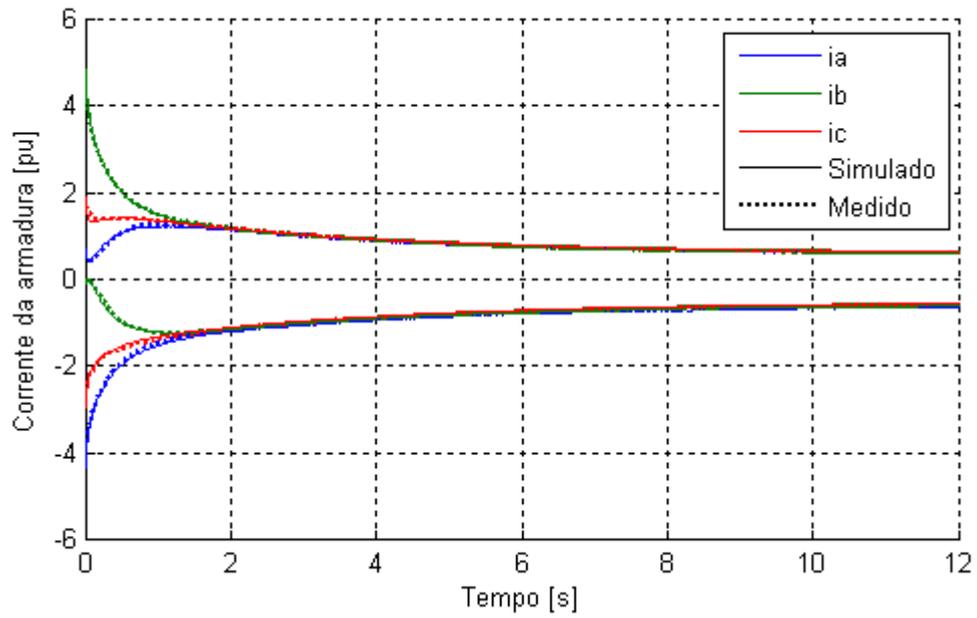


Figura 6.11 – Envolvória das correntes de armadura para a máquina de 778 MVA durante todo o intervalo de análise

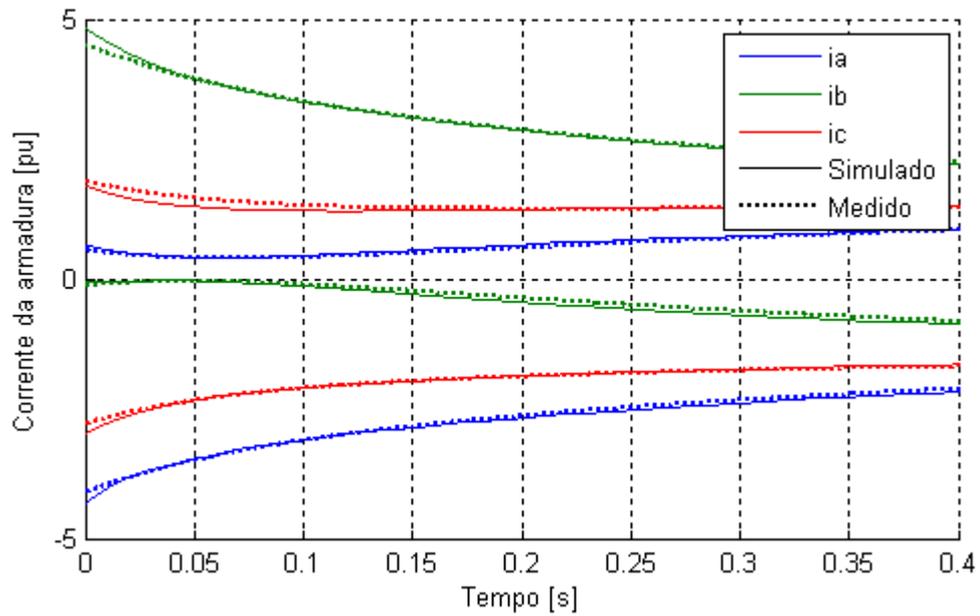


Figura 6.12 – Envolvória das correntes de armadura para a máquina de 778 MVA durante os instantes iniciais

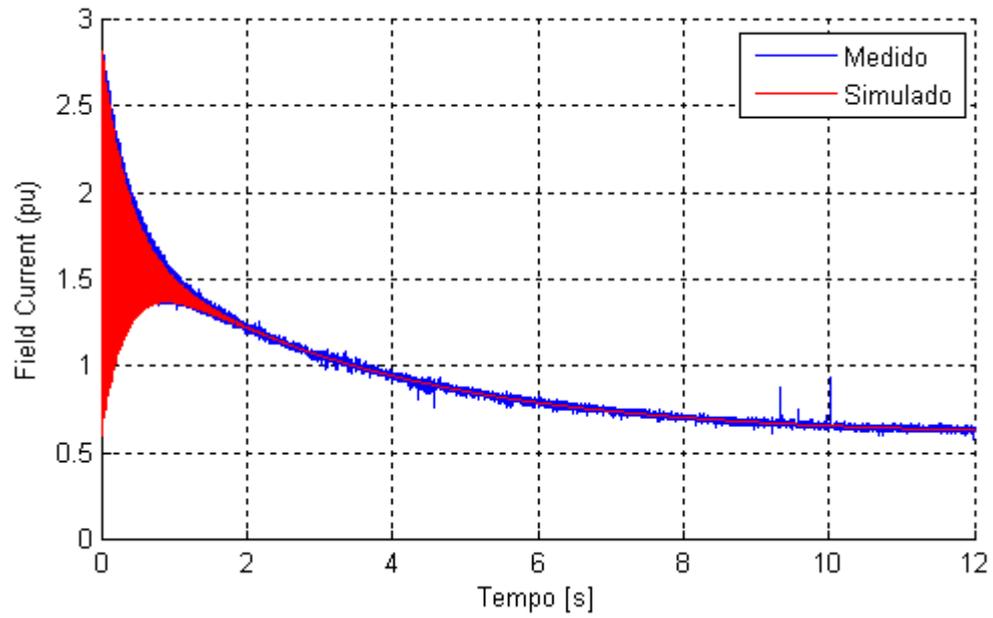


Figura 6.13 – Corrente de campo durante todo o intervalo de análise para a máquina de 778 MVA

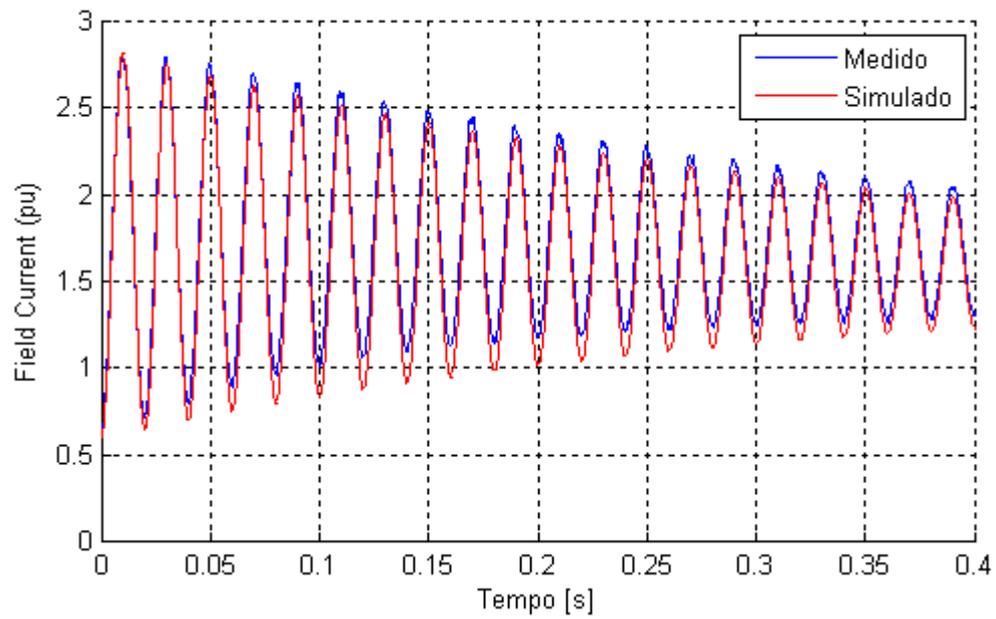


Figura 6.14 – Corrente de campo durante os instantes iniciais de análise para a máquina de 778 MVA

É possível calcular através da equação (3.170) a reatância característica de cada uma das máquinas a partir dos circuitos equivalentes resultantes. Obtém-se $-0,1834$ e $-0,0023$ para as máquinas #1 e #2 respectivamente. É interessante observar que os valores da reatância característica do rotor, assim como a reatância característica possuem valores negativos, conforme se espera obter para máquinas de polos salientes com rotores laminados. É visível nas Figuras 6.9, 6.10, 6.13 e 6.14 que as correntes de campo são bem representadas pelos circuitos equivalentes obtidos.

7 Conclusão

A importância da reatância característica é o tema central abordado por este trabalho. A maneira não convencional de enxergar a relação entre os fluxos dos enrolamentos das máquinas síncronas proposta por I. M. Canay, a forma como esta visão é inserida dentro da teoria clássica de máquinas síncronas, assim como a notável influência da inserção da reatância característica no comportamento dinâmico da corrente foram estudados e debatidos ao longo do texto.

A hipótese de se obter infinitos circuitos equivalentes a um dado conjunto de parâmetros típicos da máquina síncrona foi simulada e apresentada na Figura 3.19. No entanto, ao se simular fenômenos no qual é necessário a inclusão do efeito da saturação magnética, o único circuito equivalente válido é o que utiliza o valor da reatância de dispersão da armadura.

Demonstrou-se que a reatância característica de uma máquina síncrona, apesar de não existir fisicamente, possui o mesmo valor ao se adotar qualquer uma das duas principais bases utilizadas na literatura – oriundas da matriz de Park que é utilizada. Pode-se constatar a afirmação de maneira clara ao se observar as reatâncias mútuas entre enrolamentos do rotor obtidas nas equações (3.146) e (3.159).

As transformadas reversas e diretas, importantes ferramentas na determinação de circuitos equivalentes e de parâmetros típicos, foram minuciosamente equacionadas, inclusive a maneira como $i_{f\sim}/i_{f0}$ é determinado em um circuito equivalente, com o intuito de auxiliar aqueles que se proponham a utilizá-las.

Apresentou-se uma nova metodologia de obtenção dos parâmetros típicos juntamente com os parâmetros do circuito equivalente através de ensaios reais no domínio do tempo com o uso do algoritmo HPSO. Todas as correntes da máquina, isto é, das fases da armadura e do enrolamento de campo, foram utilizadas para essa finalidade. Se possibilita, através da introdução da corrente de campo no problema de otimização, a obtenção da reatância característica que, tal como proposto por I. M. Canay e exposto pelos resultados, tendem a ser negativas para máquinas de polos salientes de grande porte. A técnica apresentada sem dúvida é a maior contribuição deste trabalho.

O ensaio de curto-circuito é um dos primeiros métodos a determinar parâmetros transientes das máquinas síncronas. No entanto, métodos automatizados de extração dos parâmetros das correntes obtidas dos ensaios seguem em desenvolvimento. Este trabalho contribui ao apresentar uma nova técnica baseada no HPSO que foi confeccionada para permitir a determinação dos parâmetros de maneira automática. Adicionalmente, apesar do métodos tradicionais serem utilizados para a determinação dos parâmetros tradicionais da máquina

síncrona, este estudo desenvolveu um método de se determinar os parâmetros do circuito equivalente diretamente. A reatância característica do rotor, que é uma parcela que compõe a reatância mútua entre enrolamentos de campo e amortecedor utilizada para permitir uma representação precisa da corrente de campo, foi obtida ao se introduzir o comportamento da corrente de campo como uma entrada no algoritmo.

No decorrer deste processo apontou-se a necessidade da determinação prévia de uma reatância de dispersão da armadura conveniente, uma vez que se pode obter para qualquer valor de reatância de dispersão da armadura um circuito equivalente correspondente. Portanto, o circuito equivalente obtido não só permite o cálculo das grandezas da armadura, como também resulta em uma representação fidedigna nos cálculos das grandezas do enrolamento de campo. O HPSO foi formulado para garantir a consistência física da solução obtida, apesar de desconsiderar a saliência e o valor da resistência de armadura. O método foi aplicado a duas máquinas de polos salientes de grande porte. Para as máquinas testadas, os parâmetros obtidos representam precisamente as correntes da armadura e do enrolamento de campo. Adicionalmente a comparação entre os valores obtidos e os fornecidos pelos fabricantes resultam em erros relativos menores que os permitidos nas principais normas.

Demonstrou-se que a equação clássica da corrente de campo (4.2) não é suficiente para obtenção de parâmetros fisicamente consistentes para a máquina. Faz-se então necessária a adoção das correntes de fase para tal finalidade. Isso demonstra a natureza idealizada que a equação corrente de campo possui e a importância de se incluir diversos dados de entradas a um problema de modelamento. Mesmo que as correntes da fase também sejam equações aproximadas do comportamento real, sua inserção no problema restringe os resultados obtidos a soluções e cujos parâmetros sejam fisicamente consistentes.

A característica híbrida incorporada ao PSO original demonstrou-se imprescindível à convergência das soluções para as ótimas. Nota-se, através do comportamento da função objetivo, registrado nas Figuras 6.2 e 6.4 e nas Tabelas 8 e 9, que a convergência a soluções próximas a ótima é praticamente unânime. Destaca-se também que a maneira como se efetuou a mutação é outra importante contribuição deste trabalho. O alto índice de convergência para a mesma solução entre os experimentos está diretamente relacionado a técnica proposta, na qual se altera aleatoriamente os parâmetros tradicionais da máquina representados pela posição atual de uma partícula ao invés de se modificar suas dimensões que contenham parâmetros do circuito equivalente. Portanto, recomenda-se a aqueles que desejam reproduzir os resultados, ou ainda utilizar o PSO em aplicações semelhantes, que inclua essa característica no algoritmo a ser desenvolvido.

Trabalhos futuros podem estender a metodologia a circuitos equivalentes com ordem superior a dois. A possibilidade de utilizar-se somente a corrente de campo pode ser reavaliada para tais circuitos. Propõe-se também que ao invés das equações das correntes no campo, a função de transferência da máquina seja utilizada na função de avaliação, para efeito de comparação dos resultados. O algoritmo pode ser adaptado para ensaios de resposta em frequência, bem como ao ensaio de rejeição de carga. Necessariamente, para ambos os ensaios deve-se inserir registros referentes a corrente de campo a fim de se determinar a reatância característica. Sugere-se também a utilização de outros algoritmos, tais como o Algoritmo genético e a colônia de formigas.

Referências bibliográficas

- [1] I. Canay, “Determination of The Model Parameters of Machines From The Reactances Operators $X_d(p)$, $X_q(p)$,” *IEEE transactions on Energy Conversion*, Vol. 8, pp. 272-279, Junho 1993.
- [2] R. H. Park, “Two Reaction Theory of Synchronous Machines Part I,” *AIEE Trans*, pp. 716-730, 1929.
- [3] R. H. Park, “Two Reaction Theory of Synchronous Machines Part II,” *AIEE Trans* , pp. 352-355, 1933.
- [4] A. Blondel, “The Two -Reaction Method for Study of Oscillatory Phenomena in Coupled Alternators,” *Revue Générale de L'Electricité Vol. 13*, pp. 235-251, 1923.
- [5] Nickle R. E., Doherty C. A., “Synchronous Machines I and II,” *AIEE Trans*, pp. 912-946, 1926.
- [6] P.L. Dandeno, D.H. Baker, F.P. de Mello, M.E. Coultres, L. Hannett, S.H. Minnich, S.J. Salon, R. Schwenk, S. Umans, “Current usage and suggested practices in power system stability simulation for synchronous machines,” *IEEE Trans. on EC-1(1)*, pp. 77-93, 1986.
- [7] A. Rankin, “Per-unit impedances of synchronous machines – I,” *AIEE Trans.*, Vol 64, pp. 569-573, 1945.
- [8] A. Rankin, “Per-unit impedances of synchronous machines – II,” *AIEE Trans.*, Vol 64, pp. 839-841.
- [9] W. B. Jacson, R.L. Winchester, “Direct- and Quadrature-Axis Equivalent Circuits for Solid-Rotor Turbine Generators,” *IEEE TRANSACTIONS ON POWER APPARATUS AND SYSTEMS*, VOL. PAS-88, NO. 7, pp. 1121-1135, Julho 1969.
- [10] I. M. Canay, “Causes of Discrepancies on Calculation of Rotor Quantities and Exact Equivalent Diagrams of the Synchronous Machine,” *IEEE TRANSACTIONS ON POWER APPARATUS AND SYSTEMS*, pp. 1114-1120, Julho 1969.
- [11] P. L Dandeno, P. Kundur, R. P. Schulz, “Recent Trends and Progress in Synchronous Machine Modeling in the Electric Utility Industry,” *PROCEEDINGS OF THE IEEE*, VOL. 62, NO. 7, pp. 941-951, Julho 1974.

- [12] S.D. Umans, J.A. Mallick, G.L. Wilson., "MODELING OF SOLID ROTOR TURBOGENERATORS PART I: THEORY AND TECHNIQUES," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, no. 1, pp. 269-277, Janeiro 1978.
- [13] S.D. Umans, J.A. Mallick, G.L. Wilson., "MODELING OF SOLID ROTOR TURBOGENERATORS PART II: EXAMPLE OF MODEL DERIVATION AND USE IN DIGITAL SIMULATION," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, no. 1, pp. 278-291, Janeiro 1978.
- [14] I. M. Canay, "Determination of Model Parameters of Synchronous Machines," *IEE Proceedings Vol. 130*, pp. 86-94, 1983.
- [15] IEEE, "IEEE Std 1110 - Guide for Synchronous Generator Modeling Practices in Stability Analyses," 1991.
- [16] I. M. Canay, "Modelling Of Alternating-Current Machines Having Multiple Rotor Circuits," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 8, June 1993.
- [17] I. Kamwa, R. Wamkeue, X. Dai-Do, "General approaches to efficient d-q simulation and model translation for synchronous machines: a recap," *Electric Power Systems Research* 42, pp. 173-180, 1997.
- [18] D. C. Aliprantis, S. D. Sudhoff, B. T. Kuhn, "A Synchronous Machine Model With Saturation and Arbitrary Rotor Network Representation," *IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION*, VOL. 20, NO. 3, pp. 584-594, Setembro 2005.
- [19] D. C. Aliprantis, S. D. Sudhoff, B. T. Kuhn, "Experimental Characterization Procedure for a Synchronous Machine Model With Saturation and Arbitrary Rotor Network Representation," *IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION*, VOL. 20, NO. 3, pp. 595-603, Setembro 2005.
- [20] "Half-order modelling of turboalternators – An adapted method of parameter identification," *S. Racewicz, D. M. Riu, N. M. Retière, P. J. Chrzan*, pp. 217- 222, Junho 2006.
- [21] L. Wang, J. Jatskevich, H. W. Dommel, "Re-examination of Synchronous Machine Modeling Techniques for Electromagnetic Transient Simulations," *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, VOL. 22, NO. 3,, pp. 1221-1230, Agosto 2007.
- [22] L. Wang, J. Jatskevich, V. Dinavahi, H. W. Dommel, J. A. Martinez, K. Strunz, M. Rioual, G. W. Chang, R. Iravani, "Methods of Interfacing Rotating Machine Models in

- Transient Simulation Programs,” *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, VOL. 25, NO. 2, pp. 891-903, April 2010.
- [23] M. Chapariha, L. Wang, J. Jatskevich, H. W. Dommel, S. D. Pekarek, “Constant-Parameter RL-Branch Equivalent Circuit for Interfacing AC Machine Models in State-Variable-Based Simulation Packages,” *IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION*, VOL. 27, pp. 634-645, Stembro 2013.
- [24] Shirley, “Analysis of short-circuit oscillograms,” *GE Review*, 1917.
- [25] R. E. Doherty, “A simplified method for analysing short-circuit problems,” *AIEE Trans.*, vol. 42, 1923.
- [26] C. M. Laffoon, “Short-circuits of alternating-current generators,” *AIEE Trans.*, vol. 43, pp. 356-373, 1924.
- [27] C. M. Laffoon, “Short-circuits of A-C generators - II,” *AIEE Trans.*, vol. 43, pp. 721-729, 1924.
- [28] R. H. Park, B. L. Robertson, “The reactances of synchronous machines,” *AIEE Trans.*, vol. 47, pp. 514-536, 1928.
- [29] S. H. Wright, “Determination of synchronous machines constants by test,” *AIEE Trans.*, vol. 50, pp. 1331-1351, 1931.
- [30] W. W. Kuyper, “Analysis of short-circuit oscillograms,” *AIEE Trans.*, vol. 60, pp. 151-153, 1941.
- [31] AIEE, “Test code for synchronous machines - AIEE Standard n. 503,” pp. 1840-1863/1920-1943., 1945.
- [32] ABNT, “NBR 5052 - Máquinas síncronas - Ensaio,” 1984.
- [33] IEEE, “IEEE Std 115 - Guide for Test Procedures for Synchronous Machines,” 2009.
- [34] IEC, “IEC 34.4 - Methods for determining synchronous machines quantities from tests,” 1985.
- [35] J. L. W. D. Harrington, “The analysis of sudden-short-circuits oscillograms of steam-turbine generators,” *AIEE Trans.*, vol. 79, pp. 551-565, 1945.
- [36] I. Kamwa, M. Pilote, H. Carle, P. Viarouge, B. Mpanda-Mabwe, M. Crappe, “Computer software to automate the graphical analysis of sudden-short-circuit oscillograms of large synchronous machines,” *IEEE Trans. on EC-10(3)*, pp. 399-406, 1995.

- [37] I. Kamwa, M. Pilote, H. Carle, P. Viarouge, B. Mpanda-Mabwe, M. Crappe, “Experience with computer-aided graphical analysis of sudden-short-circuit oscillograms of large synchronous machines,” *IEEE Trans. on EC-10(3)*, pp. 407-414, 1995.
- [38] E. C. Bortoni, “Análise de ensaios em máquinas síncronas – Parte I: Regime permanente,” *Revista Eletricidade Moderna*, 1997.
- [39] E. C. Bortoni, “Análise de ensaios em máquinas síncronas – Parte I: Regime transitório,” *Revista Eletricidade Moderna*, 1997.
- [40] M. T. Xuan, J. J. Simond, A. Schwery, P. Regli, “Fully automated parameter identification for synchronous machines,” 2003.
- [41] E. Mouni, S. Tnani, G. Champenois, “Synchronous generator modelling and parameters estimation using least squares method,” *Simulation Modelling Practice and Theory* 16, p. 678–689, Maio 2008.
- [42] G.I. Hutchison, B. Zahawi, K. Harmer, B. Stedall, D. Giaouris, “Parameter Estimation of Synchronous Machines Using Particle Swarm Optimization,” *Internationa Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systmes (PMAPS) 2010*, pp. 348-351, 2010.
- [43] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill Inc., 1995.
- [44] B. Adkins, R. G. Harley, *The General Theory of Alternating Current Machines*, CHAPMAN AND HALL, 1975.
- [45] P. M. Anderson, A. A. Fouad, *Power System Control and Stability*, JOHN WILEY & SONS INC., 2003.
- [46] I. M. Canay, “Physical significance of sub-subtransient quantities,” *IEE Proceedings Vol. 135*, pp. 334-340, Novembro 1988.
- [47] M. P. Kostenko, L. M. PIOTROVSKI, *Máquinas Eléctricas Tomo II*, Editorial MIR, 1976.
- [48] I. M. Canay, “Equivalent Circuits of Synchronous Machines for Calculating Quantities of the Rotor during Transient Processes and Asynchronous Starting Part I. Turbogenerators,” *Brown Boveri Review*, vol. 56, pp. 60-71, 1969.
- [49] I. M. Canay, “Equivalent Circuits of Synchronous Machines for Calculating Quantities of the Rotor During Transient Processes and Asynchronous Starting Part II. Salient-Pole Machines,” *Brown Boveri Review*, vol. 57, pp. 134-143, 1970.

- [50] I. M. Canay, "Extended Synchronous-Machine Model for the Calculation of Transient Processes and Stability," *Electric Machines and Electromechanics: An International Quarterly*, pp. 137-150, 1977.
- [51] S. E. M. d. Oliveira, "Modelling Of Synchronous Machines for Dynamic Studies With Different Mutual Couplings Between Direct Axis Windings," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 4, pp. 591-599, 4 December 1989.
- [52] J. V. B. Júnior, "Determinação de parâmetros de máquina síncrona através de abertura e fechamento do curto-circuito," Itajubá, 2015.
- [53] I. M. Canay, "Investigation of The Rotor Overvoltage in Synchronous Machines With Rectifier Excitation," *Electric Machines an Electromechanics: An International Quarterly*, pp. 21-38, 1978.
- [54] I. Kamwa , P. Viarouge,, "On Equivalent Circuit Structures For Empirical Modelling Of Turbine Generators," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol.9, September 1994.
- [55] T. Sugiyama, T. Nishiwaki, S. Takeda, S. Abe, "Measurements Of Synchronous Machines Parameters Under Operating Conditions," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, pp. 895-904, 4 April 1982.
- [56] I. M. Canay, "Determination Of Synchronous Machine Model Parameters From The Characteristics Quantities Applicable Also To Sub-Subtransient Data," *Electric Machines and Power Systems*, 9, pp. 33-47, 1984.
- [57] J. Kennedy, R. Eberhart, "Particle Swarm Optimization," *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV*, pp. 1942-1948, 1995.
- [58] Ahmed A. A. Esmín, Germano Lambert-Torres, Antônio C. Zambrone de Souza, "A Hybrid Particle Swarm optimization Applied to Loss Power Minimization," *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS VOL 20, N°2*, pp. 859-866, May 2005.
- [59] J. Kennedy, "Small worlds and mega-minds: Effects of neighborhood topology on particle swarm performance," *Proc. Congr. Evol. Comput. vol. 3*, p. 1931–1938, 1999.
- [60] P. N. Suganthan, "Particle swarm optimizer with neighborhood operator," *Proc. Congr. Evol. Comput. vol. 3*, p. 1958–1962, 1999.
- [61] R. C. Eberhart, Y. Shi, "Comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization," *Evolutionary Programming VII*, p. 611–616, 1998.

- [62] F. Van den Bergh, A. P. Engelbrecht, "A new locally convergent particle swarm optimizer," *Proc. IEEE Int. Conf. Syst*, pp. 99-101, 2002.
- [63] IEEE, "IEEE Std. 50.12 - Standard for Salient-Pole 50 Hz and 60 Hz Synchronous Generators and Generator/Motors for Hydraulic Turbine Applications Rated 5 MVA and Above.," Nova Iorque, 2005.
- [64] C.-M. Ong, *Dynamic Simulation of Electrical Machinery Using Matlab/Simulink*, New Jersey: Prentice Hall, 1997.

Apêndice A – Programa principal

A seguir registra-se o código elaborado conforme descrito no item 5.3.2. Nos próximos apêndices encontram-se funções auxiliares utilizados pelo programa principal.

```
%Esta aplicação busca parâmetros do circuito do eixo direto através da
%técnica HPSO.

%Inicialização do MATLAB
clc;
clear;
rng('shuffle');

%Carrega curvas do ensaio de curto. A corrente deve ser uma matriz no
%seguinte formato [t ia ib ic if]
load i.dat
t=i(:,1);
ia=i(:,2);
ib=i(:,3);
ic=i(:,4);
i_campo=i(:,5);

% load i2.dat
% load Envmax.dat
% load Envmin.dat
% t=i2(:,1);
% ia=i2(:,2);
% ib=i2(:,3);
% ic=i2(:,4);
% i_campo=i2(:,5);

%Determinação das envoltórias das correntes de armadura

%Busca dos picos das correntes:
[max_ia idx_max_ia]=findpeaks(ia,'minpeakdistance',80);
[min_ia idx_min_ia]=findpeaks(-ia,'minpeakdistance',80);
min_ia=-min_ia;
t_max_ia=t(idx_max_ia);
t_min_ia=t(idx_min_ia);

[max_ib idx_max_ib]=findpeaks(ib,'minpeakdistance',80);
[min_ib idx_min_ib]=findpeaks(-ib,'minpeakdistance',80);
min_ib=-min_ib;
t_max_ib=t(idx_max_ib);
t_min_ib=t(idx_min_ib);

[max_ic idx_max_ic]=findpeaks(ic,'minpeakdistance',80);
[min_ic idx_min_ic]=findpeaks(-ic,'minpeakdistance',80);
min_ic=-min_ic;
t_max_ic=t(idx_max_ic);
t_min_ic=t(idx_min_ic);

%Determinação das envoltórias por interpolação "Spline"
[e f]=max(t);
spm_max_ia=spline(t_max_ia,max_ia,t);
spm_max_ib=spline(t_max_ib,max_ib,t);
spm_max_ic=spline(t_max_ic,max_ic,t);
```

```

spmin_ia=spline(t_min_ia,min_ia,t);
spmin_ib=spline(t_min_ib,min_ib,t);
spmin_ic=spline(t_min_ic,min_ic,t);

spmax_ent=[spmax_ia spmax_ib spmax_ic];;
spmin_ent=[spmin_ia spmin_ib spmin_ic];

% Dados de entrada de máquina e do ensaio
% Máquina Hidráulica BAKUN
Xl=0.175; %Reatância de dispersão
E0=0.6; %Tensão nos terminais antes do curto
fn=50; %Frequência de nominal
Ifagl=869; %Corrente na linha do entreferro para 1 pu de tensão
IGb=sqrt(2)*(360*10^6/(sqrt(3)*18*10^3)); %base de corrente da armadura
fensaio=0.997; %ajuste fino de freqência da máquina durante ensaio (pu)

% Máquina Hidráulica 3 gargantas
% Xl=0.167; %Reatância de dispersão
% E0=0.555; %Tensão nos terminais antes do curto
% fn=50; %Frequência de nominal
% Ifagl=2032; %Corrente na linha do entreferro para 1 pu de tensão
% IGb=sqrt(2)*777.8*10^6/(sqrt(3)*20*10^3); %base de corrente da armadura
% fensaio=0.9991; %ajuste fino de freqência da máquina durante ensaio (pu)

%Parâmetros do algoritmo SWARM
npart=6; %Quantidade de partículas
vmax=0.1; %Velocidade máxima
W=0.25; %Constante de inércia
C1=1.2; %Coeficiente de aceleração
C2=1.2; %Coeficiente de aceleração

Habilita_Mut1=1; %Habilita 1ªmutação caso=1
Habilita_Mut2=1; %Habilita 2ªmutação caso=1
RangeMut1=[0.90 1.10]; %Intervalo em que uma parâmetro é sorteado
RangeMut2=[0.90 1.10]; %Intervalo em que uma parâmetro é sorteado
part_mut=2; %quantidade de partículas mutantes na segunda mutação

itermax=1500; %Quantidade de iterações
Qtd_exp=10; %Quantidade de experimentos a serem realizadas;

%O artifício de detectar estagnação é declarar em uma dada quantidade de
%iteraões que se o erro for menor do que um valor desejado que o
%experimento está descartado.
Iter_estagnacao=15000; %Quantidade de iterações
Erro_estagnacao=0.03; %Erro limite

%Intervalo de sorteio das posições iniciais
X0=[0.8      1.5;      %Xd
    0.1      2.0;      %X1c
    0.0001  0.001;    %r1c
    0.1      2.0;      %X2c
    0.01     0.1      %r2c
    -0.5     0.1      %Xrc
    0.1      0.8      %Ta
    0.0      2.0];    %Lambda

%declaração inicial de variaveis auxiliares
n_exp=1;
Dados_Maq_G=0;

```

```

Dados_exp=zeros(Qtd_exp,10);
wn=fn*2*pi; %velocidade de rotação nominal em [rad/s]

while(n_exp~=(Qtd_exp+1))

    while(n_exp~=(Qtd_exp+1))

        %Sorteio das posições iniciais das partículas
        X(:,1)=X0(1,1)+(X0(1,2)-X0(1,1))*rand(npart,1); %Xd
        X(:,2)=X0(2,1)+(X0(2,2)-X0(2,1))*rand(npart,1); %X1c
        X(:,3)=X0(3,1)+(X0(3,2)-X0(3,1))*rand(npart,1); %r1c
        X(:,4)=X0(4,1)+(X0(4,2)-X0(4,1))*rand(npart,1); %X2c
        X(:,5)=X0(5,1)+(X0(5,2)-X0(5,1))*rand(npart,1); %r2c
        X(:,6)=X0(6,1)+(X0(6,2)-X0(6,1))*rand(npart,1); %Xrc
        X(:,7)=X0(7,1)+(X0(7,2)-X0(7,1))*rand(npart,1); %Ta
        X(:,8)=X0(8,1)+(X0(8,2)-X0(8,1))*rand(npart,1); %Lambda

        v=ones(npart,8)*0.001; %velocidade inicial também  aletória
        Y=X;%Melhor posição global  a própria f(Xi) inicial

        % Cálculo da f(xi) e por a inicialização melhores locais
        for n=1:npart
            [erro_fn , Xil, Xill, Ti0l, Ti0ll, Til, Till, il, fi_il,...
             i_simulado, spmax_out, spmin_out]=erro(IGb, Ifagl,...
             fn, E0, t, spmax_ent, spmin_ent, i_campo, Xl, X(n,1),...
             X(n,2), X(n,3), X(n,4), X(n,5), X(n,6), X(n,7), X(n,8),...
             fensaio);
            f(n)= erro_fn;
            fy(n)=f(n);
        end

        %Interrompe o loop while em caso de um valor não real em f(n). Este
        %break justifica dois loops while
        if sum(isnan(f))
            break;
        end

        %Determinao do melhor Global
        [valor, posG]=min(f);
        fG=valor;
        G=X(posG,:);

        %Clculo do x(i) seguinte
        for n=1:npart
            for m=1:8
                r1=rand;
                r2=rand;
                v(n,m)=(W*v(n,m)+C1*r1*(Y(n,m)-X(n,m))+...
                    C2*r2*(G(m)-X(n,m)));
                X(n,m)=X(n,m)+v(n,m);
            end
        end

        %Inicio problema
        iter=0;
        parar=0;

        while ((iter~=(itermax)&&(parar==0))

```

```

if (iter==Iter_estagnacao)&&(fG>Erro_estagnacao)
    parar=1;
end

% Cálculo da f(xi)
for n=1:npart
    %Cálculo da função de avaliação
    [erro_fn , Xil, Xill, Ti0l, Ti0ll, Til, Till, il, fi_il,...
     i_simulado, spmax_out, spmin_out]=erro(IGb, Ifagl,...
     fn, E0, t, spmax_ent, spmin_ent, i_campo, Xl,...
     X(n,1),X(n,2), X(n,3), X(n,4), X(n,5), X(n,6),...
     X(n,7), X(n,8),fensaio);

    Atual=[X(n,1), Xil, Xill, Til, Till, il, X(n,7), X(n,8),...
           Ti0l,Ti0ll];

    Dados_Maq(n,:)=Atual;
    f(n)= erro_fn;
end

%Criação dos Xi mutantes em função de Xi
%Sorteio dos mutantes
if Habilita_Mutl==1
    for n=1:npart
        Mutacao(n,:)=ones(1,8);
        posmut=randi(8);
        Mutacao(n,posmut)=RangeMutl(1)+...
            (RangeMutl(2)-RangeMutl(1))*rand;
    end

    for n=1:npart
        X_mut(n,:)=mutacao_circuito(fn, Xl, Mutacao(n,:),...
            Dados_Maq(n,:));

        %Verifica mutantes não reais
        if isreal(X_mut(n,:))==0
            X_mut(n,:)=X(n,:);
        end

        %calculo da função de avaliação para as partículas
        %mutantes
        [erro_fn , Xil, Xill, Ti0l, Ti0ll, Til, Till, il,...
         fi_il, i_simulado, spmax_out, spmin_out]=erro...
        (IGb, Ifagl, fn, E0, t, spmax_ent, spmin_ent,...
         i_campo, Xl, X_mut(n,1), X_mut(n,2), X_mut(n,3),...
         X_mut(n,4), X_mut(n,5), X_mut(n,6), X_mut(n,7),...
         X_mut(n,8), fensaio);

        Atual_mut=[X_mut(1), Xil, Xill, Til, Till, il,...
                   X_mut(n,7), X_mut(n,8), Ti0l,Ti0ll];

        Dados_Maq_mut(n,:)=Atual_mut;
        f_mut(n)= erro_fn;
    end

    %concatenação dos Mutantes com os não mutantes para seleção
    %das "npart" melhores
    X_prov=[X ; X_mut];
    f_prov=[f f_mut];

```

```

Dados_Maq_prov=[Dados_Maq ; Dados_Maq_mut];
[Mf,pos_Mf]=sort(f_prov);

for n=1:npart
    X(n,:)=X_prov(pos_Mf(n),:);
    f(n)=f_prov(pos_Mf(n));
    Dados_Maq(n,:)=Dados_Maq_prov(pos_Mf(n),:);
end

end

% Determinação dos melhores locais
for n=1:npart
    if f(n)<fy(n);
        Y(n,:)=X(n,:);
        fy(n)=f(n);
    end
end

% Interrupção do While caso de funções de avaliação com
% componentes imaginários

if sum(isnan(fy))
    break
end

%Determinação do melhor Global
[valor, posG]=min(fy);
if (valor<fG);
    fG=valor;
    Dados_Maq_G= Dados_Maq(posG,:);
    G=Y(posG,:);
end

%Cálculo do x(i) seguinte
for n=1:npart
    for m=1:8
        r1=rand;
        r2=rand;

        %atualização da velocidade
        v(n,m)=(W*v(n,m)+C1*r1*(Y(n,m)-X(n,m))+...
            C2*r2*(G(m)-X(n,m)));

        %Restrição da velocidade máxima e mínima das partículas
        if (v(n,m)>0) && (v(n,m)>vmax)
            v(n,m)=vmax;
        end
        if (v(n,m)<0) && (abs(v(n,m))>vmax)
            v(n,m)=-vmax;
        end

        %Atualização da posição
        X(n,m)=X(n,m)+v(n,m);

    end
end
end

```

```

%Segunda mutação
if Habilita_Mut2 ==1
    tent=0;

    %Sorteiam-se a partícula a ser mutada bem como um dos dados
    %de máquina a ser mutado
    while tent~=part_mut
        sorteio=randi(npart);
        sorteio2=randi(8);
        Mutacao2=ones(1,8);
        Mutacao2(sorteio2)=RangeMut2(1)+...
            (RangeMut2(2)-RangeMut2(1))*rand;
        X_candidato=mutacao_circuito(fn, X1, Mutacao2,...
            Dados_Maq(sorteio,:));
        tent=tent+1;

        %Descartam-se mutações com componentes não reais
        if isreal(X_candidato)==1
            X(sorteio,:)=X_candidato;
        end

    end

end

end

%Variáveis em exibição na janela principal do MATLAB
a(iter+1, n_exp)=fG; %Registro do valor da função de avaliação
                    %do melhor global

clc
iter=iter+1;
fprintf('Experimento:');
disp(n_exp);
fprintf('Iteração:');
disp(iter)
%           fprintf('X\n')
%           disp(X)
%           fprintf('v\n')
%           disp(v)
%           fprintf('Y\n')
%           disp(Y)
%           fprintf('função\n')
%           disp(f)
%           fprintf('função y\n')
%           disp(fy)
fprintf('função g\n')
disp(fG)
%           fprintf('G\n')
%           disp(G)
fprintf('Dados\n')
disp(Dados_Maq_G)

end

%Registro dos dados resultantes do algoritmo
if iter==itermax
    G_exp(n_exp,:)=G;
    fG_exp(n_exp)=fG;
    if sum(Dados_Maq_G)==0
        Dados_exp(n_exp,:)=Dados_exp(n_exp,:);
    else

```

```
        Dados_exp(n_exp,:)=Dados_Maq_G;
    end
    n_exp=n_exp+1;
end

end

end

end

%Armazenamento de resultados
Resultados=G_exp;
f_Resultados=fG_exp;
Dados_Resultados=Dados_exp;
save('variaveis.mat', 'Resultados', 'f_Resultados', 'Dados_Resultados', 'a');
```

Apêndice B – Função de avaliação (Erro)

Esta função auxiliar calcula a função de avaliação da posição atual de partícula conforme descrito em 5.3.2.

```

%Esta função determina as correntes do enasio de curto-circuito para
%um dado circuito equivalente do tipo IEEE 2.1
%baseado nas equações no domínio do tempo fonte:
%B. Adkins, R. G. Harley, The General Theory of Alternating
%Current Machines, CHAPMAN AND HALL, 1975.

function [erro , Xil, Xill, Ti0l, Ti0ll, Til, Till, il, fi_il, is,...
        sp_max, sp_min]=erro(IGb, Ifagl, fn, E, t, sp_max_ent,...
        sp_min_ent, i_campo, Xa, Xi, Xlc, rlc, X2c, r2c, Xrc, Ta, lambda_, f)

lambda=lambda_*pi;

%Cálculo dos parâmetros da máquina síncrona através da transformada direta
%do Canay
[Xil, Xill, Ti0l, Ti0ll, Til, Till, il, fi_il]=...
        foward2d(Xa, Xi, Xlc, rlc, X2c, r2c, Xrc, 2*pi*fn);

%Considera-se que:
Xqll=Xill;

%Cálculo do Xad
Xai=Xi-Xa;

%Cálculo da constante de tempo do amortecedor
TD=(X2c)/(r2c*2*pi*fn);

%Cálculo da corrente de campo de base
Ifb=Ifagl*Xai;

%equação da corrente da fase a
termo1_ia=E.*(1./Xi+(1./Xil-1./Xi).*exp(-t./Til)+...
        (1./Xill-1./Xil).*exp(-t./Till)).*cos(2*pi*fn*f.*t+lambda);
termo2_ia=E./2.*(1./Xill+1./Xqll).*exp(-t./Ta).*cos(lambda);
termo3_ia=E./2.*(1./Xill-1./Xqll).*exp(-t./Ta)...
        .*cos(2.*2*pi*fn*f.*t+lambda);
is(:,1)=termo1_ia-termo2_ia-termo3_ia;

%equação da corrente da fase b
termo1_ib=E.*(1./Xi+(1./Xil-1./Xi).*exp(-t./Til)+...
        (1./Xill-1./Xil).*exp(-t./Till)).*cos(2*pi*fn*f.*t+lambda-2*pi/3);
termo2_ib=E./2.*(1./Xill+1./Xqll).*exp(-t./Ta).*cos(lambda-2*pi/3);
termo3_ib=E./2.*(1./Xill-1./Xqll).*exp(-t./Ta)...
        .*cos(2.*2*pi*fn*f.*t+lambda-2*pi/3);
is(:,2)=termo1_ib-termo2_ib-termo3_ib;

%equação da corrente da fase c
termo1_ic=E.*(1./Xi+(1./Xil-1./Xi).*exp(-t./Til)+...
        (1./Xill-1./Xil).*exp(-t./Till)).*cos(2*pi*fn*f.*t+lambda-4*pi/3);
termo2_ic=E./2.*(1./Xill+1./Xqll).*exp(-t./Ta).*cos(lambda-4*pi/3);
termo3_ic=E./2.*(1./Xill-1./Xqll).*exp(-t./Ta)...
        .*cos(2.*2*pi*fn*f.*t+lambda-4*pi/3);
is(:,3)=termo1_ic-termo2_ic-termo3_ic;

```

```

%equação da corrente da corrente de campo
termo1_f=((Xi-Xil)./Xil);
termo2_f=(exp(-t./Til)-(1-TD/Till).*exp(-t./Till));
termo3_f=-(TD./Till).*exp(-t./Ta).*cos(2*pi*fn*f.*t);
is(:,4)=(i_campo(1)./Ifb)*(1.+termo1_f.*(termo2_f+termo3_f));

%Determinação das envoltórias
%Busca de picos nas correntes simuladas para armadura
if isreal(is)
    [max_ia idx_max_ia]=findpeaks(is(:,1),'minpeakdistance',50);
    [min_ia idx_min_ia]=findpeaks(-is(:,1),'minpeakdistance',50);
    min_ia=-min_ia;
    t_max_ia=t(idx_max_ia);
    t_min_ia=t(idx_min_ia);

    [max_ib idx_max_ib]=findpeaks(is(:,2),'minpeakdistance',50);
    [min_ib idx_min_ib]=findpeaks(-is(:,2),'minpeakdistance',50);
    min_ib=-min_ib;
    t_max_ib=t(idx_max_ib);
    t_min_ib=t(idx_min_ib);

    [max_ic idx_max_ic]=findpeaks(is(:,3),'minpeakdistance',50);
    [min_ic idx_min_ic]=findpeaks(-is(:,3),'minpeakdistance',50);
    min_ic=-min_ic;
    t_max_ic=t(idx_max_ic);
    t_min_ic=t(idx_min_ic);

    %Interpolação spline dos picos obtidos
    sp_max(:,1)=spline(t_max_ia,max_ia,t);
    sp_max(:,2)=spline(t_max_ib,max_ib,t);
    sp_max(:,3)=spline(t_max_ic,max_ic,t);

    sp_min(:,1)=spline(t_min_ia,min_ia,t);
    sp_min(:,2)=spline(t_min_ib,min_ib,t);
    sp_min(:,3)=spline(t_min_ic,min_ic,t);

    %Cálculo do erro (minimos quadrados) entre as envoltórias fornecidas
    %e as calculadas e da corrente de campo
    erro=sum((i_campo/Ifb - is(:,4)).^2) +...
        sum((sp_max_ent(:,1)/IGb - sp_max(:,1)).^2) +...
        sum((sp_min_ent(:,1)/IGb - sp_min(:,1)).^2) +...
        sum((sp_max_ent(:,2)/IGb - sp_max(:,2)).^2) +...
        sum((sp_min_ent(:,2)/IGb - sp_min(:,2)).^2) +...
        sum((sp_max_ent(:,3)/IGb - sp_max(:,3)).^2) +...
        sum((sp_min_ent(:,3)/IGb - sp_min(:,3)).^2);

    %Atribui-se valor infinito para o err caso a solução contenha
    %parâmetros fisicamente inconsistentes
    if sum([Xi X1c r1c X2c r2c Ta Xql1 lambda]<0)~=0
        erro=inf;
    end

    if (abs(r1c)>abs(r2c))
        erro=inf;
    end

    if (abs(r1c)>abs(X1c))
        erro=inf;
    end

```

```
end

if (abs(r2c)>abs(X2c))
    erro=inf;
end
if X11<Xa
    erro=inf;
end

if T11>Ta
    erro=inf;
end

if T11>T1l
    erro=inf;
end

else
    erro=inf;
    sp_max=sp_max_ent;
    sp_min=sp_min_ent;
end
```

Apêndice C – Função de mutação do circuito

Esta função determina um circuito equivalente mutante para um dado conjunto de parâmetros tradicionais da máquina síncrona.

```
%Esta função determina um circuito de máquina mutado em função de dados de
%máquina
function [Xmut]=mutacao_circuito(fn, Xa, mut, Dados_Maquina)

%Define novos dados de máquina eixo direto
Xi=Dados_Maquina(1)*mut(1);
Xil=mut(2:3).*[Dados_Maquina(2) Dados_Maquina(3)];
Til=mut(4:5).*[Dados_Maquina(4) Dados_Maquina(5)];
il=mut(6)*Dados_Maquina(6);

%Cálculo de Xrc aproximado em função da componente alternada da corrente
%de campo como artigo: I. M. Canay, "Determination of Model Parameters of
%Synchronous Machines," IEE Proceedings Vol. 130, pp. 86-94, 1983
a=il;
c=sqrt(1+((Xi-Xil(1)-a*Xil(2))/(a*Xil(1)*Til(2)*2*pi*fn))^2);
Xc=Xil(2)*(1-(Xil(1)-Xil(2))/(Xi-Xil(1)-Xil(2)*a/c)*a/c);
Xrc=1/(1/(Xc-Xa)-1/(Xi-Xa));

%Backward transformation
[P, P0, T01, Xnc, rnc]=backward(fn,Xi,Xa,Xil,Til);

%coupling transformation
[X1, r1, X2, r2]=coupling(Xrc, Xnc(1), rnc(1), Xnc(2), rnc(2));

%Define demais dados de máquina
Ta=mut(7)*Dados_Maquina(7);
lambda=mut(8)*Dados_Maquina(8);

Xmut=[Xi X1 r1 X2 r2 Xrc Ta lambda];
```

Apêndice D – Função de cálculo da transformada direta

A sequência de cálculos que realiza a transformada direta, assim como descrito no item 4.4.1.

```

%Esta função realiza a foward transformation conforme [12] I. M. Canay,...
%"Modelling Of Alternating-Current Machines Having Multiple Rotor...
%Circuits," IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, June 1993.

function [Xil, Xill, Ti0l, Ti0ll, Til, Till, il, fi]=foward2d...
    (Xa, Xi, Xlc, r1, X2c, r2,Xrc,wn)

Xai=Xi-Xa;

X1sigma=Xlc+Xrc;
X2sigma=X2c+Xrc;

T01=(Xai+X1sigma)/(r1*wn);
T02=(Xai+X2sigma)/(r2*wn);

Xdeltai=(Xa*Xai)/Xi;

T1=(Xdeltai+X1sigma)/(r1*wn);
T2=(Xdeltai+X2sigma)/(r2*wn);

x12=Xai+Xrc;
k12=1-x12^2/((Xai+X1sigma)*(Xai+X2sigma));
A0=T01+T02;
B0=k12*T01*T02;

T0=-roots([1 A0 B0]);
Ti0l=T0(1);
Ti0ll=T0(2);

x12=Xdeltai+Xrc;
k12=1-x12^2/((Xdeltai+X1sigma)*(Xdeltai+X2sigma));
A=T1+T2;
B=k12*T1*T2;

T=-roots([1 A B]);
Til=T(1);
Till=T(2);

Xil=Xi/(1-(Til-Ti0l)*(Til-Ti0ll)/(Til*(Til-Till)));
Xill=Xi*(Til*Till)/(Ti0l*Ti0ll);

Xij=Xi*((1+i*wn*Til)*(1+i*wn*Till))/((1+i*wn*Ti0l)*(1+i*wn*Ti0ll));
Uag=1-Xa/Xij;
z1=r1+i*Xlc;
z2=r2+i*X2c;

somacorrentes=Uag/(i*Xrc+1/(1/z1+1/z2));
Urot=Uag-i*Xrc*somacorrentes;
il=abs(Urot/z1)*abs(Xai);
fi=angle(Urot/z1)*180/pi;

```