

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Função energia aplicada ao estudo de
estabilidade de tensão**

e

**Definição do perfil de vulnerabilidade de um
sistema elétrico de potência**

Eliane Valença Nascimento De Lorenci

Itajubá, fevereiro de 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Eliane Valença Nascimento De Lorenci

**Função energia aplicada ao estudo de
estabilidade de tensão**

e

**Definição do perfil de vulnerabilidade de um
sistema elétrico de potência**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos Zambroni de Souza

Co-orientador: Prof. Dr. Benedito Isaías Lima Lopes

Itajubá, fevereiro de 2017

*Ainda que eu fale a língua dos homens e dos anjos,
se não tiver amor, serei como o bronze que soa ou como o címbalo que retine.
Ainda que eu tenha o dom de profetizar e conheça todos os mistérios e toda a ciência;
ainda que eu tenha tamanha fé, a ponto de transportar montes,
se não tiver amor, nada serei.*

(1 Co 13, 1-2)

Dedicatória

Aos meus amores:
meu marido, Vitorio,
e minhas filhinhas, Alice e Elisa.

Agradecimentos

Ao meu marido, Vitorio e minhas filhinhas, Alice e Elisa, minha profunda gratidão. A longa caminhada que representa a realização deste trabalho não seria possível sem seu contínuo, imenso e afetuoso suporte.

Meu reconhecimento e agradecimento ao Professor Antônio Carlos Zambroni de Souza, por sua cuidadosa orientação, grande incentivo e sincera amizade; e ao Professor Benedito Isaías Lima, por sua co-orientação.

Agradeço ao Professor Aleksandar Stanković pela cordial hospitalidade com que me recebeu em seu laboratório, na Escola de Engenharia da *Tufts University*, onde desenvolvi parte deste trabalho.

Sou grata a minha família e amigos pela constante motivação, em especial, meus pais, Valderez e Francisco; minha avó, Valdelice; minha irmã e grande amiga, Sandra; meu cunhado, Rinaldo, e minha amiga Marli Zambroni.

Meu agradecimento aos colegas do Grupo de Engenharia de Sistemas que de alguma forma colaboraram com a realização deste trabalho.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Métodos diretos baseados em função energia para análise de estabilidade de tensão têm o objetivo de quantificar a vulnerabilidade de um sistema elétrico de potência quanto à instabilidade de tensão e colapso. O termo instabilidade de tensão descreve a situação na qual as magnitudes de tensão nas barras do sistema elétrico variam significativamente da faixa de operação aceitável. Tal condição pode ser provocada, por exemplo, por mudanças no sistema ou aumento progressivo nas cargas. Se, finalmente, as magnitudes de tensão decaem de forma abrupta e descontrolada em uma área do sistema, o termo colapso de tensão se aplica. A metodologia de função energia para análise de estabilidade de tensão é dependente das soluções das equações que descrevem o problema de fluxo de potência; não apenas da solução usual (ponto de operação do sistema de potência), como também de soluções alternativas particulares, que apresentam baixa magnitude de tensão em uma barra ou grupo conectado de barras (soluções de baixa tensão). As soluções de baixa tensão são de importância fundamental no processo de colapso de tensão, uma vez que este está associado à ocorrência de uma bifurcação local entre a solução operativa do fluxo de potência e uma solução de baixa tensão. Neste trabalho, investigamos dois aspectos principais da metodologia de função energia para análise de estabilidade de tensão. Primeiramente, o problema de identificação da solução de baixa tensão que bifurca com a solução operativa no ponto de colapso (solução de baixa tensão crítica) é discutido. Com este objetivo, é examinada a habilidade do método do vetor tangente em apontar corretamente a solução de baixa tensão crítica. Mostramos que a técnica é consistente com o mecanismo das soluções de baixa tensão. Ademais, uma nova metodologia para o cálculo do vetor tangente é proposta, que permite antecipar a determinação da solução de baixa tensão crítica relativamente ao método tradicional. O segundo

aspecto tratado é o problema de definição do grupo de soluções de baixa tensão de interesse para a análise de estabilidade. Para grandes sistemas não é viável calcular todas as soluções de baixa tensão, sobretudo num ambiente de tempo real. Assim, determinar as soluções de baixa tensão relacionadas, em particular, à área crítica do sistema é uma necessidade da abordagem de função energia. Mostramos que o uso combinado da metodologia de soluções de baixa tensão e da técnica do vetor tangente fornece bons resultados quanto à determinação da área vulnerável do sistema nos pontos iniciais do processo de carregamento do mesmo.

Além dos estudos realizados a cerca dos problemas conceituais que envolvem as soluções de baixa tensão, este trabalho propõe função auxiliar para a definição do perfil de vulnerabilidade de um sistema elétrico. O cálculo de vulnerabilidade é realizado para o caso base, e atribui a cada barra do sistema um valor escalar (nível de vulnerabilidade). A partir dos níveis de vulnerabilidade associados, as barras podem ser agrupadas em regiões de maior e menor vulnerabilidade. A medida de vulnerabilidade de todas as barras é dependente da solução usual do fluxo de potência e de uma única solução de baixa tensão, que é determinada com o auxílio da técnica do vetor tangente. Ressaltamos que a metodologia da função auxiliar apresenta restrições, pois mostrou bons resultados apenas para sistemas pequenos (por exemplo, IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 barras).

Palavras-chave: estabilidade de tensão, fluxo de potência, função energia, métodos diretos, soluções de baixa tensão, vetor tangente

Abstract

Direct methods based on energy function for voltage instability assessment are used for quantifying the vulnerability of power systems to problems of voltage instability and collapse. The term voltage instability describes the situation in which bus voltage magnitudes vary significantly from the acceptable operating range. Such a condition may be caused by, for example, system changes or an increase in load. If bus voltage magnitudes finally fall in a sudden and uncontrollable decline in certain system area, the term voltage collapse is applied. The energy based methodology for voltage stability analysis relies on the solutions of the power flow equations; not only the power system operating point (which is related to the usual power flow solution) is of interest, but also particular alternative solutions that present low voltage magnitude in a single bus or single connected group of buses (low voltage solutions). The low voltage solutions play an important role in the voltage collapse mechanism, since it is directly associated with a local bifurcation between the operable solution and a low voltage solution. Two main topics regarding the energy function approach for voltage stability analysis are addressed in this thesis. First, the problem of identifying the low voltage solution that ultimately bifurcates with the operable solution at the collapse point (critical low voltage solution) is discussed. For this sake, the ability of the tangent vector method to correctly identify the critical low voltage solution is investigated. We show that the technique is consistent with the mechanism of the low voltage solutions. Moreover, a new methodology for the tangent vector calculation is proposed, which allows to anticipate the identification of the critical low voltage solution in comparison with the traditional method. Second, the problem of defining the group of low voltage solutions needed to carry out the stability assessment is examined. For large systems it is impractical to calculate

all possible low voltage solutions, mainly in a real time environment. So, determining the set of low voltage solutions particularly related to the weak area of the power system is a need associated with the energy function approach. We show that the combined use of the low voltage solution methodology and the tangent vector technique yields good results concerning the location of the critical area of the system from the initial operating points.

In addition to the studies regarding the conceptual problems related to the low voltage solutions, an auxiliary function for defining the vulnerability profile of a power system is proposed. The vulnerability measure is performed at the base case, and assigns a scalar value (vulnerability level) to each system bus. Based on the associated vulnerability levels, the buses can be grouped, defining areas of greater and lesser vulnerability. The vulnerability calculation for all the system buses depends on the operable power flow solution and on a single low voltage solution, which is determined with the help of the tangent vector technique. We highlight that the auxiliary function methodology is restricted in its use, since good results were yielded solely for small systems (for example, IEEE-14, IEEE-30 and IEEE-57 bus systems).

Keywords: direct methods, energy function, low voltage solutions, power flow, tangent vector, voltage stability

Conteúdo

Dedicatória	ii
Agradecimentos	iii
Resumo	iii
Abstract	vi
Conteúdo	viii
Lista de Tabelas	xii
Lista de Figuras	xiii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos e contribuições	5
1.2 Organização do texto	6
2 Fundamentos matemáticos	8
2.1 Algumas definições	8
2.1.1 Vetores e matrizes	8
2.1.2 Subespaço de R^n e base de um subespaco	9
2.1.3 Autovalores e autovetores	9
2.2 Alguns conceitos em sistemas dinâmicos	10
2.2.1 Terminologias	10
2.2.2 Teorema da existência e unicidade	11

2.2.3	Estabilidade de um ponto de equilíbrio no sentido de Lyapunov	12
2.2.4	Linearização de sistemas não lineares em torno de um ponto de equilíbrio	13
2.2.5	Sistema de equações diferenciais lineares	14
2.2.6	Pontos de equilíbrio tipo k	16
2.2.7	Variedades invariantes (<i>invariant manifolds</i>)	16
2.2.8	Área de atração de um ponto de equilíbrio assintoticamente estável	18
2.3	Conjunto limite	18
2.4	Função de Lyapunov e Função Energia	19
2.4.1	Função de Lyapunov	20
2.4.2	Princípio de invariância de LaSalle	21
2.4.3	Função energia	21
2.5	Bifurcação a um parâmetro	23
2.5.1	Bifurcação sela-nó	24
2.5.2	Comportamento dinâmico do sistema próximo ao ponto de bifurcação sela-nó do tipo zero	25
3	O problema de colapso de tensão em sistemas elétricos de potência	28
3.1	Introdução	28
3.2	O mecanismo de colapso de tensão através de uma bifurcação sela-nó	30
3.3	Modelos de sistemas elétricos de potência para estudos de estabilidade	32
3.4	Relação entre bifurcação sela-nó do modelo estático e bifurcação sela-nó do modelo dinâmico	33
3.4.1	Margem de carregamento	33
3.4.2	Determinação do ponto de bifurcação e do autovetor zero à direita a partir do modelo estático	36
3.5	Bifurcação induzida por limite	38
3.6	Cálculo da margem de carregamento através do fluxo de potência continuado	39
3.7	Índices de estabilidade de tensão	42

4	Função energia aplicada ao estudo de estabilidade de tensão	44
4.1	Introdução	44
4.2	Expressão matemática de uma função energia para análise de estabilidade de tensão	46
4.3	Construção da expressão da energia potencial para um sistema que considera perdas	50
4.4	Soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência	53
4.4.1	Cálculo das soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência	53
4.4.2	O problema de identificação da solução de baixa tensão crítica	56
5	Análise da soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência via método do vetor tangente	61
5.1	Introdução	61
5.2	O método do vetor tangente	62
5.2.1	Definição da barra crítica pelo método do vetor tangente .	62
5.2.2	Classificação e agrupamento de barras pelo método do vetor tangente	63
5.3	Resultados e discussão	65
5.3.1	Metodologia dos testes	65
5.3.2	Sistema teste IEEE-30 barras	65
5.3.3	Sistema teste IEEE-118 barras	69
5.3.4	Síntese	76
5.3.5	O vetor tangente modificado	77
6	Função auxiliar para definição do perfil de vulnerabilidade de um SEP	82
6.1	Introdução	82
6.2	Expressão matemática para a função auxiliar	83
6.3	Margem de potência reativa	84
6.4	Resultados e discussão	85
6.4.1	Metodologia dos testes	85
6.4.2	Resultados	86

6.4.3	Discussão	97
7	Conclusão	98
	Bibliografia	101
A	Dados dos sistemas	109
A.1	Sistema IEEE-14 barras	109
A.2	Sistema IEEE-30 barras	110
A.3	Sistema IEEE-57 barras	112
A.4	Sistema IEEE-118 barras	115

Lista de Tabelas

4.1	Soluções para o SEP de três barras. At e Bx referem-se à alta magnitude de tensão e baixa magnitude de tensão, respectivamente.	57
5.1	Sistema IEEE-30 barras - Pontos onde os limites de potência reativa foram atingidos.	66
5.2	<i>Ranking</i> do vetor tangente para o sistema teste IEEE-30 barras .	66
5.3	Sistema IEEE-118 barras - Pontos onde os limites de potência reativa foram atingidos.	70
5.4	<i>Ranking</i> do vetor tangente para o sistema teste IEEE-118 barras.	71
5.5	Barras vizinhas associadas à Barra 1 do sistema teste IEEE-118 barras.	72
5.6	<i>Ranking</i> do Vetor Tangente Modificado (VTM) e do Vetor Tangente (VT) para o sistema IEEE-118 barras.	78
5.7	<i>Ranking</i> do Vetor Tangente Modificado (VTM) e do Vetor Tangente (VT) para o sistema teste IEEE-57 barras.	79
6.1	Valores de ϑ_i , <i>ranking</i> do vetor tangente (VT) e <i>ranking</i> de margem de potência reativa (MPR) para o sistema teste IEEE-14 barras.	87
6.2	Margem de potência reativa (MPR) das barras do sistema teste IEEE-14 barras.	87
6.3	Valores de ϑ_i , <i>ranking</i> do vetor tangente (VT) e <i>ranking</i> de margem de potência reativa (MPR) para o sistema teste IEEE-30 barras.	89
6.4	Margem de potência reativa (MPR) das barras do sistema teste IEEE-30 barras.	90
6.5	Valores de ϑ_i , <i>ranking</i> do vetor tangente (VT) e <i>ranking</i> de margem de potência reativa (MPR) para o sistema teste IEEE-57 barras.	92

6.6	Margem de potência reativa (MPR) das barras do sistema teste	
	IEEE-57 barras.	94

Lista de Figuras

2.1	Ponto de equilíbrio estável.	13
2.2	Ponto de equilíbrio assintoticamente estável.	13
2.3	Variedades estável e instável.	17
2.4	Diagrama de bifurcação para $f_\lambda(x) = \lambda + x^2$	23
2.5	Pontos de equilíbrio e variedades logo antes da bifurcação. (Re- produzido de [31].)	27
2.6	Ponto de equilíbrio e variedades no momento da bifurcação. (Re- produzido de [31].)	27
3.1	Sistema elétrico de potência com 2 barras.	35
3.2	Diagrama de bifurcação para o sistema da Fig.3.1.	35
3.3	Esquema preditor-corretor no fluxo de potência continuado.	41
4.1	Sistema elétrico de potência com 3 barras.	57
4.2	Cenário 1: máxima participação de carga na Barra 1. As setas in- dicam a direção de crescimento de carga e $\lambda^1 < \lambda^{cr1}$. (Reproduzido de [24].)	58
4.3	Cenário 2: máxima participação de carga na Barra 2. As setas in- dicam a direção de crescimento de carga e $\lambda^2 < \lambda^{cr2}$. (Reproduzido de [24].)	58
4.4	Cenário 3: participação variável de carga. As setas indicam a direção de crescimento de carga e $\lambda^3 < \lambda^{cr3}$. (Reproduzido de [24].)	59
5.1	Curvas de energia potencial do sistema teste IEEE-30 barras. As linhas pontilhadas correspondem à solução operativa; as linhas cheias referem-se às soluções de baixa tensão.	67

5.2	Curvas PV das barras do sistema IEEE-30 barras. As linhas pontilhadas correspondem às barras de carga; as linhas cheias referem-se às barras de tensão controlada.	69
5.3	Setor do diagrama do sistema teste IEEE-118 barras. (Diagrama completo em [64].)	73
5.4	Curvas de energia potencial do sistema teste IEEE-118 barras. As linhas pontilhadas correspondem à solução operativa; as linhas cheias referem-se às soluções de baixa tensão.	74
5.5	Curvas PV das barras do sistema IEEE-118 barras. As linhas pontilhadas correspondem às barras de carga; as linhas cheias referem-se às barras de tensão controlada.	76
6.1	Curva QV e margem de potência reativa (MPR) de uma barra. . .	85
6.2	Perfil de vulnerabilidade do sistema teste IEEE-14 barras.	88
6.3	Perfil de vulnerabilidade do sistema teste IEEE-30 barras.	91
6.4	Perfil de vulnerabilidade do sistema teste IEEE-57 barras.	96

Capítulo 1

Introdução

Métodos diretos baseados em função energia foram inicialmente utilizados para análise de estabilidade transitória de sistema elétricos de potência [1, 2, 3, 4, 5, 6], com o objetivo de verificar a capacidade do sistema em alcançar uma condição aceitável de operação, após a ocorrência de um distúrbio (ou falha), tais como, curtos-circuitos em elementos do sistema, desligamento de elementos e perda de grandes blocos de carga e/ou geração. Um sistema elétrico, quando sujeito a uma falha desta natureza, sofre mudanças em sua configuração. Admite-se que, nas circunstâncias de falha, ocorre a mudança de configuração do sistema em estágios distintos: de sistema pré-falha para sistema em falha, e desta, para sistema pós-falha. A metodologia convencional de análise de estabilidade transitória faz uso de métodos de integração numérica para analisar, na ocorrência de uma falha, o comportamento dos geradores do sistema. Através deste exame, determina-se se a estabilidade foi mantida ou não. O método tem aplicabilidade em qualquer nível de detalhe do modelo de sistema elétrico de potência, e as informações sobre as variáveis do sistema ficam disponíveis durante o período transitório, assim como no período de regime permanente. No entanto, a necessidade de intensa integração numérica torna a técnica lenta [6]. Em contraste a esta abordagem, os métodos diretos determinam a estabilidade do sistema diretamente a partir de funções energia. No método baseado em função energia, a estabilidade do sistema, após uma falha, é determinada comparando-se a energia do sistema à um valor crítico de energia (E_{cr}). No momento de eliminação da falha, o sistema

se encontra num estado definido por $\mathbf{X}(t_{ef}) \in R^n$, que é a solução de

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}_F(\mathbf{X}(t)), \quad \boldsymbol{\xi}_F : R^n \rightarrow R^n \quad (1.1)$$

que modela o sistema de potência durante o período da falha. Após a eliminação da falha, o sistema é descrito por

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}_{pF}(\mathbf{X}(t)), \quad \boldsymbol{\xi}_{pF} : R^n \rightarrow R^n. \quad (1.2)$$

Admitindo-se que (1.2) possui um ponto de equilíbrio assintoticamente estável (ou seja, um ponto operativo aceitável) $\mathbf{X}^s$, o sistema alcança a estabilidade somente se $\mathbf{X}(t_{ef})$ pertencer à região de estabilidade de $\mathbf{X}^s$. A área de atração (ou região de estabilidade) de $\mathbf{X}^s$ corresponde ao subconjunto de condições iniciais cujas trajetórias, iniciando dentro deste conjunto, tendem para este ponto de equilíbrio assintoticamente estável quando o tempo tende ao infinito [7]. A metodologia de função energia determina a estabilidade do sistema a partir do valor da função energia associado a um ponto de equilíbrio instável particular, situado na fronteira da área de atração de $\mathbf{X}^s$. Este valor específico define o valor crítico de energia E_{cr} . Se o valor da função energia associado a $\mathbf{X}(t_{ef})$ é menor ou igual a E_{cr} , conclui-se que a trajetória do sistema pós-falha convergirá para $\mathbf{X}^s$.

A função energia é obtida a partir do conjunto de equações diferenciais ordinárias não lineares que modelam a dinâmica do sistema elétrico de potência (SEP). A expressão matemática para a energia pode ser interpretada como a energia global do sistema, sendo composta de uma parte cinética e de uma parte potencial. De modo a admitir uma função energia, um modelo de sistema elétrico deve apresentar certas restrições. Por exemplo, não é possível definir uma função de Lyapunov (isto é, uma função escalar de estado que é localmente positiva definida em torno de um ponto de equilíbrio estável) que satisfaça ao princípio de invariância de LaSalle (o teorema assume que a derivada no tempo da função energia é menor ou igual a zero) para um modelo de sistema que considera perdas [8]. Funções energia que estendem o princípio de invariância clássico foram propostas para modelos de sistemas que consideram perdas [8]; porém os modelos devem assumir condutâncias de transferência pequenas. O princípio de variância estendido admite que a derivada no tempo da função energia pode ser positiva

em algumas regiões do espaço de estados. Funções energia, que não são funções de Lyapunov, foram descritas por [9] para uma classe de sistemas dinâmicos que admitem conjuntos limite formados por pontos de equilíbrio hiperbólicos e órbitas fechadas. No entanto, para uma grande classe de sistemas dinâmicos não lineares, que descrevem de maneira compreensível (ou maneira mais completa) um sistema elétrico de potência, a estrutura de seus conjuntos limite pode ser muito complexa, admitindo além de pontos de equilíbrio hiperbólicos e órbitas fechadas, soluções quase periódicas e caos. Para essa classe de modelo de sistema são usadas as funções tipo energia numéricas [10, 11]. Este tipo de função, no entanto, não é considerado verdadeiramente uma função energia. Outra proposta para modelos dinâmicos de sistemas elétricos gerais, ou seja, aqueles que apresentam ciclos limite complexos, são as funções energia generalizadas [12], que correspondem à generalização das funções de Lyapunov e funções energia. Uma das características das funções energia generalizadas é o fato de também poderem apresentar derivada no tempo positiva em algumas regiões limitadas do espaço de estados.

Apenas em meados da década de 1980, o método da função energia foi aplicado para análise do problema de estabilidade de tensão associado à variação de carga do sistema [13, 14, 15, 16, 17]. Para este fim, o SEP é modelado como

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t), \lambda), \quad \boldsymbol{\xi} : R^n \rightarrow R^n \quad (1.3)$$

onde $\lambda \in R$ é o parâmetro (carga do sistema) que varia lentamente, numa escala de tempo de minutos a horas. O ponto de operação do sistema (solução de equilíbrio estável $\mathbf{X}^s$ de (1.3)) se move num modo quase-estático em direção ao ponto de colapso de tensão, levado por aumentos graduais de carga do sistema. No ponto de colapso, o parâmetro do sistema atinge seu valor crítico (λ_{cr}); o ponto de equilíbrio estável desaparece devido a uma bifurcação local e o sistema perde a estabilidade [18]. O fenômeno de colapso de tensão está associado à diminuição da área de atração do ponto de equilíbrio estável. À medida que λ aumenta, a região de atração da solução operativa $\mathbf{X}^s$ diminui. Ao longo do processo de carregamento do SEP, os pontos de equilíbrio da região de estabilidade aproximam-se uns dos outros, e podem desaparecer devido à bifurcações locais. Em λ_{cr} , $\mathbf{X}^s$ e um ponto de equilíbrio instável $\mathbf{X}^u$ se fundem em um só ponto. Acima de λ_{cr} , o sistema

não tem solução.

Bifurcações sela-nó e bifurcações induzidas por limite são bifurcações locais associadas ao problema de estabilidade de tensão; caracterizam-se pelo fato de que dois pontos de equilíbrio se fundem num valor de parâmetro crítico, e o sistema não apresenta mais soluções depois deste ponto [19]. Outros tipos de bifurcações às quais os sistemas elétricos estão sujeitos, como bifurcações de Hopf, associadas à instabilidade oscilatória, e bifurcações induzidas por singularidade, que ocorrem em modelos de sistema algébrico-diferenciais, não são reportadas como relacionadas ao problema de estabilidade de tensão [20].

Na abordagem de estabilidade de tensão, a função energia define a diferença de energia potencial entre $\mathbf{X}^u$ e $\mathbf{X}^s$. A diferença de energia entre os pontos de equilíbrio é avaliada ao longo do curso que o sistema segue até a bifurcação final. Admitindo-se a lenta variação do parâmetro λ , o modelo dinâmico do sistema (1.3) pode ser reduzido às equações estáticas [21]

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t), \lambda) = 0. \quad (1.4)$$

A função energia para análise de estabilidade de tensão é construída a partir de (1.4), que pode ser descrita pelo conjunto de equações algébricas e não lineares que compõem o fluxo de potência. Soluções de (1.4) são associadas a pontos de equilíbrio em (1.3) [22]. Assim, o ponto de equilíbrio estável $\mathbf{X}^s$ está associado à solução usual do fluxo de potência. A solução instável $\mathbf{X}^u$ de interesse está associada a um tipo particular de solução alternativa do fluxo de potência, que apresenta baixa magnitude de tensão em uma barra ou grupo conectado de barras [23].

A identificação antecipada da solução de baixa tensão que finalmente se funde com a solução operativa do fluxo de potência (solução de baixa tensão crítica) é um problema em aberto. O conhecimento prévio da solução de baixa tensão crítica não é uma tarefa simples, uma vez que diferentes padrões de crescimento de carga podem levar a diferentes pares de soluções que se fundem no ponto de máximo carregamento do sistema [24]. Com isso, a abordagem de função energia para análise de estabilidade de tensão requer o acompanhamento da medida de energia relacionada a um grupo particular de soluções de baixa tensão, durante o processo que leva o sistema até o ponto de bifurcação final. Diferentes métodos

foram propostos para tratar a limitação quanto à identificação da solução de baixa tensão crítica, bem como a definição do grupo de barras para as quais as soluções de baixa tensão devem ser calculadas. Por estarem diretamente relacionadas ao estudo que realizamos nesta tese, mais informações sobre tais metodologias são descritas no Capítulo 4.

1.1 Objetivos e contribuições

O principal objetivo desta tese é investigar dois problemas conceituais da metodologia de função energia para análise de estabilidade de tensão, relacionados às soluções de baixa tensão do fluxo de potência, com o uso da técnica do vetor tangente [25]. O vetor tangente corresponde ao passo preditor do método de fluxo de potência continuado [26]. Os seguintes aspectos foram abordados:

- a definição do grupo de barras relacionado à área vulnerável do sistema para as quais as soluções de baixa tensão devem ser calculadas;
- a identificação da solução de baixa tensão crítica ao longo do processo de carregamento do sistema até o ponto de bifurcação final.

Com este fim, testes foram realizados nos sistemas IEEE-30, IEEE-57 e IEEE-118 barras. Com respeito ao primeiro aspecto, mostramos que o uso combinado da técnica do vetor tangente e da metodologia das soluções de baixa tensão pode gerar bons resultados quanto à definição da área crítica do SEP [27]. Em relação ao segundo aspecto, verificamos que a informação do vetor tangente é consistente com a determinação da solução de baixa tensão crítica, mesmo sob condições de sistema que causam variações não lineares das áreas críticas do SEP [27].

A influência dos limites de potência reativa das unidades geradoras sobre a medida de energia potencial das soluções de baixa tensão e sobre a informação do vetor tangente é observada. Mostramos que a curva de energia potencial das soluções de baixa tensão pode apresentar descontinuidades em pontos onde os limites de controle são atingidos. A análise conjunta do comportamento das soluções de baixa tensão e da informação do vetor tangente, sob a influência da violação de limites de potência reativa, levou à proposta de uma nova formulação

para o cálculo do vetor tangente, que possibilita a antecipação da identificação da solução de baixa tensão crítica, comparativamente ao método tradicional [27].

As curvas de energia que foram obtidas nas simulações relacionadas aos objetivos descritos acima estão associadas à medida da energia potencial das soluções do fluxo de potência. A expressão usada para a energia potencial decorre de maneira direta de uma função energia para análise de estabilidade de tensão [13]. Contudo, com cunho puramente didático, apresentamos uma construção matemática mais simples para a expressão da energia potencial.

Um outro estudo, que podemos descrever como dissociado da análise do mecanismo das soluções de baixa tensão, foi realizado com relação à contribuição de cada barra do SEP no valor da medida da função energia de uma dada solução do fluxo de potência. As análises realizadas levaram à proposta de uma função auxiliar que possibilita associar as barras à níveis de vulnerabilidade. Todavia, os testes com a função auxiliar só se mostraram favoráveis em sistemas pequenos, o que restringe sua aplicação. Apesar das restrições, a função auxiliar foi aplicada em [28], com resultados positivos. Nestes trabalhos, a função que propomos foi utilizada como ferramenta auxiliar para definição da configuração de um SEP que leve a maior robustez com respeito à estabilidade de tensão.

1.2 Organização do texto

Este documento de tese está organizado em sete capítulos:

- i. O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão sobre álgebra linear e os principais conceitos de sistemas dinâmicos que fundamentam os estudos realizados nesta tese. De modo particular, o comportamento dinâmico de um sistema nas vizinhanças de um ponto de bifurcação sela nó é estudado.
- ii. O Capítulo 3 descreve o problema de colapso de tensão em sistemas elétricos de potência. O modelo da variedade central para o colapso de tensão é analisado; o uso do modelo estático do SEP para análise de estabilidade de tensão de regime permanente é justificado, e alguns índices de estabilidade de tensão são introduzidos, entre eles, a função energia.

- iii. O Capítulo 4 apresenta uma revisão sobre função energia para análise de estabilidade de tensão. Em especial, a função energia relacionada aos estudos desenvolvidos nesta tese é apresentada. Uma construção matemática mais simples para esta função energia é proposta. A expressão matemática que descreve a energia potencial para um modelo de sistema baseado nas equações algébricas do fluxo de potência, e que admite perdas, é destacada. Tal expressão define a função que foi usada, nas simulações realizadas, para produzir as curvas de energia de múltiplas soluções das equações que descrevem o problema do fluxo de potência.
- iv. O Capítulo 5 descreve a investigação que realizamos sobre a aplicação do método do vetor tangente para tratar os problemas conceituais da abordagem de função energia para estabilidade de tensão, relacionados com as soluções de baixa tensão do fluxo de potência. A nova formulação para o cálculo do vetor tangente é apresentada, bem como os resultados obtidos nos testes realizados.
- v. O Capítulo 6 apresenta a função auxiliar proposta para definição de perfil de vulnerabilidade de um SEP.
- vi. O Capítulo 7 finaliza o trabalho apresentando as conclusões.

Capítulo 2

Fundamentos matemáticos

Neste capítulo, apresentamos de maneira sucinta os conceitos da teoria de sistemas dinâmicos que fundamentam os estudos realizados nesta tese. Para maior detalhamento sobre o conteúdo apresentado o leitor pode se referir a [7, 29].

2.1 Algumas definições

2.1.1 Vetores e matrizes

Usando a representação matricial, um vetor $\mathbf{X}$ que pertence ao espaço Euclidiano R^n será denotado por uma matriz coluna,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Uma matriz $\mathbf{A}_{n,n}$ é descrita por

$$\mathbf{A}_{n,n} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

O produto $\mathbf{A}\mathbf{X}$ é descrito pelo vetor

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n a_{1,j}X_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n a_{n,j}X_j \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Um grupo de vetores $\mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_k$ em R^n são ditos linearmente independentes se

$$\alpha_1\mathbf{N}_1 + \dots + \alpha_k\mathbf{N}_k = 0 \quad (2.4)$$

só possuir solução trivial $\alpha_j = 0$, $j = 1, \dots, k$. Se $\mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_k$ são linearmente independentes e $\mathbf{M}$ é a combinação linear

$$\mathbf{M} = \beta_1\mathbf{N}_1 + \dots + \beta_k\mathbf{N}_k \quad (2.5)$$

então os β_j , $j = 1, \dots, k$, são únicos.

2.1.2 Subespaço de R^n e base de um subespaço

Um subespaço de R^n é uma coleção de todas as possíveis combinações lineares de um dado conjunto de vetores. Sejam os vetores $\mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_k$, o conjunto

$$S = \{\alpha_1\mathbf{N}_1 + \dots + \alpha_k\mathbf{N}_k \mid \alpha_j \in R\} \quad (2.6)$$

é um subespaço de R^n . Dizemos que o conjunto S é gerado por $\mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_k$.

Uma coleção de vetores $\mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_k$ é uma base de um subespaço S se os $\mathbf{N}_j$ são linearmente independentes e geram S . Denotamos dimensão de S , $\dim S$, o número de vetores que formam a base de S .

Uma reta através da origem em R^n forma um subespaço de dimensão 1 em R^n , uma vez que qualquer vetor sobre esta reta pode ser escrito como $\alpha\mathbf{N}$, onde $\mathbf{N} \in R^n$ é um vetor não nulo que recai sobre a reta e $\alpha \in R$ é arbitrário.

2.1.3 Autovalores e autovetores

Um vetor coluna $\mathbf{v}_j$ é um autovetor (à direita) de uma matriz $\mathbf{A}_{n,n}$ se $\mathbf{v}_j$ é uma solução não nula para o sistema de equações lineares dado por $(\mathbf{A} - \gamma_j\mathbf{I})\mathbf{v}_j = 0$, ou, $\mathbf{A}\mathbf{v}_j = \gamma_j\mathbf{v}_j$. A quantidade γ_j é chamada de autovalor de $\mathbf{A}$, e $\mathbf{v}_j$ é um autovetor associado a γ_j .

Dado que $\mathbf{v}_j \neq 0$, segue que γ_j é um autovalor de $\mathbf{A}$ se e somente se γ_j é uma raiz da equação característica $\det(\mathbf{A} - \gamma \mathbf{I}) = 0$. Uma vez que $\mathbf{A}$ é $n \times n$, esta equação é um polinômio de grau n , que possui então n raízes.

Um autovetor à esquerda $\mathbf{w}_j$ de uma matriz $\mathbf{A}_{n,n}$ é o vetor coluna definido por $\mathbf{w}_j^T \mathbf{A} = \gamma_j \mathbf{w}_j^T$.

Note que $(\mathbf{A}^T - \gamma_j \mathbf{I})\mathbf{w}_j = 0$. As matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{A}^T$ compartilham os mesmos autovalores, uma vez que possuem o mesmo determinante.

Os autovalores de uma matriz $\mathbf{A}_{n,n}$ podem ser reais ou complexos, distintos ou repetidos; seus autovetores associados podem ter elementos complexos.

2.2 Alguns conceitos em sistemas dinâmicos

2.2.1 Terminologias

Um sistema dinâmico descreve a evolução no tempo de todos os pontos de um dado espaço S , que pode ser entendido como, por exemplo, o espaço de estados de algum sistema físico. Considerando-se um ponto inicial $\mathbf{X} \in R^n$, um sistema dinâmico define a posição $\mathbf{X}$ em unidades de tempo posteriores. Se o tempo for medido em unidades inteiras ($t = 1, t = 2, t = 3, \dots$), $\mathbf{X}_{t_1}, \mathbf{X}_{t_2}, \mathbf{X}_{t_3}, \dots$, corresponderá às novas posições de $\mathbf{X}$ nos tempos indicados. Assim, a trajetória de $\mathbf{X}$ é dada por $\mathbf{X}_t$. O sistema dinâmico é de tempo discreto quando as posições $\mathbf{X}_t$ são medidas usando-se valores inteiros para t . Se o tempo é medido continuamente, com $t \in R^n$, o sistema é de tempo contínuo. A função que leva de t a $\mathbf{X}_t$ gera tanto uma sequência de pontos quanto uma curva em R^n , que representa a evolução de $\mathbf{X}$ de $-\infty$ a ∞ .

Um sistema dinâmico suave em R^n é uma função continuamente diferenciável $\phi : R \times R^n \rightarrow R^n$, onde $\phi(t, \mathbf{X}) = \phi_t(\mathbf{X})$. Uma função é continuamente diferenciável se todas as suas derivadas parciais existem e são contínuas no seu domínio de definição. Comumente, funções continuamente diferenciáveis são chamadas funções de classe C^1 . A terminologia $\phi(t, \mathbf{X}_0) = \phi_t(\mathbf{X}_0)$ descreve a trajetória, ou solução do sistema, que passa por $\mathbf{X}_0$ em t_0 . Note que $\phi_0 : R^n \rightarrow R^n$ corresponde a $\phi_0(\mathbf{X}_0) = \mathbf{X}_0$.

De modo geral, um sistema dinâmico suave sempre produz um campo de

vetores em R^n através da seguinte regra: dado $\phi_t(\mathbf{X}_0)$, seja

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)) = \frac{d}{dt}\phi_t(\mathbf{X}_0) \quad (2.7)$$

onde $\boldsymbol{\xi} : R^n \rightarrow R^n$ denota um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) não lineares e é definido como

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)) = \begin{bmatrix} \xi_1(X_1, \dots, X_n) \\ \vdots \\ \xi_n(X_1, \dots, X_n) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

A função ϕ_t está associada à solução $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), \dots, X_n(t))$ de $\dot{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$. A função $\mathbf{X} : J \rightarrow R^n$ definida num intervalo $J \subset R$ é tal que para todo $t \in J$, $\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$. Uma condição inicial ou valor inicial para a solução $\mathbf{X} : J \rightarrow R^n$ é especificada como $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$, onde $t_0 \in J$. Logo, a trajetória $\phi_t(\mathbf{X}_0)$ está associada à solução $\mathbf{X}(t)$ que satisfaz a condição inicial $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$.

Geometricamente, $\mathbf{X}(t)$ é uma curva em R^n cujo vetor tangente $\dot{\mathbf{X}}(t)$ se iguala a $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$ e existe para todo $t \in J$. Pode-se pensar neste vetor tangente como baseado em $\mathbf{X}(t)$ de tal modo que o mapa $\boldsymbol{\xi} : R^n \rightarrow R^n$ define um campo de vetores em R^n , ou seja, $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$ representa um vetor cujas componentes são $(\xi_1(X_1, \dots, X_n), \dots, \xi_n(X_1, \dots, X_n))$. Note que o sistema descrito é autônomo, uma vez que nenhuma das funções ξ_j depende de t .

2.2.2 Teorema da existência e unicidade

Considere o problema de valor inicial

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)), \quad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0 \quad (2.9)$$

onde $\mathbf{X}_0 \in R^n$. Suponha que $\boldsymbol{\xi} : R^n \rightarrow R^n$ seja de classe C^1 , ou seja, suas derivadas parciais $(\partial \xi_i / \partial X_i)$ existem e são contínuas no seu domínio de definição. Então, existe solução para este problema de valor inicial e ela é única (veja Cap. 17 de [7] para a demonstração deste importante teorema).

Esse resultado é complementado pela propriedade da solução $\mathbf{X}(t)$ ser contínua com relação à condição inicial $\mathbf{X}_0$.

2.2.3 Estabilidade de um ponto de equilíbrio no sentido de Lyapunov

Seja o sistema dinâmico não linear (sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares de primeira ordem) dado por

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)), \quad \boldsymbol{\xi} : R^n \rightarrow R^n \quad (2.10)$$

onde $\boldsymbol{\xi} : R^n \rightarrow R^n$ satisfaz as condições para existência e unicidade de soluções. $\mathbf{X}^*$ é ponto de equilíbrio de $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$, ou seja, $\mathbf{X}^*$ é solução de $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)) = 0$.

Se uma condição inicial coincide com o ponto de equilíbrio, ou seja, $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}^*$, então o sistema permanece neste ponto indefinidamente.

O ponto de equilíbrio $\mathbf{X}^*$ é estável se para toda vizinhança O de $\mathbf{X}^*$ em R^n existe uma vizinhança O_1 de $\mathbf{X}^*$ em O , de tal forma que toda solução $\mathbf{X}(t)$ com $\mathbf{X}_0 \in O_1$ é definida e permanece em O para todo $t > t_0$.

O ponto de equilíbrio $\mathbf{X}^*$ é assintoticamente estável se O_1 puder ser escolhida de tal forma que, além das propriedades de estabilidade, tem-se $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^*$.

Um ponto de equilíbrio $\mathbf{X}^*$ que não é estável é chamado instável. Neste caso, existe uma vizinhança O de $\mathbf{X}^*$ tal que para toda vizinhança O_1 de $\mathbf{X}^*$ em O , existe pelo menos uma solução $\mathbf{X}(t)$ começando em $\mathbf{X}_0 \in O_1$ que não fica em O para todo $t > t_0$.

Note que esta classificação de estabilidade se baseia na evolução temporal da distância entre uma solução $\mathbf{X}(t)$, com valor inicial $\mathbf{X}_0$ numa vizinhança de $\mathbf{X}^*$, e o ponto $\mathbf{X}^*$. Adotando-se, por conseguinte, uma norma para a definição de estabilidade, podemos escrever:

- $\mathbf{X}^*$ é estável se, e somente se, dado $\epsilon > 0$, existe $\delta(\epsilon) = \delta(\epsilon, t_0)$ tal que para toda condição inicial $\mathbf{X}_0$ satisfazendo $\|\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}^*\| < \delta(\epsilon)$ tem-se $\|\phi_t(\mathbf{X}_0) - \mathbf{X}^*\| < \epsilon$ para todo $t > t_0$ (veja Fig. 2.1).
- $\mathbf{X}^*$ é assintoticamente estável se atender às condições de estabilidade especificadas no item anterior e, adicionalmente, $\phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^*$ quando $t \rightarrow \infty$ (veja Fig. 2.2).

- $\mathbf{X}^*$ é globalmente assintoticamente estável se ele é estável e para todo $\mathbf{X}_0 \in \mathbb{R}^n$, $\phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^*$ quando $t \rightarrow \infty$. Neste caso, $\mathbf{X}^*$ é único ponto de equilíbrio de (2.10).

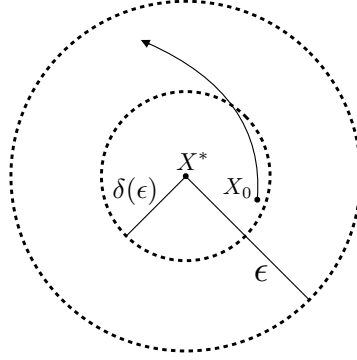


Figura 2.1: Ponto de equilíbrio estável.

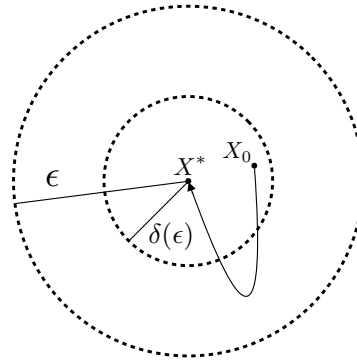


Figura 2.2: Ponto de equilíbrio assintoticamente estável.

2.2.4 Linearização de sistemas não lineares em torno de um ponto de equilíbrio

O sistema $\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$, com $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}^*) = 0$, pode ser linearizado em torno de $\mathbf{X}^*$ expressando-se a função $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t))$ numa série de Taylor no ponto $\mathbf{X}^*$, desprezando-se os termos de ordem superior (só a aproximação linear é considerada). Assim, a linearização é descrita por

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = D\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}^*)\mathbf{Z}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t). \quad (2.11)$$

onde $\mathbf{Z}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}^*$, e $\mathbf{A} = D\xi(\mathbf{X}^*)$ denota a matriz Jacobiana de ξ avaliada em $\mathbf{X}^*$.

Dizemos que um ponto de equilíbrio $\mathbf{X}^*$ de (2.10) é hiperbólico se todos os autovalores de $D\xi(\mathbf{X}^*)$ tem parte real não nula. O teorema de Hartman-Grobman estabelece que, na vizinhança de um ponto de equilíbrio hiperbólico, um sistema não linear de dimensão- n apresenta um comportamento qualitativamente equivalente ao do sistema linear correspondente. Assim, sob o ponto de vista local, a linearização possibilita que seja previsto o comportamento das soluções do sistema não-linear que se iniciam na vizinhança de um ponto de equilíbrio hiperbólico. Se o ponto de equilíbrio é não hiperbólico, ou seja, algum autovalor de $\mathbf{A} = D\xi(\mathbf{X}^*)$ têm parte real nula, então a linearização não permite prever a sua estabilidade.

2.2.5 Sistema de equações diferenciais lineares

Seja o sistema de equações diferenciais lineares dado por

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) \quad (2.12)$$

onde $\mathbf{Z} \in R^n$, e a matriz de coeficientes $\mathbf{A}$ é $n \times n$. Tal sistema pode ter diferentes tipos de solução, dependendo do tipo dos autovalores de $\mathbf{A}$ (reais, complexos, distintos ou repetidos) e da forma canônica resultante. Considere, por exemplo, que a matriz $\mathbf{A}$ possua n autovalores reais distintos $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ com autovetores associados $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n$. Então, os vetores $\mathbf{v}_j$ são linearmente independentes. É possível fazer uma transformação linear de tal modo que a matriz de coeficientes do sistema fique na forma canônica, e o sistema seja facilmente resolvido. A transformação linear é realizada como segue.

Existe uma matriz $\mathbf{T}$ tal que $\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$ assume a forma canônica:

$$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \gamma_n \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

onde todos os elementos fora da diagonal são 0 (zero). A matriz $\mathbf{T}_{n,n}$ tem por colunas os autovetores $\mathbf{v}_j$ da matriz de coeficientes $\mathbf{A}$. Um sistema $\dot{\mathbf{Y}} = (\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T})\mathbf{Y}$

assume a forma

$$\begin{aligned}\dot{Y}_1 &= \gamma_1 Y_1 \\ &\vdots \\ \dot{Y}_n &= \gamma_n Y_n\end{aligned}\tag{2.14}$$

cujas soluções são dadas pelo sistema

$$Y(t) = \begin{bmatrix} c_1 e^{\gamma_1 t} \\ \vdots \\ c_n e^{\gamma_n t} \end{bmatrix}\tag{2.15}$$

que satisfaz a condição inicial $Y(0) = (c_1, \dots, c_n)$. A solução geral para o sistema $\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t)$ é dada por $\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{T}\mathbf{Y}(t)$, que pode ser descrita na forma

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{j=1}^n c_j e^{\gamma_j t} \mathbf{v}_j\tag{2.16}$$

Como dito anteriormente, a forma canônica para $\mathbf{A}$ difere da apresentada em (2.13) quando seus autovalores não forem reais e distintos.

Suponha que os autovalores $\gamma_1, \dots, \gamma_k$ da matriz de coeficientes $\mathbf{A}$ sejam negativos, e os autovalores $\gamma_{k+1}, \dots, \gamma_n$ sejam positivos (e todos são reais e distintos). Como não há autovalores com parte real nula, a matriz $\mathbf{A}$ é chamada hiperbólica. Do mesmo modo, o sistema $\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t)$ (ou $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X}(t)$, assumindo $\mathbf{X}^* = 0$, sem perda de generalidade) é dito hiperbólico. Qualquer solução que começa no subespaço gerado pelos vetores $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ permanece neste subespaço por todo tempo e tende à origem quando $t \rightarrow \infty$. Este subespaço é identificado como subespaço estável. De modo similar, o subespaço gerado pelos vetores $\mathbf{v}_{k+1}, \dots, \mathbf{v}_n$ constitui o subespaço instável, onde todas as soluções que ali começam se afastam da origem. Todas as outras soluções tendem ao subespaço instável quando $t \rightarrow \infty$; e tendem ao subespaço estável quando $t \rightarrow -\infty$. Tal comportamento é o análogo em dimensão n do retrato de fases tipo sela de um sistema planar linear.

Suponha agora que os n autovalores de $\mathbf{A}$ sejam negativos. Neste caso, todas as soluções tendem à origem, o que caracteriza um retrato de fase do tipo “poço”. Similarmente, se os n autovalores de $\mathbf{A}$ forem positivos, todas as soluções se afastam da origem, determinando um retrato de fases do tipo “fonte”.

Conjuntos invariantes

Formalizaremos aqui a propriedade de invariância dos subespaços gerados pelos autovetores à direita da matriz $\mathbf{A}$ de (2.12) que foi descrita anteriormente:

- Um conjunto $S \in R^n$ é invariante com respeito a (2.12) se, para qualquer $\mathbf{Z}_0 \in S$, $\phi_t(\mathbf{Z}_0) \in S$ para todo $t \in R$.
- Um conjunto $S \in R^n$ é positivamente (negativamente) invariante com respeito a (2.12) se, para qualquer $\mathbf{Z}_0 \in S$, $\phi_t(\mathbf{Z}_0) \in S$ para todo $t \geq 0$ ($t \leq 0$).

2.2.6 Pontos de equilíbrio tipo k

Um ponto de equilíbrio hiperbólico $\mathbf{X}^*$ de (2.10) é chamado tipo k se a matriz Jacobiana correspondente, $D\xi(\mathbf{X}^*)$, tem k autovalores com parte real positiva, e $n - k$ autovalores com parte real negativa.

A partir de (2.11) e (2.16), que descrevem o comportamento das soluções na vizinhança de $\mathbf{X}^*$, vemos que $\mathbf{X}^*$ é assintoticamente estável se, e somente se, é do tipo 0, uma vez que as soluções exibem decaimento exponencial. $\mathbf{X}^*$ é instável se pelo menos um autovalor tem parte real positiva. Um ponto de equilíbrio assintoticamente estável é chamado *poço*. Se todos os autovalores de $D\xi(\mathbf{X}^*)$ tem parte real positiva o ponto de equilíbrio instável $\mathbf{X}^*$ é chamado *fonte*. Se alguns autovalores de $D\xi(\mathbf{X}^*)$ são positivos e outros negativos, $\mathbf{X}^*$ é chamado de *sela*.

2.2.7 Variedades invariantes (*invariant manifolds*)

Seja o sistema não linear dado por (2.10); sejam também $\mathbf{X}^*$, ponto de equilíbrio de (2.10), e $D\xi(\mathbf{X}^*)$ a matriz Jacobiana do sistema linearizado (2.11). Os autovetores à direita da matriz $D\xi(\mathbf{X}^*)$ podem gerar três subespaços vetoriais em R^n invariantes com respeito a (2.11):

- subespaço estável $E^e(\mathbf{X}^*)$, gerado pelos autovetores associados aos autovalores cuja parte real é negativa;
- subespaço instável $E^i(\mathbf{X}^*)$, gerado pelos autovetores associados aos autovalores cuja parte real é positiva;

- subespaço central $E^c(\mathbf{X}^*)$, gerado pelos autovetores associados aos autovalores cuja parte real é nula;

Com relação ao sistema não linear (2.10), nas vizinhanças do ponto de equilíbrio $\mathbf{X}^*$, existem conjuntos invariantes com respeito a (2.10), de mesma dimensão que os subespaços associados a (2.11), chamados *variedades invariantes*, quais sejam a *variedade estável*, a *variedade instável* e a *variedade central*. Uma *variedade invariante* é um subconjunto S do espaço de estados tal que toda trajetória começando em S ($\phi_t(\mathbf{X}_0)$, com $\mathbf{X}_0 \in S$) está em S para $|t| > 0$. Na vizinhança do ponto de equilíbrio, as *variedades estável*, *instável* e *central* são tangentes ao subespaço correspondente (veja Fig. 2.3). Geometricamente, uma variedade pode ser representada como uma linha curva, superfície ou hipersuperfície, sem auto interseções, ou outros pontos singulares. Para a vizinhança de um ponto de

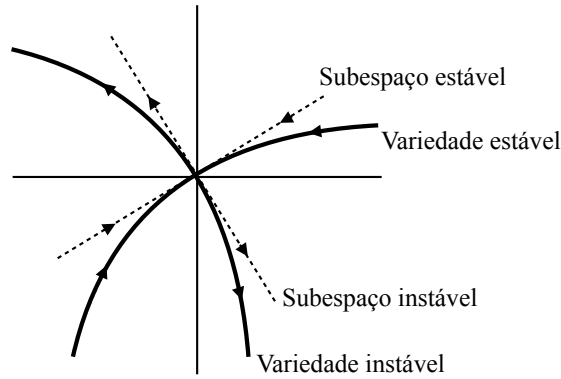


Figura 2.3: Variedades estável e instável.

equilíbrio hiperbólico $\mathbf{X}^*$, isto é, um ponto onde a linearização não gera subespaço central, e cujo subespaço $E^i(\mathbf{X}^*)$ é de dimensão k , o teorema da *Variedade Local Invariante* estabelece que existe uma *variedade instável local*, $W_{loc}^i(\mathbf{X}^*)$, de dimensão k , e uma *variedade estável local*, $W_{loc}^e(\mathbf{X}^*)$, de dimensão $n - k$, cada uma contendo o ponto $\mathbf{X}^*$, para as quais o seguinte se aplica:

- As *variedades* $W_{loc}^e(\mathbf{X}^*)$ e $W_{loc}^i(\mathbf{X}^*)$ são localmente invariantes com respeito a (2.10) e contêm o ponto $\mathbf{X}^*$.
- O espaço tangente (conjunto de todos os vetores tangentes) à $W_{loc}^e(\mathbf{X}^*)$ em $\mathbf{X}^*$ é $E^e(\mathbf{X}^*)$, e o espaço tangente à $W_{loc}^i(\mathbf{X}^*)$ em $\mathbf{X}^*$ é $E^i(\mathbf{X}^*)$.

iii. Se uma condição inicial $\mathbf{X}_0 \in W_{loc}^e(\mathbf{X}^*)$, então $\lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^*$.

iv. Se uma condição inicial $\mathbf{X}_0 \in W_{loc}^i(\mathbf{X}^*)$, então $\lim_{t \rightarrow -\infty} \phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^*$.

Finalmente, a variedade global estável e a variedade global instável de um ponto de equilíbrio hiperbólico $\mathbf{X}^*$, também denotadas como variedade estável e variedade instável, $W^e(\mathbf{X}^*)$ e $W^i(\mathbf{X}^*)$, respectivamente, são únicas e invariantes com respeito a (2.10); e podem ser descritas como:

$$W^e(\mathbf{X}^*) = \{\mathbf{X}_0 \in R^n : \phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^* \text{ quando } t \rightarrow +\infty\} \quad (2.17)$$

$$W^i(\mathbf{X}^*) = \{\mathbf{X}_0 \in R^n : \phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^* \text{ quando } t \rightarrow -\infty\} \quad (2.18)$$

As variedades estável e instável de um ponto de equilíbrio hiperbólico $\mathbf{X}^*$ se interceptam transversalmente em $\mathbf{X}^*$. Esta interseção transversal persiste mesmo quando o campo de vetores $\xi(\mathbf{X}(t))$ é submetido à perturbação.

2.2.8 Área de atração de um ponto de equilíbrio assintoticamente estável

Um ponto de equilíbrio assintoticamente estável de um sistema não linear raramente é globalmente assintoticamente estável. Existe um subconjunto do espaço de estados cujas trajetórias iniciando dentro desse conjunto tendem para o ponto de equilíbrio quando o tempo tende para o infinito. Este conjunto é conhecido como área de atração, domínio de atração, bacia de atração, região de atração e região de estabilidade. Para um ponto de equilíbrio assintoticamente estável $\mathbf{X}^s$ do sistema (2.10)¹, a área de atração $A(\mathbf{X}^s)$ é definida como:

$$A(\mathbf{X}^s) = \{\mathbf{X}_0 \in R^n : \phi_t(\mathbf{X}_0) \rightarrow \mathbf{X}^s \text{ quando } t \rightarrow +\infty\} \quad (2.19)$$

2.3 Conjunto limite

Conjuntos limites são conjuntos para os quais uma trajetória de (2.10) pode se aproximar quando t tende a $+\infty$ ou a $-\infty$. Um ponto de equilíbrio assintotica-

¹Note que, neste caso, a matriz Jacobiana do sistema linearizado em torno de $\mathbf{X}^s$, $D\xi(\mathbf{X}^s)$, possui somente autovalores com parte real negativa

mente estável de (2.10) é um exemplo de conjunto limite. Matematicamente, um conjunto limite é definido como segue.

Sejam um ponto $\mathbf{P} \in R^n$ e a solução $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ de (2.10). O ponto $\mathbf{P}$ é um ponto *w-limite* de $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ se existe uma sequência $\{t_i\}$ em R , com $t_i \rightarrow \infty$, tal que $\mathbf{P} = \lim_{i \rightarrow \infty} \phi(t_i, \mathbf{X}_0)$. O conjunto de todos os pontos *w-limite* de $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ é dito conjunto *w-limite* de $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ e é denotado por $w(\mathbf{X}_0)$. O ponto $\mathbf{P}$ é um ponto *α -limite* de $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ se existe uma sequência $\{t_i\}$ em R , com $t_i \rightarrow -\infty$, tal que $\mathbf{P} = \lim_{i \rightarrow \infty} \phi(t_i, \mathbf{X}_0)$. O conjunto de todos os pontos *α -limite* de $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ é chamado conjunto *α -limite* de $\phi(t, \mathbf{X}_0)$ e é denotado por $\alpha(\mathbf{X}_0)$.

Se $\mathbf{X}^s$ é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável de (2.10) ele é o conjunto *w-limite* de todo ponto de sua área de atração $A(\mathbf{X}^s)$. Assim, alternativamente, definimos a área de atração como

$$A(\mathbf{X}^s) = \{\mathbf{X} \in R^n : w(\mathbf{X}) = \mathbf{X}^s\} \quad (2.20)$$

O conjunto *w-limite* captura o comportamento assintótico de uma trajetória num tempo positivo. De maneira análoga, o conjunto *α -limite* apresenta esta propriedade para o tempo negativo.

Além de pontos de equilíbrio hiperbólicos, existem outros tipos de soluções para onde as trajetórias do sistema (2.10) podem se aproximar, tais como, soluções periódicas, soluções quasi-periódicas e soluções caóticas. Não descreveremos matematicamente estas soluções, pois não estão no contexto desta tese.

2.4 Função de Lyapunov e Função Energia

Função de Lyapunov e função Energia são funções escalares auxiliares a partir das quais infere-se a respeito da dinâmica do sistema não linear. O uso de funções auxiliares possibilita o estudo da estabilidade do sistema sem resolver numericamente o conjunto de equações diferenciais que o governa.

Como visto na Sec. (2.2.6), a determinação da estabilidade de um ponto de equilíbrio hiperbólico é direta. Para casos diferentes deste, o método da função de Lyapunov, proposto pelo matemático russo Aleksandr Lyapunov, constitui-se numa maneira alternativa de determinação de estabilidade assintótica de um dado

ponto de equilíbrio. O princípio de invariância de LaSalle, que estende a teoria de Lyapunov, pode ser usado para obter estimativas da região de estabilidade de um ponto de equilíbrio assintoticamente estável. No entanto, os métodos baseados no princípio de invariância de LaSalle determinam, na verdade, um subconjunto da verdadeira região de estabilidade; funções energia, por outro lado, visam estimá-la de maneira exata [30].

Para uma dada classe de sistemas dinâmicos autônomos não lineares que admite uma função energia é possível estimar e caracterizar dinamicamente e topologicamente a região de estabilidade de um ponto de equilíbrio assintoticamente estável. Os conjuntos limites dessa classe de sistemas dinâmicos é composto exclusivamente de pontos de equilíbrio hiperbólicos e órbitas fechadas. Esta restrição a respeito dos conjuntos limites limita o uso de métodos de análise de estabilidade dinâmica baseados em função energia, pois para um numeroso grupo de sistemas dinâmicos não lineares a estrutura dos conjuntos limite é bastante complexa, apresentando, além de pontos de equilíbrio hiperbólicos e soluções periódicas, soluções quasi-periódicas e caos [12]. Dessa forma, estes tipos de sistemas não lineares não admitem uma função energia.

2.4.1 Função de Lyapunov

Seja $v : \mathcal{O} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe C^1 definida num conjunto aberto $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^n$ que contem um ponto de equilíbrio $\mathbf{X}^*$ de (2.10). A derivada no tempo da função $v(\mathbf{X})$ tomada ao longo da trajetória do sistema é descrita por:

$$\dot{v}(\mathbf{X}(t)) = \frac{\partial v(\mathbf{X}(t))^T}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}}(t) = \frac{\partial v(\mathbf{X}(t))^T}{\partial \mathbf{X}} \cdot \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)) = Dv(\mathbf{X}(t))^T \cdot \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t)) \quad (2.21)$$

Note que a derivada no tempo da função $v(\mathbf{X}(t))$ é obtida sem o conhecimento explícito da trajetória (solução) do sistema (2.10). Considere a trajetória $\phi_t(\mathbf{X})$, que corresponde à solução de (2.10) que passa por $\mathbf{X}$ quando $t = 0$. Se $\dot{v}(\mathbf{X}(t))$ é negativa, então $v(\mathbf{X}(t))$ decresce ao longo da curva solução que passa por $\mathbf{X}$. Suponha que

- i. $v(\mathbf{X}^*) = 0$ e $v(\mathbf{X}) > 0$ se $\mathbf{X} \neq \mathbf{X}^*$ e $\mathbf{X} \in \mathcal{O}$;
- ii. $\dot{v}(\mathbf{X}) \leq 0$ em $\mathcal{O} - \mathbf{X}^*$.

Então $\mathbf{X}^*$ é estável. Adicionalmente, se a função $v(\mathbf{X}(t))$ também satisfizer

iii. $\dot{v}(\mathbf{X}) < 0$ em $\mathcal{O} - \mathbf{X}^*$,

então $\mathbf{X}^*$ é assintoticamente estável.

Uma função $v(\mathbf{X}(t))$ que satisfaz as condições (i) e (ii) é chamada de função de Lyapunov para $\mathbf{X}^*$. Se também a condição (iii) é atendida, $v(\mathbf{X}(t))$ é denotada como função de Lyapunov estrita. A grande dificuldade que envolve o método reside no fato de que não há uma maneira sistemática para se construir uma função de Lyapunov. É importante observar, ainda, que a teoria da função de Lyapunov estabelece apenas as condições suficientes para garantir a estabilidade no sentido de Lyapunov; se, para uma dada função de Lyapunov candidata, as condições para $\dot{v}(\mathbf{X}(t))$ não forem atendidas, nada se pode concluir a cerca da estabilidade do sistema.

2.4.2 Princípio de invariância de LaSalle

O princípio de invariância de LaSalle é um teorema que estende a teoria de Lyapunov e constitui-se num método para estimar a região de estabilidade de um ponto de equilíbrio assintoticamente estável. O teorema estabelece que, dado um sistema na forma de (2.10) e uma função $v : R^n \rightarrow R$ de classe C^1 (função de Lyapunov), e sendo L uma constante real tal que $\Omega_L = \{x \in R^n : v(\mathbf{X}) < L\}$ seja limitado, admitindo-se que $\dot{v}(\mathbf{X}) \leq 0$ para todo $x \in \Omega_L$ e definindo-se $E = \{x \in \Omega_L : \dot{v}(\mathbf{X}) = 0\}$, se B for o maior conjunto invariante contido em E , então toda solução de (2.10) iniciada em Ω_L converge para B quando $t \rightarrow \infty$.

A área de atração do ponto de equilíbrio assintoticamente estável é calculada a partir da determinação do maior valor de L para o qual a função de Lyapunov utilizada atende às condições estabelecidas no teorema.

2.4.3 Função energia

Seja $E = \{\mathbf{X} \in R^n : \xi(\mathbf{X}) = 0\}$ o conjunto dos pontos de equilíbrio de (2.10). A função $\psi : R^n \rightarrow R$, de classe C^1 , é uma função energia para o sistema (2.10) se as condições a seguir são satisfeitas [9]:

- i. $\dot{\psi}(\mathbf{X}) \leq 0$ para todo $\mathbf{X} \in R^n$.
- ii. Se $\mathbf{X}_0 \notin E$, então, ao longo da trajetória $\phi_t(\mathbf{X}_0)$, o conjunto $\{t \in R : \dot{\psi}(\phi_t(\mathbf{X}_0)) = 0\}$ tem medida nula em R .
- iii. Se a trajetória $\phi_t(\mathbf{X}_0)$ tem um valor limitado de $\psi(\phi_t(\mathbf{X}_0))$ para $t \in R^+$ então a trajetória $\phi_t(\mathbf{X}_0)$ também é limitada.

As condições (i) e (ii) implicam que a energia do sistema é estritamente decrescente ao longo de qualquer trajetória não trivial. A condição (iii) garante a não existência de uma trajetória ilimitada cuja energia permaneça limitada ao longo da trajetória. Com relação ao comportamento global das trajetórias, a teoria de função energia estabelece que se existe uma função para o sistema (2.10) que satisfaz as condições (i) e (ii) então toda trajetória de (2.10) ou converge para um dos pontos de equilíbrio ou vai para o infinito.

Fronteira da área de atração de um ponto assintoticamente estável

Seja $\mathbf{X}^s$ um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema (2.10) e $A(\mathbf{X}^s)$ sua região de estabilidade correspondente. Denota-se por $\partial A(\mathbf{X}^s)$ a fronteira da área de atração. Considerando-se que (2.10) admita uma função energia e assumindo-se que todos os pontos de equilíbrio de $\partial A(\mathbf{X}^s)$ são hiperbólicos, então toda trajetória na fronteira da área de atração $\partial A(\mathbf{X}^s)$ converge para um dos pontos de equilíbrio na fronteira de $\partial A(\mathbf{X}^s)$. Como consequência deste resultado, segue que a fronteira da área de atração $\partial A(\mathbf{X}^s)$ é composta pela união das variedades estáveis dos pontos de equilíbrio hiperbólicos (instáveis) na fronteira da região de estabilidade [30]:

$$\partial A(\mathbf{X}^s) = \bigcup_i W^e(\mathbf{X}^i) \quad (2.22)$$

onde $\mathbf{X}^i$, $i = 1, 2, \dots$ são pontos de equilíbrio hiperbólico em $\partial A(\mathbf{X}^s)$. Não entraremos em detalhes sobre a caracterização dinâmica da região de estabilidade de um ponto assintoticamente estável, bem como não apresentaremos a metodologia para estimá-la, uma vez que estes resultados não são necessários para o entendimento desta tese. O leitor interessado pode recorrer a [30] para consulta neste tema.

2.5 Bifurcação a um parâmetro

Considere que o sistema dinâmico não linear autônomo descrito por (2.10) seja dependente de um parâmetro $\lambda \in R$. Para acomodar tal consideração, o sistema é reescrito como:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}(t), \lambda) = \boldsymbol{\xi}_\lambda(\mathbf{X}(t)), \boldsymbol{\xi} : R^n \times R \rightarrow R^n \quad (2.23)$$

Uma bifurcação ocorre quando há uma mudança significativa na estrutura das soluções de (2.23) quando da variação do parâmetro λ . Por exemplo, seja a equação diferencial de primeira ordem

$$\dot{x} = x^2 + \lambda \quad (2.24)$$

com $x \in R$ e $\lambda \in R$. Para cada λ fixo, tem-se $f_\lambda(x) = f(x, \lambda) = \lambda + x^2$. Quando $\lambda = \lambda^{cr} = 0$, a equação (2.24) tem um ponto de equilíbrio em $x_{\lambda^{cr}} = 0$ ($f_{\lambda^{cr}}(x_{\lambda^{cr}}) = 0$); para $\lambda > 0$ a equação não tem pontos de equilíbrio, uma vez que $f_\lambda(x) > 0$ para todo x ; no entanto, quando $\lambda < 0$, existe um par de pontos de equilíbrio. Assim, uma bifurcação ocorre quando o parâmetro passa por $\lambda^{cr} = 0$ (veja Fig.(2.4)). Dizemos que $f_{\lambda^{cr}}$ não é estruturalmente estável e λ^{cr} é um parâmetro de bifurcação. Note que $D_x f_\lambda(x) = 2x$, de tal forma que $D_x f_{\lambda^{cr}}(x_{\lambda^{cr}}) = 0$. Ainda com relação a (2.24), se x^* é um ponto de equilíbrio,

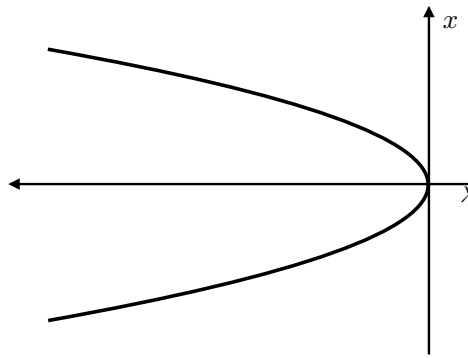


Figura 2.4: Diagrama de bifurcação para $f_\lambda(x) = \lambda + x^2$.

tem-se que $f_\lambda(x^*) = 0$. Se $D_x f_\lambda(x^*) \neq 0$, ou seja, é invertível, o Teorema da Função Implícita garante que para pequenas perturbações em λ não há mudanças na estrutura local próxima a x^* ; isto é, a equação diferencial $\dot{x} = f_{\lambda+\epsilon}(x)$ tem

um ponto de equilíbrio $x^*(\epsilon)$ que varia continuamente com ϵ (para ϵ pequeno). Dessa maneira, bifurcações para equações diferenciais de primeira ordem apenas ocorrem para o caso não hiperbólico, onde $D_x f_\lambda(x^*) = 0$, como no exemplo anterior. Estendendo-se este resultado ao sistema (2.23), se $\mathbf{X}_{\lambda^*}^*$ é um ponto de equilíbrio hiperbólico em $\lambda = \lambda^*$, então, para todo λ próximo a λ^* existe um único ponto de equilíbrio hiperbólico $\mathbf{X}_\lambda$ do sistema perturbado, ou seja, o ponto de equilíbrio hiperbólico persiste sob pequenas variações do parâmetro λ . Além disso, o tipo de estabilidade do ponto de equilíbrio perturbado $\mathbf{X}_\lambda$ é o mesmo de $\mathbf{X}_{\lambda^*}^*$; por exemplo, se $\mathbf{X}_{\lambda^*}^*$ é um ponto de equilíbrio hiperbólico tipo k , então $\mathbf{X}_\lambda$ também é tipo k .

2.5.1 Bifurcação sela-nó

O tipo de bifurcação descrita no exemplo anterior é chamada *bifurcação sela-nó*. Numa bifurcação sela-nó, um par de pontos de equilíbrio se fundem num ponto de bifurcação quando da variação do parâmetro até um valor máximo; além do valor máximo o sistema não possui mais pontos de equilíbrio. Formalmente, uma bifurcação sela-nó é descrita como segue.

Seja $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}} \in R^n$ um ponto de equilíbrio não hiperbólico de (2.23), para um parâmetro fixo $\lambda = \lambda^{cr}$, i.e., $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}, \lambda^{cr}) = \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}) = 0$. Dizemos que $(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}, \lambda^{cr})$ é um ponto de bifurcação sela-nó, se a matriz Jacobiana do sistema avaliada neste ponto, $D_{\mathbf{X}} \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$, tem um único autovalor simples igual a zero e as seguintes condições de transversalidade são satisfeitas:

$$D_{\mathbf{X}} \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}) \mathbf{v} = D_{\mathbf{X}}^T \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}) \mathbf{w} = 0 \quad (2.25)$$

$$\mathbf{w}^T \frac{\partial \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})}{\partial \lambda} \neq 0 \quad (2.26)$$

$$\mathbf{w}^T [D_{\mathbf{X}}^2 \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}) \mathbf{v}] \mathbf{v} \neq 0 \quad (2.27)$$

onde $\mathbf{v}$ é o autovetor à direita e $\mathbf{w}$ é o autovetor à esquerda de $D_{\mathbf{X}} \boldsymbol{\xi}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ associados ao autovalor nulo (os autovetores são normalizados). A primeira condição implica que a matriz Jacobiana $D_{\mathbf{X}} \boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ é singular; a segunda e terceira condições implicam que não há ponto de equilíbrio para $\lambda > \lambda^{cr}$ (ou $\lambda < \lambda^{cr}$, dependendo do sinal de (2.27)).

A seguir, descreveremos o comportamento dinâmico do sistema (2.23) próximo ao ponto de bifurcação sela-nó tipo zero, segundo a descrição apresentada em [31], que se fundamenta na teoria de bifurcação sela-nó genérica do matemático Jorge Sotomayor. Tal bifurcação nos interessa particularmente, pois tem ligação direta com o problema de colapso de tensão estático, em cujo contexto se enquadram os estudos realizados nesta tese.

2.5.2 Comportamento dinâmico do sistema próximo ao ponto de bifurcação sela-nó do tipo zero

Os pontos de bifurcação sela-nó podem ser classificados segundo o número de autovalores da matriz $D_{\mathbf{X}}\boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ com parte real positiva. O ponto $(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}, \lambda^{cr})$ é um ponto de bifurcação sela-nó do tipo k ($k \in N$) se $D_{\mathbf{X}}\boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ tem k autovalores com parte real positiva e $n-k-1$ autovalores com parte real negativa.

Assume-se que λ varia quase-estaticamente, de tal modo que se (2.23) tem um ponto de equilíbrio estável $\mathbf{X}_{\lambda}^s$, num dado λ fixo, e se o estado $\mathbf{X}$ do sistema é inicialmente próximo de $\mathbf{X}_{\lambda}^s$, então, a dinâmica do sistema faz $\mathbf{X}$ seguir o ramo de $\mathbf{X}_{\lambda}^s$ enquanto λ varia lentamente. Dessa forma, o ponto de equilíbrio estável muda de posição, porém continua sendo estável. Mas, admitamos que, próximo a λ^{cr} , exista uma vizinhança N de $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$ e $\delta > 0$ tal que existem dois pontos de equilíbrio hiperbólico $\mathbf{X}_{\lambda}^s$ e $\mathbf{X}_{\lambda}^u$ em N para $\lambda \in (\lambda^{cr} - \delta, \lambda^{cr})$; e não existe ponto de equilíbrio em N para $\lambda \in (\lambda^{cr}, \lambda^{cr} + \delta)$. $\mathbf{X}_{\lambda}^s$ é um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo 0 e $\mathbf{X}_{\lambda}^u$ é um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo 1. O ponto de equilíbrio estável $\mathbf{X}_{\lambda}^s$ se funde com o ponto de equilíbrio instável $\mathbf{X}_{\lambda}^u$ em λ^{cr} . Assim, em $\lambda = \lambda^{cr}$, o sistema (2.23) tem um único ponto de equilíbrio $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$, que é um ponto de equilíbrio sela-nó do tipo zero, que possui um autovalor simples com valor zero e os outros $n-1$ autovalores com partes reais negativas. Logo antes da bifurcação, $\mathbf{X}_{\lambda}^u$ está na fronteira da área de atração do ponto $\mathbf{X}_{\lambda}^s$, $(\partial A(\mathbf{X}_{\lambda}^s))$. Além disso, $\mathbf{X}_{\lambda}^u$ é o ponto de equilíbrio instável mais próximo de $\mathbf{X}_{\lambda}^s$.

Uma vez que $\mathbf{X}_{\lambda}^u$ é um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo 1 sua variedade instável $W^i(\mathbf{X}_{\lambda}^u)$ é unidimensional; e esta pode ser decomposta em três

subvariedades invariantes:

$$W^i(\mathbf{X}_\lambda^u) = W_-^i \cup \mathbf{X}_\lambda^u \cup W_+^i \quad (2.28)$$

A subvariedade W_-^i recai na área de atração de $\mathbf{X}_\lambda^s$ e a subvariedade W_+^i fica fora de $A(\mathbf{X}_\lambda^s)$. A variedade estável de $\mathbf{X}_\lambda^s$, $W^e(\mathbf{X}_\lambda^s)$, intercepta a variedade instável de $\mathbf{X}_\lambda^u$ ao longo de W_-^i , e dessa forma, liga $\mathbf{X}_\lambda^u$ a $\mathbf{X}_\lambda^s$ (veja Fig. 2.5).

Em λ^{cr} , onde $\mathbf{X}_\lambda^u$ e $\mathbf{X}_\lambda^s$ se fundem em $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$, $D_{\mathbf{X}}\boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ tem um autovalor nulo com autovetor à direita associado (o autovetor zero à direita) que aponta na direção na qual $\mathbf{X}_\lambda^u$ e $\mathbf{X}_\lambda^s$ se aproximaram. Os outros $n - 1$ autovalores de $D_{\mathbf{X}}\boldsymbol{\xi}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ permanecem com parte real negativa. Assim, o ponto de equilíbrio $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$ possui uma variedade estável $W^e(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ de dimensão $n - 1$ e uma variedade central $W^c(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ unidimensional, que pode ser decomposta como segue (veja Fig. 2.6):

$$W^c(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}) = W_-^c \cup \mathbf{X}_{\lambda^{cr}} \cup W_+^c \quad (2.29)$$

O autovetor zero à direita é tangente a $W^c(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$. Note que a variedade estável $W^e(\mathbf{X}_{\lambda^{cr}})$ divide a variedade central em duas regiões distintas: W_+^c , que é uma trajetória única que se afasta de $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$ e W_-^c , onde as trajetórias convergem para $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$. $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$ é um ponto de equilíbrio instável, dessa forma, uma perturbação pode levar o estado do sistema para um ponto em W_+^c próximo a $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$, e assim, o estado do sistema move ao longo de W_+^c , divergindo de $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$. Se o valor de λ cresce além de λ^{cr} , $\mathbf{X}_{\lambda^{cr}}$ desaparece e não há outro ponto de equilíbrio próximo.

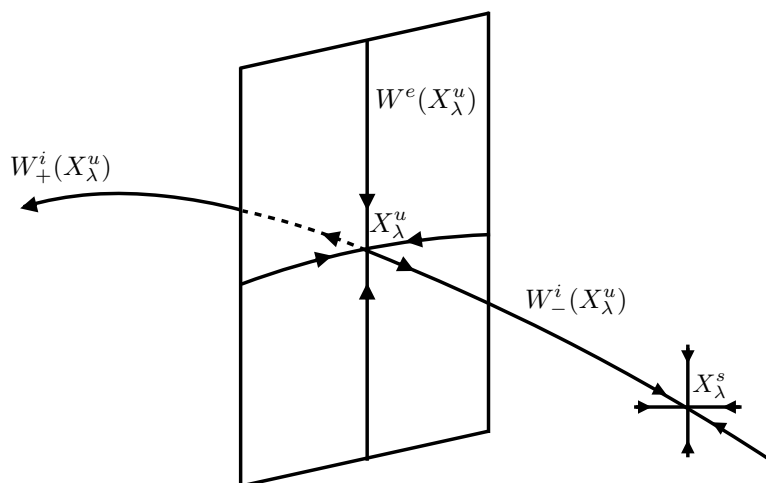


Figura 2.5: Pontos de equilíbrio e variedades logo antes da bifurcação. (Reproduzido de [31].)

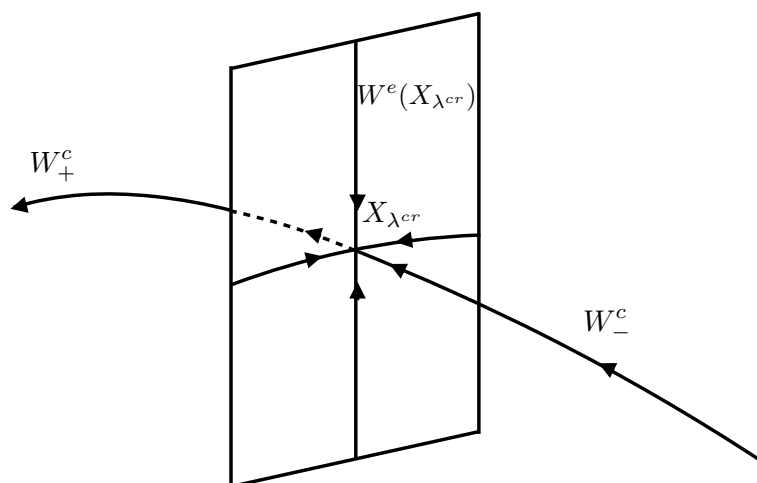


Figura 2.6: Ponto de equilíbrio e variedades no momento da bifurcação. (Reproduzido de [31].)

Capítulo 3

O problema de colapso de tensão em sistemas elétricos de potência

3.1 Introdução

Um sistema elétrico de potência (SEP) é considerado estável se permanece no estado operativo sob condições normais de operação ou, após submetido a um distúrbio, recupera um estado operativo viável. Considera-se um distúrbio, ou perturbação, uma mudança súbita na condição operativa do SEP ou num parâmetro do sistema. Os diferentes tipos de distúrbios podem ser agrupados em duas classes: distúrbio de evento ou distúrbio de carga. Curtos-circuitos em elementos do sistema, desligamento de elementos e perda de grandes blocos de carga e/ou geração são exemplos de distúrbios de evento. As variações normais de carga constituem um distúrbio de carga. Normalmente, os distúrbios de evento levam a mudanças na configuração do SEP. Por outro lado, de modo geral, o sistema permanece inalterado após os distúrbios de carga [32].

A situação de instabilidade do SEP pode estar associada a dois fatores: *(i)* incapacidade do sistema em manter o sincronismo entre as unidades geradoras interligadas; *(ii)* incapacidade do sistema em manter um nível de tensão adequado em todos os barramentos. O primeiro caso refere-se ao fenômeno de instabilidade angular do rotor, o segundo, ao fenômeno de instabilidade de tensão [32].

O estudo de estabilidade de tensão de regime permanente, também conhecido

como estudo de estabilidade de tensão para pequenos sinais, trata da capacidade do SEP em manter níveis adequados de tensão nos barramentos, não só sob condições normais de operação, mas também após a ocorrência de pequenas perturbações, como aumentos incrementais das cargas do sistema [33]. Assim, o SEP é considerado estável com relação à tensão quando é capaz de manter as magnitudes de tensão nas barras do sistema dentro de valores operacionais. O colapso de tensão é identificado quando, após uma perturbação, algumas barras registram uma progressiva e incontrolável queda de tensão.

De modo geral, o problema de colapso de tensão, no contexto de distúrbio de carga, está associado ao aumento da demanda do sistema além de certos limites, bem como à incapacidade do sistema em manter um suporte adequado de potência reativa nas barras de carga, causada por limitações na geração e transmissão de potência reativa [20].

Diferentes tipos de bifurcações locais estão associadas à instabilidade de sistemas de potência. Bifurcações sela-nó (veja Sec. 2.5.1) estão diretamente relacionadas ao problema de colapso de tensão. Quando limites são incluídos no modelo do sistema, tal como os limites de injeção de potência reativa, ocorrem as chamadas bifurcações induzidas por limite, que também levam o sistema ao colapso de tensão. Bifurcações de Hopf, associadas à instabilidade oscilatória, e bifurcações induzidas por singularidade, que ocorrem em modelos de sistema algébrico-diferenciais, não estão relacionadas ao problema de estabilidade de tensão [20].

Neste capítulo, revisamos alguns conceitos de estabilidade de tensão, particularmente os relacionados ao problema de colapso de tensão causado por variação lenta na demanda do sistema, pois neste contexto se enquadram os estudos realizados nesta tese. Nas seções que seguem são descritos(as):

- o mecanismo de colapso de tensão através de uma bifurcação sela-nó;
- as importantes informações obtidas a partir do autovetor zero à direita (autovetor associado ao autovalor zero da matriz Jacobiana no ponto de bifurcação sela-nó) relacionadas a sua propriedade de indicar a direção inicial do colapso de tensão (Tais informações têm relação direta com as análises desenvolvidas neste trabalho.);

- a justificativa para a determinação do ponto de bifurcação e do autovetor zero à direita a partir do modelo estático do SEP;
- as bifurcações induzidas por limites;
- a técnica de fluxo de potência continuado para o cálculo da margem de carregamento do SEP; e
- alguns índices para determinação da margem de estabilidade do sistema.

3.2 O mecanismo de colapso de tensão através de uma bifurcação sela-nó

Considere o modelo de sistema elétrico de potência na forma geral dada por (2.23), que é replicada aqui como:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \boldsymbol{\lambda}) \implies \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}) \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{X} \in R^n$ é o vetor de estado do sistema, composto, por exemplo, pelos ângulos internos dos geradores, velocidades angulares, magnitudes de tensão e ângulos das barras do sistema; $\boldsymbol{\lambda} \in R^p$ é um vetor de parâmetros que variam no tempo, tais como níveis de potência ativa e reativa nas barras de carga do sistema, e $\mathbf{F} : R^n \times R^p \rightarrow R^n$ corresponde ao conjunto de equações diferenciais que define o campo de vetores não linear associado às variáveis de estado $\mathbf{X}$ (veja Sec. 2.2.1). Seja $\mathbf{X}^s$ um ponto de equilíbrio estável (assintoticamente estável) de (3.1) (veja Sec. 2.2.6). O modelo estático $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}) = 0$ define a posição no espaço de estados do ponto de equilíbrio estável em função de $\boldsymbol{\lambda}$. À medida que os parâmetros do sistema variam lentamente (modo quase-estático), $\mathbf{X}^s$ muda de posição no espaço de estados, mas continua sendo um ponto de equilíbrio estável. O sistema (3.1) apresenta uma bifurcação sela-nó (BSN) no ponto $(\mathbf{X}^{cr}, \boldsymbol{\lambda}^{cr})$. (As condições para uma BSN estão descritas na Sec. 2.5.1). No ponto de bifurcação sela-nó, $\boldsymbol{\lambda}$ atinge o valor máximo local $\boldsymbol{\lambda}^{cr}$, onde o ponto de equilíbrio estável $\mathbf{X}^s$ se funde com um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo1 $\mathbf{X}^u$, que logo antes da bifurcação estava na fronteira da área de atração de $\mathbf{X}^s$ ($\partial A(\mathbf{X}^s)$) (veja descrição deste processo na

Sec. 2.5.2). Para valores maiores que λ^{cr} , o sistema (3.1) não apresenta solução. A matriz Jacobiana de (3.1) avaliada em $\mathbf{X}^{cr}$, $D_{\mathbf{X}}\mathbf{F}_{\lambda^{cr}}(\mathbf{X}^{cr})$, apresenta um único autovalor simples igual a zero, cujo autovetor à direita associado é denotado por autovetor zero à direita.

O modelo para descrição do colapso de tensão assume que o autovetor zero à direita, que é tangente à variedade central de $\mathbf{X}^{cr}$ ($W^c(\mathbf{X}^{cr})$), aponta no sentido da subvariedade W_+^c . Considerando-se tal condição, uma perturbação faz o estado do sistema divergir de $\mathbf{X}^{cr}$. Como $\mathbf{X}^{cr}$ é um ponto de equilíbrio instável, as trajetórias com condições iniciais próximas de $\mathbf{X}^{cr}$ divergem deste, aproximadamente na direção do autovetor zero. Mais especificamente, as trajetórias que se iniciam em pontos que pertencem a W_+^c se afastam de $\mathbf{X}^{cr}$ e permanecem em W_+^c ; as trajetórias que se iniciam próximas a W_+^c se afastam de $\mathbf{X}^{cr}$ aproximadamente ao longo de W_+^c , e se aproximam exponencialmente de W_+^c .

A dinâmica do sistema (3.1), no ponto de bifurcação, é definida pela posição de W_+^c no espaço de estados. (Lembre que W_+^c encerra uma trajetória de sistema única.) Se W_+^c está posicionada de maneira que algumas magnitudes de tensão decaiam ao longo de W_+^c , então o movimento ao longo de W_+^c determina um colapso de tensão.

O mecanismo de colapso de tensão descrito é conhecido como modelo da variedade central para o colapso de tensão [31, 34]. Ressaltamos a seguir três importantes resultados deste modelo, relacionados ao autovetor zero à direita:

- (r1) O autovetor zero à direita descreve a direção no espaço de estados na qual o ponto de equilíbrio move logo antes da bifurcação.
- (r2) O autovetor zero à direita descreve a direção inicial no espaço de estados ao longo da qual o colapso de tensão dinâmico ocorre.
- (r3) O autovetor zero à direita determina o padrão no qual as magnitudes de tensão e outras quantidades inicialmente decaem (dinamicamente) no colapso de tensão.

É importante observar que o modelo quase-estático, onde $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \lambda) = 0$ define a posição dos pontos de equilíbrio, se aplica somente antes da bifurcação. Depois da bifurcação, o modelo dinâmico (3.1) se impõe.

3.3 Modelos de sistemas elétricos de potência para estudos de estabilidade

No Cap. 2, apresentamos alguns fundamentos da teoria de sistemas dinâmicos. Em especial, revisamos a teoria de bifurcação sela-nó (Sec. 2.5), que tem relação direta com o problema de colapso de tensão em sistemas elétricos de potência, conforme detalhado na seção anterior. A teoria foi apresentada aplicando-a a uma família de sistemas descritos puramente por um conjunto de equações diferenciais ordinárias não lineares, na forma dada por (3.1). Os estudos de estabilidade em sistema elétricos de potência, no entanto, estendem e aplicam a teoria de estabilidade a um modelo de sistema algébrico-diferencial [35], uma vez que os sistemas elétricos de potência são comumente descritos por um conjunto de equações algébrico-diferenciais não lineares, na forma que segue

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}) \\ \mathbf{b}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}) \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}). \quad (3.2)$$

Em (3.2), $\mathbf{x} \in R^n$ é o vetor de variáveis dinâmicas relacionadas a diversos elementos do sistema, tais como geradores e seus controles; $\boldsymbol{\lambda} \in R^p$ é o vetor de parâmetros de variação lenta, tais como níveis de potência ativa e reativa das cargas do sistema; $\mathbf{a} : R^n \times R^m \times R^p \rightarrow R^n$ corresponde ao conjunto de equações diferenciais que define o campo de vetores não linear associado às variáveis de estado $\mathbf{x}$; e $\mathbf{y} \in R^m$ é o vetor de variáveis algébricas, tais como magnitudes e ângulos das tensões nas barras do sistema, que são definidas pelas equações algébricas $\mathbf{b} : R^n \times R^m \times R^p \rightarrow R^m$. Um ponto de equilíbrio é denotado por $(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$, para o qual $\mathbf{a}(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = 0$ e $\mathbf{b}(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = 0$. Se a matriz Jacobiana das equações algébricas, $\partial \mathbf{b}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}) / \partial \mathbf{y}$, é não singular ao longo das trajetórias de interesse do sistema, o Teorema da Função Implícita garante que existe uma função $h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$, tal que $\mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$; e dessa forma, o sistema (3.2) pode ser reformulado como [36, 37]:

$$\dot{\mathbf{x}} \equiv \mathbf{a}(\mathbf{x}, h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}), \boldsymbol{\lambda}). \quad (3.3)$$

Assim, o comportamento de (3.2) pode ser estudado através do sistema puramente diferencial descrito por (3.3). Ainda, se $\partial \mathbf{b}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}) / \partial \mathbf{y}$ é não singular ao

longo das trajetórias de interesse do sistema, [36, 37] mostram também que o comportamento de (3.2) ao longo destas trajetórias é determinado pelos autovaleiros da matriz Jacobiana de (3.2) avaliada nos pontos de equilíbrio de interesse, $D_{(x,y)}\mathbf{F}(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$:

$$D_{(x,y)}\mathbf{F}(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = D_{(x,y)}\mathbf{F} \big|_* = \begin{bmatrix} D_{\mathbf{x}}\mathbf{a} \big|_* & D_{\mathbf{y}}\mathbf{a} \big|_* \\ D_{\mathbf{x}}\mathbf{b} \big|_* & D_{\mathbf{y}}\mathbf{b} \big|_* \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Além disso, num ponto de bifurcação sela-nó $(\mathbf{X}^{cr}, \mathbf{y}^{cr}, \boldsymbol{\lambda}^{cr})$ as condições de transversalidade (2.25-2.27) são equivalentes a [37]:

$$\begin{aligned} D_{(x,y)}\mathbf{F} \big|_{cr} \mathbf{v} &= D_{(x,y)}^T\mathbf{F} \big|_{cr} \mathbf{w} = 0 \\ \mathbf{w}^T \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \lambda} \bigg|_{cr} &\neq 0 \\ \mathbf{w}^T [D_{(x,y)}^2\mathbf{F} \big|_{cr} \mathbf{v}] &\neq 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ são, respectivamente, os autovetores normalizados à direita e à esquerda de $D_{(x,y)}\mathbf{F} \big|_{cr}$.

3.4 Relação entre bifurcação sela-nó do modelo estático e bifurcação sela-nó do modelo dinâmico

Embora um SEP seja modelado através de um sistema algébrico diferencial, a determinação do ponto de bifurcação e o cálculo dos autovetores zero à direita e à esquerda podem ser feitos a partir do modelo estático do sistema, mais especificamente, através das equações algébricas não lineares que definem o fluxo de potência [21]. Nesta seção, revisamos estes conceitos.

3.4.1 Margem de carregamento

Considere que o estado de um SEP descrito por (3.2), que inicialmente está num ponto de equilíbrio estável (assintoticamente estável) $\mathbf{X}^s$ com parâmetro $\boldsymbol{\lambda}^0$, é levado até o ponto de bifurcação $\mathbf{X}^{cr}$ em $\boldsymbol{\lambda}^{cr}$, após sucessivos incrementos dos

parâmetros de carregamento em λ . A distância $|\lambda^{cr} - \lambda^0|$ define a margem de carregamento do SEP. A determinação dos pontos de operação do sistema, $(\mathbf{X}^s, \lambda)$, ao longo da variação quase-estática de λ é feita a partir das equações não lineares estáticas $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \lambda) = 0$. Admitindo-se a variação lenta do parâmetro λ , é possível considerar que as tensões terminais dos geradores são mantidas constantes. Neste sentido, as barras externas dos geradores podem ser consideradas como barras PV. Assumindo-se esta abordagem, o modelo estático pode ser reduzido a um subconjunto deste sistema, composto somente pelas equações do fluxo de potência [21, 38]:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \mathbf{g}_1(\delta, \mathbf{y}) \\ 0 &= \mathbf{g}_2(\delta, \mathbf{y}, \lambda) \end{aligned} \right\} \implies 0 = \mathbf{G}(\mathbf{Z}, \lambda) \quad (3.6)$$

onde $\mathbf{y} \in R^{n_{pq}}$ é o vetor composto pelas magnitudes e ângulos das tensões nas barras de carga (barras tipo PQ); $\delta \in R^{n_{pv}}$ é o vetor composto pelos ângulos das tensões das barras externas dos geradores (barras tipo PV); $\mathbf{g}_1$ descreve o balanço de potência ativa nas barras tipo PV e $\mathbf{g}_2$ descreve os balanços de potência ativa e reativa nas barras tipo PQ.

Considere, por exemplo [18], o SEP de duas barras da Fig.3.1. A barra externa do gerador G é a barra de referência, com magnitude de tensão V_1 e ângulo 0. Uma linha de transmissão sem perdas e de reatância X_L liga o gerador a uma carga PQ. As potências ativa e reativa consumidas pela carga são P_2 e Q_2 , respectivamente. As equações algébricas do fluxo de potência para este sistema são:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{V_2 V_1}{X_L} \sin \theta_2 - P_2 \\ 0 &= -\frac{V_2^2}{X_L} + \frac{V_2 V_1}{X_L} \cos \theta_2 - Q_2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde θ_2 e V_2 são magnitude e ângulo de tensão da carga PQ. O ponto de operação do sistema corresponde a $X = (\theta_2, V_2)$. A partir de (3.7), e admitindo-se que a carga tem um fator de potência constante, i.e., $Q_2 = P_2 \tan \phi_2$, obtém-se a seguinte expressão para V_2 :

$$V_2 = \sqrt{-a \pm \sqrt{a^2 - X_L^2 P_2^2 (1 + \tan^2 \phi_2)}} \quad (3.8)$$

onde

$$a = P_2 \tan \phi_2 X_L - \frac{(V_1)^2}{2} \quad (3.9)$$

A Fig. (3.2) é um diagrama de bifurcação: mostra a variação de uma variável

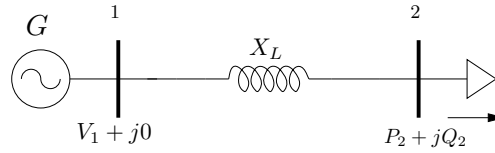


Figura 3.1: Sistema elétrico de potência com 2 barras.

de estado em função do parâmetro de bifurcação; no caso particular em que a variável de estado é a magnitude de tensão de uma barra, e o parâmetro é o nível de potência ativa na barra, o diagrama de bifurcação é conhecido como curva PV. Na Fig. (3.2), observa-se a variação de V_2 em função da variação de P_2 . Para valores de $P_2 < P_{2cr}$, existem duas soluções: uma com magnitude de tensão alta e a outra com magnitude de tensão baixa. No entanto, somente a solução de tensão mais elevada é fisicamente aceitável; sendo a solução de baixa tensão de interesse matemático. À medida que P_2 aumenta (lentamente) as duas soluções se aproximam uma da outra e, na condição de carregamento crítico P_{2cr} , finalmente se fundem. Se o carregamento aumenta além de P_{2cr} , não há mais solução para as equações do fluxo de potência (3.7). As soluções desaparecem numa bifurcação sela-nó em P_{2cr} , que define a condição de máximo carregamento e corresponde ao ponto de colapso.

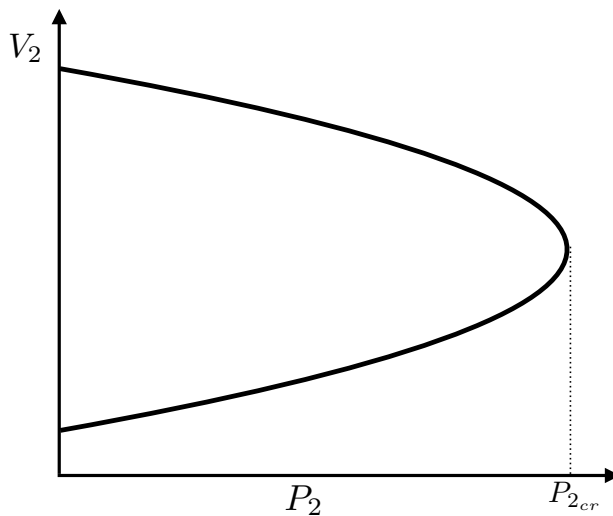


Figura 3.2: Diagrama de bifurcação para o sistema da Fig.3.1.

3.4.2 Determinação do ponto de bifurcação e do autovetor zero à direita a partir do modelo estático

Os trabalhos em [22, 39, 40] mostram que no ponto onde o conjunto de equações algébricas do fluxo de potência apresenta uma bifurcação sela-nó, o modelo dinâmico subjacente também apresenta uma bifurcação sela-nó em ponto equivalente. Considere, por exemplo [22], o modelo dinâmico a seguir que estende o modelo estático de um SEP descrito por (3.6):

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= g_1(\delta, \mathbf{y}) - \Delta \omega \\ \dot{\mathbf{y}} &= s(g_2(\delta, \mathbf{y}, \lambda), \omega) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Z}} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\mathbf{Z}, \omega, \lambda) \quad (3.10)$$

onde Δ é a matriz diagonal dos coeficientes de amortecimento dos geradores; $\mathbf{w} \in R^{n_{pv}}$ é o vetor de velocidades angulares dos geradores; e s define um modelo dinâmico de carga qualquer que depende da frequência ω e do balanço de potências ativa e reativa em cada carga. Assume-se que a matriz Jacobiana Ds é globalmente invertível e $s(0, 0) = 0$. Soluções de (3.6), $\mathbf{G}(\mathbf{Z}^*, \lambda^*) = 0$, correspondem a pontos de equilíbrio em (3.10), $\mathbf{F}(\mathbf{Z}^*, \omega = 0, \lambda^*) = 0$; uma bifurcação sela-nó de (3.6) implica em uma bifurcação sela-nó de (3.10); e os dois sistemas têm os mesmos autovetores zero à direita e à esquerda. Quando uma solução assintoticamente estável $\mathbf{X}^s = (\mathbf{Z}^s, \omega = 0, \lambda)$ de (3.10) é associada a uma solução $\mathbf{X}^s = (\mathbf{Z}^s, \lambda)$ de (3.6), é importante lembrar que os conceitos de estabilidade de pontos de equilíbrio (veja Sec. 2.2.6) se aplicam às soluções de sistemas de equações diferenciais ordinárias, e não aos sistemas de equações algébricas, como o fluxo de potência.

A matriz Jacobiana de (3.6) é

$$D_{\mathbf{Z}}\mathbf{G}(\mathbf{Z}, \lambda) = \begin{bmatrix} D_{\delta}g_1 & D_{\mathbf{y}}g_1 \\ D_{\delta}g_2 & D_{\mathbf{y}}g_2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

e a matriz Jacobiana de (3.10) é

$$D_{(\mathbf{Z}, \omega)}\mathbf{F}(\mathbf{Z}, \omega, \lambda) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbb{I} & 0 \\ D_{\delta}g_1 & -\Delta & D_{\mathbf{y}}g_1 \\ D_{(\delta, \mathbf{y})}sD_{\delta}g_2 & D_{\omega}s & D_{(\delta, \mathbf{y})}sD_{\mathbf{y}}g_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

No ponto de bifurcação, (3.11) e (3.12) são singulares; ambas possuem um único autovalor simples igual a zero, com autovetores associados à direita ($\mathbf{v}$) e à esquerda ($\mathbf{w}$). As condições de transversalidade para o modelo definido pelas equações do fluxo de potência (3.6) são (as condições são análogas às descritas por (2.25)-(2.27) para um modelo dinâmico):

$$D_{\mathbf{Z}}\mathbf{G}|_{cr}\mathbf{v}_{stat} = D_{\mathbf{Z}}^T\mathbf{G}|_{cr}\mathbf{w}_{stat} = 0 \quad (3.13)$$

$$\mathbf{w}_{stat}^T \frac{\partial \mathbf{G}|_{cr}}{\partial \lambda} \neq 0 \quad (3.14)$$

$$\mathbf{w}_{stat}^T [D_{\mathbf{Z}}^2\mathbf{G}|_{cr}\mathbf{v}_{stat}]\mathbf{v}_{stat} \neq 0 \quad (3.15)$$

Os pontos de bifurcação de (3.6) e de (3.10) são, respectivamente, $(\delta^{cr}, \mathbf{y}^{cr}, \lambda^{cr})$ e $(\delta^{cr}, \mathbf{y}^{cr}, \omega = 0, \lambda^{cr})$; e os autovetores zero à direita correspondentes são, respectivamente, $\mathbf{v}_{stat}^{cr} = (\delta^s, \mathbf{y}^s)$ e $\mathbf{v}_{din}^{cr} = (\delta^s, \mathbf{y}^s, \omega = 0)$.

Note que o autovetor zero $\mathbf{v}_{din}^{cr}$ (e também $\mathbf{v}_{stat}^{cr}$) está relacionado ao ponto de equilíbrio estável $(\delta^s, \mathbf{y}^s, \omega = 0, \lambda^s)$ e não a $(\delta^{cr}, \mathbf{y}^{cr}, \omega = 0, \lambda^{cr})$ ($D_{(\mathbf{Z}, \omega)}\mathbf{F}|_{cr} v = 0$). As observações que seguem comentam sobre este fato e ressaltam outros aspectos importantes.

(r4) Para λ próximo de λ^{cr} , $\mathbf{v}_{din}$ ($\mathbf{v}_{stat}$) é uma função contínua de λ . Quando da aproximação das soluções estável $\mathbf{X}^s$ ($\mathbf{F}(\mathbf{X}^s, \lambda) = 0$) e instável tipo 1 $\mathbf{X}^u$ ($\mathbf{F}(\mathbf{X}^u, \lambda) = 0$), concomitantemente à aproximação de λ do valor λ_{cr} , o autovetor $\mathbf{v}_{din} = (\delta^s, \omega = 0, \mathbf{y}^s)$ associado ao autovalor simples negativo de $D_{\mathbf{X}}\mathbf{F}|_s$ que se anulará tende (converge) para $\mathbf{v}_{din}^{cr}$ [22].

(r5) $\mathbf{v}_{din}^{cr}$ ($\mathbf{v}_{stat}^{cr}$) pode ser usado para estimar a direção da solução $\mathbf{X}^u$, uma vez que, próximo ao ponto de bifurcação, $\mathbf{v}_{din}^{cr}$ descreve a direção na qual $\mathbf{X}^s$ e $\mathbf{X}^u$ se aproximam (direção inicial do colapso) (veja Sec. 3.2). Assim, condições iniciais para o cálculo numérico de $\mathbf{X}^u$ podem ser obtidas a partir de $\mathbf{v}_{din}^{cr}$ [22].

(r6) $\mathbf{v}_{din}^{cr}$ ($\mathbf{v}_{stat}^{cr}$) pode ser obtido a partir do modelo estático (3.6) de um SEP [38, 22, 39] .

3.5 Bifurcação induzida por limite

A bifurcação induzida por limite (BIL) é um tipo bifurcação genérica a um parâmetro que pode ser encontrada nos SEPs quando limites de controle, tais como, os limites de potência reativa dos geradores, são incluídos no modelo do sistema [20].

De modo geral, à medida que o carregamento do sistema aumenta, a demanda de potência reativa também aumenta, e como consequência, os limites de injeção de potência reativa dos geradores (ou outros equipamentos reguladores de tensão) podem ser atingidos. Os SEPs tornam-se mais vulneráveis ao colapso de tensão nestas situações [41], pois as BILs implicam na redução da margem de carregamento, e em alguns casos, no desaparecimento do ponto de operação do sistema (ponto de equilíbrio no qual o SEP opera), causando o colapso de tensão. Note que uma bifurcação sela-nó está relacionada ao limite de transmissão de potência do SEP; a bifurcação induzida por limite, por outro lado, está associada ao limite de geração de potência reativa de um ou mais geradores.

Quando limites são considerados no modelo do sistema, a ocorrência do alcance do limite gera uma mudança instantânea nas equações do sistema. Com isso, as matrizes Jacobianas do sistema avaliadas no ponto de equilíbrio estável (ponto de operação) e no ponto de equilíbrio instável mais próximo, $D_{(x,y)}F|_{\mathbf{x}^s}$ e $D_{(x,y)}F|_{\mathbf{x}^u}$, respectivamente, mudam descontinuamente. Sob certas circunstâncias, as duas soluções de equilíbrio podem se fundir, o que determina o ponto de colapso de tensão [41, 42].

Não existe singularidade associada a uma BIL. Considerando o modelo de sistema baseado nas equações do fluxo de potência (3.6), num ponto $(\boldsymbol{\delta}^*, \mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ onde ocorre uma BIL, a matriz Jacobiana do sistema avaliada neste ponto $(D_{(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{y})}\mathbf{G}|_*)$ tem todos os autovalores com parte real não nula [43].

As bifurcações induzidas por limite podem ser classificadas em bifurcação induzida por limite dinâmica (BILD) e bifurcação induzida por limite estática (BILS), também conhecida como bifurcação sela induzida por limite [43, 37]. Numa BILD, o ponto de equilíbrio estável $\mathbf{x}^s$ não desaparece quando um limite é alcançado à medida que o parâmetro $\boldsymbol{\lambda}$ do sistema varia; numa BILS, ao contrário, a solução de equilíbrio $\mathbf{x}^s$ se funde com outra solução e desaparece, e neste caso,

a BILS determina a máxima condição de carregamento do sistema [43].

Observe que, após uma BILD, à medida que λ varia, o sistema pode ser levado ao limite de carregamento (ponto de colapso) tanto através de uma BSN quanto de uma BILS.

Existem diferentes abordagens para modelar e analisar o efeito dos limites de potência reativa dos geradores [20]. No contexto de modelo de sistema dado pelas equações do fluxo de potência (3.6), uma delas consiste em transformar o gerador, que inicialmente é modelado como barra PV, em barra PQ, quando seu limite for atingido. Tal transformação altera o conjunto de equações especificadas em (3.6).

3.6 Cálculo da margem de carregamento através do fluxo de potência continuado

A determinação do ponto de máximo carregamento do sistema é extremamente importante para análise de segurança de sistemas elétricos de potência. A partir desta informação é possível determinar a distância entre o ponto de operação corrente e o ponto de colapso. Se a distância for muito pequena, o operador do sistema pode executar ações de prevenção e/ou correção com o objetivo de manter uma margem de segurança mínima, i.e., uma distância mínima entre o ponto de operação do sistema e o ponto de colapso [32, 18].

O método do fluxo de potência continuado (FPC) [26, 46], que traça o diagrama de bifurcação (Fig. 3.2) para um modelo de sistema baseado nas equações do fluxo de potência dado por (3.6), é a técnica mais utilizada para determinação do ponto de instabilidade de tensão associado tanto a uma BILS quanto a uma BSN. Métodos diretos baseados em fluxo de potência ótimo [44, 45] são outros exemplos de técnica para cálculo de margem de estabilidade de tensão. Nesta abordagem, o fator de potência é maximizado satisfazendo as equações do fluxo de potência, os limites de magnitude de tensão nas barras e de injeção de potência reativa dos geradores, entre outros limites de interesse.

As variações de potência ativa gerada e potências ativa e reativa nas cargas

são descritas, tipicamente, na seguinte forma [46]:

$$P_{G_i}(\lambda) = P_{G_{i0}}(1 + \Delta\lambda K_{G_i}) \quad (3.16)$$

$$P_{L_i}(\lambda) = P_{L_{i0}}(1 + \Delta\lambda K_{L_i}) \quad (3.17)$$

$$Q_{L_i}(\lambda) = Q_{L_{i0}}(1 + \Delta\lambda K_{L_i}) \quad (3.18)$$

onde $P_{L_{i0}}$ e $Q_{L_{i0}}$ denotam, respectivamente, as potências ativa e reativa iniciais numa barra de carga i ; $P_{G_{i0}}$ corresponde à potência ativa inicial gerada numa barra i (barra PV); K_{L_i} e K_{G_i} são constantes que permitem definir diferentes cenários de crescimento de carga e geração, respectivamente. $P_{G_{i0}}$, $P_{L_{i0}}$ e $Q_{L_{i0}}$ definem o chamado caso base. Assume-se que todas as cargas têm fator de potência constante.

O algoritmo do FPC calcula a solução de (3.6) para cada valor do fator de carregamento λ , segundo uma dada direção de crescimento [46]. O processo é iterativo e usa um esquema preditor-corretor, tal como mostra a Fig. 3.3. O algoritmo começa no ponto $A=(\mathbf{Z}^A, \lambda^A)$, que corresponde à solução das equações do fluxo de potência no caso base. Um preditor tangente é usado para estimar a solução $B=(\mathbf{Z}^A + \Delta\mathbf{Z}^A, \lambda^A + \Delta\lambda^A)$. Em seguida, o passo corretor, com base na solução estimada B , calcula a solução exata C , para a qual $\mathbf{G}(\mathbf{Z}, \lambda) = 0$. Problemas de convergência no ponto de máximo carregamento (λ^{cr}), e em torno dele, podem ser contornados através de uma parametrização que consiste em usar uma das variáveis de estado Z_i como parâmetro a ser variado.

Passo preditor (preditor tangente)

O vetor tangente ($\mathbf{VT}$) num dado ponto $(\mathbf{Z}^*, \lambda^*)$ é dado por [47]:

$$\begin{aligned} \mathbf{VT}^* &= \left. \frac{d\mathbf{Z}}{d\lambda} \right|_* \approx \frac{\Delta\mathbf{Z}^*}{\Delta\lambda^*} \\ \frac{\Delta\mathbf{Z}^*}{\Delta\lambda^*} &= -[D_{\mathbf{Z}}\mathbf{G}|_*]^{-1} \left. \frac{\partial\mathbf{G}}{\partial\lambda} \right|_* \end{aligned} \quad (3.19)$$

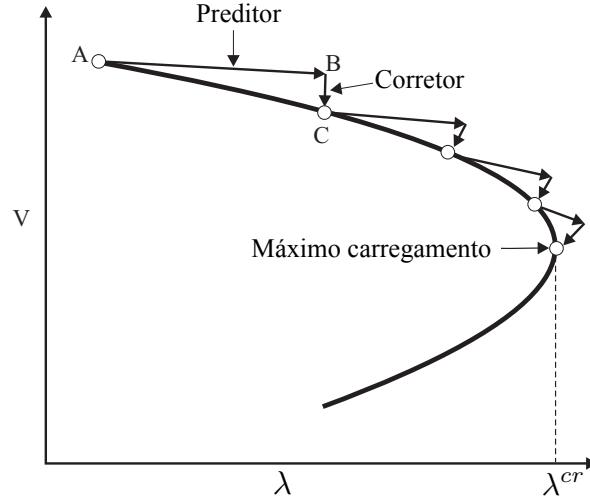


Figura 3.3: Esquema preditor-corretor no fluxo de potência continuado.

Os passos $\Delta \mathbf{Z}^*$ e $\Delta \lambda^*$ são definidos como

$$\Delta \lambda^* = \frac{\mu}{\|\mathbf{VT}^*\|_2} \quad (3.20)$$

$$\Delta \mathbf{Z}^* = \frac{\mu \mathbf{VT}^*}{\|\mathbf{VT}^*\|_2} \quad (3.21)$$

O sinal de μ implica aumento ou decréscimo de λ . De modo geral, $\mu = 1$; para $\mu > 1$ o processo é acelerado.

Uma forma alternativa desta etapa do processo é implementada pelo preditor secante [48]. No entanto, este método tem a desvantagem de levar a uma previsão inadequada em certas situações.

Passo corretor

Diferentes metodologias implementam o passo corretor [48]. Em [49], define-se $\lambda^p = \lambda^* + \Delta \lambda^*$, e para este dado valor de carga obtém-se a solução de $\mathbf{G}(\mathbf{Z}, \lambda^p) = 0$. No caso de não convergência da solução, λ^p é reduzido até que se obtenha convergência, e quando necessário, a parametrização local é aplicada.

3.7 Índices de estabilidade de tensão

Índices de estabilidade de tensão são ferramentas que tem o objetivo de estimar/quantificar a distância entre o ponto de operação corrente do sistema e o ponto de colapso de tensão [20]. A margem de carregamento (curva PV) é um exemplo de índice de estabilidade de tensão, sendo um dos mais aceitos e reconhecidos. Existem diversos outros relatados na literatura, dos quais, vamos citar alguns dos que são baseados no modelo de SEP descrito pelas equações do fluxo de potência (3.6) e, por esta razão, são classificados como índices de estabilidade de tensão estáticos.

Mínimo valor singular

O mínimo valor singular da matriz Jacobiana de (3.6) pode ser monitorado para detectar a singularidade no ponto de bifurcação sela-nó [25, 52]. O valor deste índice escalar tende a zero nas proximidades da BSN. Em pontos de equilíbrio onde os limites de injeção de potência reativa são alcançados, o índice apresenta descontinuidades. Além disso, próximo ao ponto de BSN, ocorre uma variação abrupta, o que desqualifica este índice como bom indicador de proximidade do ponto de colapso de tensão.

Índice do vetor tangente

O índice do vetor tangente [49], IVT , é outro exemplo de índice proposto para detectar a proximidade entre um ponto de equilíbrio e o ponto de BSN. O IVT é dado por:

$$IVT = \left| \frac{d\mathbf{V}_i}{d\boldsymbol{\lambda}} \right|^{-1} \quad (3.22)$$

onde $d\mathbf{V}_i/d\boldsymbol{\lambda}$ corresponde à componente do $\mathbf{VT}$ (3.19) relacionada à magnitude de tensão V_i de uma barra i associada à componente de maior valor absoluto no $\mathbf{VT}$. Quando a barra i corresponde à barra crítica do sistema, que é a barra associada à componente de maior valor absoluto no autovetor zero, o IVT apresenta um perfil quadrático. À medida que o ponto de colapso se aproxima, $d\mathbf{V}_i/d\boldsymbol{\lambda} \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $IVT \rightarrow 0$. Tal como acontece com o mínimo valor singular,

ocorrem descontinuidades no perfil do *IVT* nos pontos de equilíbrio onde limites de injeção de potência reativa são alcançados.

É interessante observar que as violações de limite que não geram BILSs produzem descontinuidades nos índices para detecção de BSN.

Índice de reserva de potência reativa

À medida que o sistema se aproxima do ponto de BSN as reservas de potência reativa sofrem decréscimo, e alguns geradores atingem seus limites. BILSs estão diretamente associadas à falta de reserva de potência reativa em certos geradores. O índice de reserva de potência reativa (IPR) é definido como [42]:

$$IPR = |Q_{G_{imax}} - Q_{G_i}| \quad (3.23)$$

onde a variável i está associada ao gerador crítico com respeito à BILS; $Q_{G_{imax}}$ é o limite de potência reativa associado com a BILS, e Q_{G_i} é a potência reativa injetada pelo gerador. O IRP é dependente do prévio conhecimento dos geradores críticos. Assim como ocorre com o *IVT*, descrito anteriormente, o IRP apresenta um comportamento quadrático.

Função energia para análise de estabilidade de tensão

É uma função escalar que define a diferença de energia potencial entre duas soluções do fluxo de potência: a solução convencional e uma solução alternativa, a qual possui baixa magnitude de tensão em uma barra ou grupo conectado de barras [13, 14, 15, 17]. A solução convencional está associada ao ponto de equilíbrio estável de (3.2); a solução alternativa corresponde a um ponto de equilíbrio instável de (3.2). À medida que o sistema se aproxima do ponto de colapso de tensão, o valor da função energia tende a zero. A diferença de energia pode ser traduzida como a distância entre as duas soluções. As referências [41, 16] reportam que a curva de energia não apresenta descontinuidades em pontos onde os limites de potência reativa dos geradores são alcançados.

Uma vez que este índice está relacionado ao tema central desta tese, o próximo capítulo é dedicado à revisão do uso de função energia nos estudos de estabilidade de tensão.

Capítulo 4

Função energia aplicada ao estudo de estabilidade de tensão

4.1 Introdução

Uma função energia (veja Sec. 2.4.3) para estudos de estabilidade de tensão, $\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) : R^n \times R^n \rightarrow R$, no contexto de variação quase-estática dos parâmetros de carregamento do sistema, é uma função escalar correspondente à diferença de energia potencial entre duas soluções do fluxo de potência, denotadas por $\mathbf{X}^s$ e $\mathbf{X}^u$. $\mathbf{X}^s$ corresponde à solução usual das equações do fluxo de potência (3.6), e está associada ao ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema (3.2). Lembre que soluções do modelo estático (3.6) correspondem a pontos de equilíbrio do modelo dinâmico do sistema (veja Sec. 3.4.2). $\mathbf{X}^u$ corresponde a uma solução alternativa de (3.6), e está associada a um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo 1 (ponto de equilíbrio instável) do modelo dinâmico. Essas soluções alternativas do fluxo de potência são caracterizadas por apresentarem baixa magnitude de tensão. Uma solução deste tipo, daqui em diante, será denotada por SBT (solução de baixa tensão). A Fig. 3.2 apresenta, para um sistema de duas barras, a evolução da SBT e da solução $\mathbf{X}^s$ ao longo da variação do carregamento do sistema.

As não linearidades das equações do fluxo de potência implicam em múltiplas soluções de (3.6); igualmente, existem múltiplas soluções do sistema dinâmico associado (3.2); embora, para um parâmetro fixo λ , aceita-se a hipótese de que

exista, localmente, um único ponto de equilíbrio estável, ao qual relaciona-se o ponto de operação do sistema dado pela solução usual das equações do fluxo de potência. De modo geral, quando o SEP está pouco carregado, a solução convencional das equações do fluxo de potência apresentam magnitudes de tensão nas barras em torno de 1,0 pu; as SBTs apresentam nível de tensão baixo em uma barra ou grupo conectado de barras.

Cada SBT calculada está relacionada à uma barra ou área do sistema. Denotaremos $SBTi$, a SBT relacionada à barra de número i do SEP. Por exemplo, num sistema de 3 barras, a SBT2 está associada à Barra 2 do sistema. Uma $SBTi$ apresenta magnitude de tensão baixa na Barra i , ou num grupo de barras conectadas à Barra i .

No ponto de bifurcação sela-nó, o ponto de equilíbrio assintoticamente estável $\mathbf{X}^s$ se funde com um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo 1 (veja Sec. 3.2). Logo antes da bifurcação, esta solução instável está na fronteira da área de atração de $\mathbf{X}^s$ ($\partial A(\mathbf{X}^s)$) (veja Sec. 2.4.3). Denotaremos por SBT^{cr} a solução do fluxo de potência (3.6) que está associada à solução instável do tipo 1 que se funde com $\mathbf{X}^s$ na bifurcação final.

Durante a variação quase-estática de λ , os pontos de equilíbrio da área de atração de $\mathbf{X}^s$, $A(\mathbf{X}^s)$ (veja Sec. 2.2.8), aproximam-se aos pares e desaparecem devido à ocorrência de bifurcações locais. Assim, pode-se dizer que o colapso de tensão está associado à diminuição de $A(\mathbf{X}^s)$. À medida que o ponto de bifurcação (λ^{cr}) se aproxima, a distância no espaço de estados entre $\mathbf{X}^s$ e os pontos pertencentes a $A(\mathbf{X}^s)$ e $\partial A(\mathbf{X}^s)$ diminui. Analogamente, considerando-se uma energia potencial associada a cada ponto de equilíbrio, a diferença de energia potencial $\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u)$ entre $\mathbf{X}^s$ e os múltiplos pontos de equilíbrio instável decresce. Note que para $\mathbf{X}^u = SBT^{cr}$, $\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) = 0$ no ponto de bifurcação. Na abordagem de função energia para análise de estabilidade de tensão, avalia-se a diferença de energia potencial entre a solução convencional do fluxo ($\mathbf{X}^s$) e múltiplas SBTs. O monitoramento da função energia ν referente a cada par $\mathbf{X}^s/SBTi$, ao longo do carregamento do sistema, possibilita quantificar o nível de segurança, no contexto de estabilidade de tensão, de diferentes áreas do SEP.

Neste capítulo, uma função energia para análise de estabilidade de tensão de

regime permanente [13, 14, 15, 17] é apresentada. Uma construção matemática mais simples para esta função é desenvolvida; em especial, a expressão para a energia potencial de um modelo de sistema que considera perdas é obtida. Esta expressão é de interesse particular, pois foi usada nas simulações realizadas neste trabalho de doutoramento para gerar as curvas de energia potencial de múltiplas soluções dos sistemas teste. É apresentada também uma revisão das metodologias para o cálculo das soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência. Uma delas, uma variação do chamado Método Simplificado, é descrita com maiores detalhes por tratar-se da técnica empregada nesta tese para o cálculo das soluções de baixa tensão nas simulações realizadas. Ao final do capítulo, o problema de identificação da solução de baixa tensão crítica é discutido. Este tópico é muito relevante, pois determina a motivação para o principal estudo realizado nesta tese: o uso da técnica do vetor tangente para analisar o mecanismo das soluções de baixa tensão. Os resultados deste estudo são apresentados no Capítulo 5.

4.2 Expressão matemática de uma função energia para análise de estabilidade de tensão

Uma das primeiras propostas para o uso de função energia como método para avaliar o nível de segurança de um SEP com respeito à instabilidade de tensão é apresentada em [53]. Neste trabalho, a vulnerabilidade do ponto de operação de um sistema perturbado é avaliada através da medida do tempo estimado para este ponto sair da área de atração do ponto de equilíbrio estável do sistema não perturbado (sistema determinístico subjacente). O tempo de saída é proporcional à uma função de Lyapunov (veja Sec. 2.4.1), cuja expressão é derivada de uma função de Lyapunov para análise de estabilidade transitória apresentada em [3]. O trabalho em [54] aplica a função energia descrita em [53] para obter um índice de segurança que mede a distância para o colapso de tensão em termos do aumento de demanda de potência ativa necessário para levar o sistema ao colapso. Os autores em [54] adotam um sistema que não leva em conta perdas, mas que considera a potência ativa nas cargas dependente da tensão. Por esta razão,

a função energia utilizada não se caracteriza como uma função de Lyapunov. O trabalho apresentado em [8] mostra que não existe uma função de Lyapunov geral que satisfaça o princípio de invariância de LaSalle (veja Sec. 2.4.2) para modelos de SEP que consideram perdas. Mais recentemente, foram propostas funções energia para modelos de SEP com perdas que satisfazem a uma extensão do princípio de invariância clássico [55, 56, 57]. O princípio de invariância estendido define que a derivada com respeito ao tempo da função energia pode ser positiva em algumas regiões do espaço de estados. Esta abordagem, no entanto, tem que assumir que as condutâncias de transferência do sistema são pequenas. Outro trabalho recente [58] supera esta restrição, embora em parte, pois não propõe a construção de uma função de Lyapunov geral, mas sim uma função de Lyapunov específica para um dado conjunto de parâmetros; se os parâmetros mudam, uma outra função deve ser calculada.

As funções energia em [53, 54] são descritas para um modelo dinâmico de SEP, e são expressas na forma de uma integral compacta independente de caminho dada por

$$\nu(X^s, X^u) = \int_{(0, \theta^s, \mathbf{V}^s)}^{(\omega, \theta^u, \mathbf{V}^u)} [(\mathbf{M}\omega)^T, \mathbf{f}^T, \mathbf{g}^T] [d\omega^T, d\theta^T, d\mathbf{V}^T]^T \quad (4.1)$$

Na expressão anterior, $\mathbf{X}^s = (\omega = 0, \theta^s, \mathbf{V}^s)$ e $\mathbf{X}^u = (\omega, \theta^u, \mathbf{V}^u)$ referem-se às soluções de equilíbrio estável e instável, respectivamente; as componentes do vetor $\omega^T = [\omega_1 \dots \omega_m]$ são as velocidades angulares ω_i dos m rotores; o vetor $\mathbf{V}^T = [V_1 \dots V_n]$ contém as magnitudes de tensão V_i das n barras do sistema, e o vetor $\theta^T = [\theta_1 \dots \theta_n]$ contém os n ângulos θ_i das tensões; $\mathbf{M}$ é a matriz diagonal que contém as constantes de inércia dos geradores; $\mathbf{f}^T = \mathbf{f}^T(\theta, \mathbf{V})$ e $\mathbf{g}^T = \mathbf{g}^T(\theta, \mathbf{V})$ estão associados às equações algébricas que definem, respectivamente, as injeções de potência ativa e reativa. As componentes destes vetores são:

$$f_i(\theta, \mathbf{V}) = P_i - \sum_{j=1}^n B_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (4.2)$$

$$g_i(\theta, \mathbf{V}) = (V_i)^{-1} \left[Q_i(V_i) + \sum_{j=1}^n B_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \right] \quad (4.3)$$

onde B_{ij} corresponde à parte imaginária da matriz de admitância nodal ($Y_{ij} = Y_{ji} = G_{ij} + jB_{ij}$) associada à susceptância da linha que liga as Barras i e j (G_{ij}

está associada à condutância de transferência); P_i é a injeção de potência ativa especificada da i -ésima barra, e $Q_i(V_i)$ é a injeção de potência reativa especificada dependente da magnitude de tensão da i -ésima barra. A expressão (4.1) define uma função de Lyapunov quando as seguintes restrições são admitidas no modelo do sistema [54]: as injeções de potência ativa são constantes; todavia, as injeções de potência reativa podem ser modeladas como uma função da magnitude de tensão; e as condutâncias de transferência são desprezadas. Para o caso de um sistema de n barras, a resolução da integral independente de caminho descrita por (4.1) leva a

$$\begin{aligned}
\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) = & \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\omega} - \sum_{i=1}^n \int_{V_i^s}^{V_i^u} \frac{Q_i(V_i)}{V_i} dV_i \\
& - \sum_{i=1}^n P_i(\theta_i^u - \theta_i^s) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^u V_j^u B_{ij} \cos(\theta_i^u - \theta_j^u) \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s B_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

A expressão (4.4) pode ser interpretada como a energia total do sistema. O primeiro termo da função corresponde à energia cinética; todos os outros termos definem a energia potencial.

A referência [13] introduziu a técnica de usar a porção de (4.4) referente à energia potencial como índice para quantificar a vulnerabilidade do sistema quanto à estabilidade de tensão em regime permanente. Assim, a expressão para a função energia é obtida unicamente a partir de (4.2) e (4.3). O trabalho em [13] também introduziu a metodologia para obter uma função energia para um sistema que considera perdas: são acrescentados a f_i e g_i termos constantes associados às condutâncias de transferência, na forma que segue:

$$\begin{aligned}
f_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = & P_i - \sum_{j=1}^n B_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \\
& - \sum_{j=1}^n G_{ij} V_i^s V_j^s \cos(\theta_i^s - \theta_j^s)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$$g_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = (V_i)^{-1} \left[Q_i(V_i) + \sum_{j=1}^n B_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \right] - (V_i^s)^{-1} \sum_{j=1}^n G_{ij} V_i^s V_j^s \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) \quad (4.6)$$

Uma vez que a função energia é obtida a partir de (4.5) e (4.6), a integral independente de caminho que a descreve é dada por

$$\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) = \int_{(\boldsymbol{\theta}^s, \mathbf{V}^s)}^{(\boldsymbol{\theta}^u, \mathbf{V}^u)} [\mathbf{f}^T(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}), \mathbf{g}^T(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})] [d\boldsymbol{\theta}, d\mathbf{V}]^T \quad (4.7)$$

Deve-se admitir, considerando-se n igual ao número de barras do sistema, que

$$[\mathbf{f}^T(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}), \mathbf{g}^T(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})] [d\boldsymbol{\theta}, d\mathbf{V}]^T = \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ \vdots \\ d\theta_n \\ dV_1 \\ \vdots \\ dV_n \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Logo, a integração dada por (4.7) tem a forma

$$\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) = \sum_{i=1}^n \left[\int_{\theta_i^s}^{\theta_i^u} f_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) d\theta_i + \int_{V_i^s}^{V_i^u} g_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) dV_i \right] \quad (4.9)$$

cujas resoluções resultam em

$$\begin{aligned} \nu(X^s, X^u) = & - \sum_{i=1}^n \int_{V_i^s}^{V_i^u} \frac{Q_i(V_i)}{V_i} dV_i - \sum_{i=1}^n P_i(\theta_i^u - \theta_i^s) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^u V_j^u B_{ij} \cos(\theta_i^u - \theta_j^u) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s B_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s)(\theta_i^u - \theta_i^s) \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s)(V_i^u - V_i^s) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Os termos constantes em (4.5) e (4.6) geram um termo de correção em (4.10) com relação a (4.4), de tal modo que o ponto de operação do sistema ($\mathbf{X}^s$) define um mínimo local da função energia (4.10), e a primeira derivada de (4.10) avaliada em $\mathbf{X}^s$ é identicamente nula. Ademais, os termos constantes em (4.5) e (4.6) não alteram a propriedade de independência de caminho de (4.9).

Conforme descrito no início da Sec. 4.1, a função energia (4.10) define a diferença de energia potencial entre as soluções $\mathbf{X}^s$, solução convencional do fluxo de potência, e $\mathbf{X}^u$, que corresponde a uma dada SBT. Outros trabalhos aplicam a função energia (4.10) para a definição de índices de estabilidade de tensão [14, 15, 17]. Esta função energia não é uma função de Lyapunov, pois, ainda que o modelo de sistema associado admita injeções de potência ativa constantes, perdas são consideradas no sistema. Em [59], uma função energia para análise de estabilidade de tensão satisfazendo a extensão do princípio de invariância de LaSalle é proposta para um modelo de sistema que incorpora o modelo de carga ZIP dependente de tensão. Esta função energia, chamada de função de Lyapunov estendida, é derivada de um sistema dinâmico auxiliar associado às equações do fluxo de potência

4.3 Construção da expressão da energia potencial para um sistema que considera perdas

Nesta seção, apresentamos uma construção matemática mais simples para a função energia (4.10). Devido à complexidade de um sistema de múltiplas barras, definir um caminho para a resolver (4.9), a partir da qual resulta (4.10), não é tarefa trivial. Aqui, a expressão para a energia potencial de um sistema que considera perdas, chamada $E_p(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})$, é construída. Dessa maneira, a função energia (4.10), que é equivalente à diferença de energia potencial entre duas soluções do fluxo de potência ($\mathbf{X}^s$ e $\mathbf{X}^u$), pode ser descrita como:

$$\nu(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) = -[E_p(\boldsymbol{\theta}^u, \mathbf{V}^u) - E_p(\boldsymbol{\theta}^s, \mathbf{V}^s)] \quad (4.11)$$

A construção matemática proposta, embora não leve a um novo resultado, proporciona um melhor entendimento sobre a medida de energia que realizamos nos

estudos desta tese. A metodologia apresentada é similar à descrita em [4], onde é construída uma função de Lyapunov para um modelo dinâmico de SEP que despreza perdas, considerando-se as integrais primeiras das equações do sistema.

A partir de (4.5) e (4.6) obtém-se as expressões para P_i e Q_i , fazendo $f_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = 0$ e $g_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = 0$:

$$P_i = \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) + \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (4.12)$$

$$Q_i(V_i) = \sum_{j=1}^n V_i V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (4.13)$$

Multiplicando (4.12) por $\dot{\theta}_i$ e somando sobre todas as n barras do sistema leva

a

$$\sum_{i=1}^n P_i \dot{\theta}_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) \dot{\theta}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \dot{\theta}_i \quad (4.14)$$

Do mesmo modo, multiplicando (4.13) por $\dot{V}_i/V_i$ e somando sobre todas as n barras resulta em

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i(V_i)}{V_i} \dot{V}_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) \dot{V}_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \dot{V}_i \quad (4.15)$$

Usando a simetria $B_{ij} = B_{ji}$, (4.14) e (4.15) podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n P_i \dot{\theta}_i &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) \dot{\theta}_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_j) \end{aligned} \quad (4.16)$$

e

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i(V_i)}{V_i} \dot{V}_i &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) \dot{V}_i \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) (\dot{V}_i V_j + V_i \dot{V}_j) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Somando (4.16) e (4.17), e agrupando os termos referentes a P_i , Q_i e B_{ij} sob uma derivada no tempo, obtém-se

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} \left[\sum_{i=1}^n \int \frac{Q_i(V_i)}{V_i} dV_i + \sum_{i=1}^n P_i \theta_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \right] \\ &- \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) \dot{\theta}_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) \dot{V}_i = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

O termo sob derivação em (4.18) corresponde à energia potencial $E_{P_0}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})$ de um modelo de sistema que não considera perdas (ou seja, um sistema conservativo), e que assume que a energia mecânica dos geradores corresponde à demanda de potência ativa [3, 53]:

$$\begin{aligned} E_{P_0}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) &= \sum_{i=1}^n \int \frac{Q_i(V_i)}{V_i} dV_i + \sum_{i=1}^n P_i \theta_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Num sistema conservativo, a derivada no tempo de sua energia total E_T é nula:

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{dE_C}{dt} + \frac{dE_{P_0}}{dt} = 0 \quad (4.20)$$

onde E_C e E_{P_0} são, respectivamente, a energia cinética e a energia potencial. Na abordagem de análise de estabilidade de regime permanente, admite-se que a derivada no tempo da energia cinética é nula; então, $dE_{P_0}/dt = 0$ para qualquer solução do sistema. A expressão (4.18) mostra que, quando perdas são consideradas no modelo do sistema, dE_{P_0}/dt não é mais identicamente nula, mas proporcional às condutâncias de transferência. Os termos associados a G_{ij} em (4.18) podem ser interpretados como contribuições à energia do sistema quando perdas são incluídas no modelo. Logo, adicionando tais contribuições à energia potencial (4.19), podemos definir

$$\begin{aligned} E_P(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) &= \sum_{i=1}^n \int \frac{Q_i(V_i)}{V_i} dV_i + \sum_{i=1}^n P_i \theta_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) \theta_i \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) V_i \end{aligned} \quad (4.21)$$

Aplicando (4.21) em (4.11), obtém-se a função energia (4.10).

A expressão para energia potencial (4.21) foi utilizada nas simulações realizadas neste trabalho de doutoramento para gerar curvas de energia potencial de múltiplas soluções dos sistemas teste analisados.

4.4 Soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência

4.4.1 Cálculo das soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência

Seja o modelo estático de SEP dado por (3.6), composto pelas equações algébricas e não lineares do fluxo de potência que seguem:

$$\begin{aligned} P_i - \sum_{j=1}^n V_i V_j G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) &= 0 \\ Q_i - \sum_{j=1}^n V_i V_j G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) + \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) &= 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Os parâmetros do sistema (4.22) são P_i e Q_i . A solução das equações do fluxo de potência corresponde às magnitudes de tensão V_i e ângulos de fase θ_i de cada barramento do SEP.

Existem diferentes metodologias para o cálculo das soluções de baixa tensão de (4.22). As soluções calculadas pelo Método Simplificado [60] têm maior probabilidade de serem as associadas a pontos de equilíbrio hiperbólico do tipo 1 [14]. O método calcula a solução de baixa tensão relacionada a uma dada Barra i , denotada por SBT i (conforme descrito na Sec. 4.1, cada SBT calculada está relacionada a uma barra particular ou área específica do sistema), admitindo, como estimativa inicial, uma baixa magnitude de tensão na Barra i e mantendo o nível operativo nas demais barras. Em [60], as equações do fluxo de potência são formuladas em coordenadas retangulares, e a SBT i é calculada através do método iterativo de Newton-Raphson. Em [23] é proposta uma metodologia para definir uma boa estimativa inicial para o cálculo da SBT i , de maneira a minimizar problemas de convergência com o método iterativo de solução de equações não lineares. O algoritmo apresentado em [23] define uma regra de iteração de ponto fixo para estimar a SBT que recai numa dada direção do espaço de estados. A estimativa inicial é então aplicada ao método de Newton-Raphson, com as equações algébricas que definem o fluxo de potência formuladas em coordenadas

retangulares. Os autores em [17] usam a mesma abordagem do Método Simplificado, mas a solução da SBTi é obtida através do método de Newton-Raphson com as equações que definem o fluxo de potência formuladas em coordenadas polares (4.22); também implementam o controle de passo para incremento de variáveis, como forma de prevenir que a solução do método iterativo escape da área de atração da SBTi definida. O trabalho em [61] determina as soluções de baixa tensão através do cálculo dos pontos de equilíbrio de um sistema dinâmico auxiliar, sem significado físico, associado às equações do fluxo de potência.

Nas simulações realizadas neste trabalho de doutoramento, as soluções de baixa tensão foram calculadas fazendo-se uso do método descrito em [17]. Na seção seguinte, descrevemos a metodologia com maiores detalhes.

Método Simplificado em coordenadas polares com controle de passo

A análise de fluxo de potência convencional resolve o conjunto de equações algébricas e não lineares (4.22) através do método iterativo de Newton-Raphson. No problema de fluxo de potência, as barras do SEP podem ser classificadas como:

- barra de carga ou tipo PQ, para a qual as potências ativa e reativa são especificadas: P_i^{spc} e Q_i^{spc} , respectivamente;
- barra de tensão controlada ou tipo PV, para a qual a potência ativa e magnitude de tensão são especificadas; limites de injeção de potência reativa podem ser definidos: $Q_{i_{min}} < Q_i < Q_{i_{max}}$;
- barra *swing* ou de referência, para a qual a magnitude e ângulo de tensão são especificados.

A linearização do sistema de equações que constitui o problema do fluxo de potência leva a

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

onde $\Delta P_i = P_i^{spc} - P_i$, com P_i definida em (4.22), $i = 1, \dots, n_{pv} + n_{pq}$, e n_{pv} and n_{pq} são, respectivamente, o número de barras tipo PV e o número de barras tipo PQ; $\Delta Q_k = Q_k^{spc} - Q_k$, com Q_k definida em (4.22), $k = 1, \dots, n_{pq}$; e J é a matriz

Jacobiana do sistema de equações algébricas, que contem as derivadas parciais de $\Delta \mathbf{P}$ e $\Delta \mathbf{Q}$ com respeito a V e θ .

Quando os limites de potência reativa são considerados no cálculo do problema de fluxo de potência, se as barras de tensão controlada alcançam seus limites, estas não mais regulam seus níveis de tensão, e são então modeladas como barras tipo PQ, sendo atribuído a Q^{spc} o valor do limite atingido. Isto causa uma mudança imediata no sistema de equações (4.23), uma vez que uma equação é adicionada para cada unidade que violou seu limite; consequentemente, uma nova coluna referente a seu nível de tensão é também incorporada à matriz Jacobiana J .

Nas simulações realizadas neste trabalho de doutoramento, a solução de baixa tensão associada a uma dada barra foi calculada através da seguinte metodologia:

1. Calcula-se a solução operativa do problema de fluxo de potência $\mathbf{X}^s = (\mathbf{V}^s, \boldsymbol{\theta}^s)$, com a estimativa inicial para as magnitudes de tensão em torno de 1,0 pu.
2. Considerando-se uma certa Barra r , configura-se a estimativa inicial para a solução do problema de fluxo de potência para a SBTr da seguinte forma: a V_r é atribuído um valor baixo; $V_i = V_i^s$, $i = 1, \dots, n_{pv} + n_{pq}$ e $i \neq r$. Adicionalmente, se a Barra r é uma barra tipo PV, uma aproximação é realizada: a barra é modelada como tipo PQ, e Q_r recebe o valor de potência reativa que foi calculado no passo 1.
3. O problema do fluxo de potência para a SBTr é resolvido através do método de Newton-Raphson, com controle de passo para incrementos de variáveis, na seguinte forma [17]:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \rho \Delta \mathbf{X}. \quad (4.24)$$

Testes numéricos realizados com os sistemas IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57 e IEEE-118 mostraram que um valor para controle de passo $\rho = 0,2$, e $V = 0,4$ para a magnitude de tensão, na estimativa inicial da SBTr, levam ao mesmo padrão de convergência obtido com o método Newton-Raphson com a formulação retangular das equações do fluxo de potência. De maneira a forçar que a SBTr seja uma solução alternativa do mesmo conjunto de

equações que gerou a solução operativa $\mathbf{X}^s$, os limites das barras PV (isto é, aquelas que permanecem modeladas como tipo PV ao final do passo 1) não são considerados no cálculo do problema de fluxo de potência para a SBT r . O resultado deste passo é $\mathbf{X}^u = \text{SBTr} = (\mathbf{V}^u, \boldsymbol{\theta}^u)$.

É importante ressaltar, como está descrito em [14], que nem todas as SBTs podem ser calculadas. Nesta situação, a área do SEP associada às barras para as quais as SBTs não existem, pode ser considerada invulnerável à instabilidade de tensão, ou a área pode ser relacionada à medida de energia de uma barra vizinha.

4.4.2 O problema de identificação da solução de baixa tensão crítica

A identificação antecipada da solução de baixa tensão crítica (SBT cr), aquela que finalmente se funde com a solução operativa do sistema, é um problema em aberto. O prévio conhecimento da SBT cr é dificultado pelo fato de que diferentes padrões de crescimento de carga (veja Sec. 3.6) podem levar a diferentes pares $\mathbf{X}^s/\mathbf{X}^u$ a se fundirem no ponto de máximo carregamento do sistema. O exemplo a seguir, extraído de [24], ilustra o problema.

Considere o sistema de três barras da Fig. 4.1. As Barras 1 e 2 são barras tipo PQ, inicialmente pouco carregadas, com potências ativas P_1 e P_2 , e potências reativas Q_1 e Q_2 , respectivamente. A Barra 3 é a barra de referência, com magnitude de tensão V_3 e ângulo de fase zero. No caso base, o sistema possui quatro soluções possíveis, descritas na Tabela 4.1: a solução $\mathbf{X}^s$ corresponde à solução usual do fluxo de carga, com magnitude de tensão alta (At) nas Barras 1 e 2; a solução SBT1 apresenta magnitude de tensão alta na Barra 2 e nível baixo de tensão (Bx) na Barra 1; a solução SBT2 apresenta magnitude de tensão alta na Barra 1 e nível baixo de tensão na Barra 2; a solução SBT1-2 possui nível baixo de tensão nas Barras 1 e 2. As Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 mostram a evolução das soluções do sistema com o progressivo aumento das cargas. O eixo horizontal corresponde à magnitude de tensão da Barra 1, e o eixo vertical está associado ao nível de tensão da Barra 2. As setas indicam a direção de crescimento de carga. Três cenários distintos quanto à variação de carga estão descritos nos gráficos. No

Cenário 1, o aumento de carga na Barra 1 é duas vezes maior que o aumento de carga na Barra 2. Nesta situação, as soluções SBT2 e SBT1-2 se fundem numa bifurcação local no ponto $\lambda^1 < \lambda^{cr1}$, e as soluções $\mathbf{X}^s$ e SBT1 se fundem na bifurcação sela-nó final em λ^{cr1} . No Cenário 2, de maneira oposta à do Cenário 1, o aumento de carga na Barra 2 é duas vezes maior que o aumento de carga na Barra 1. Neste caso, as soluções SBT1 e SBT1-2 se fundem em $\lambda^2 < \lambda^{cr2}$, e as soluções $\mathbf{X}^s$ e SBT2 se fundem na bifurcação sela-nó final em λ^{cr2} . No cenário 3, o crescimento de carga é inicialmente maior na Barra 1, o que faz com que as soluções $\mathbf{X}^s$ e SBT1 evoluam uma em direção à outra. Após certo ponto, a direção de crescimento de carga é modificada, fazendo com que o crescimento de carga seja maior na Barra 2. Tal mudança nas condições do sistema faz com que SBT1-2 e SBT1 se aproximem e desapareçam em $\lambda^3 < \lambda^{cr3}$, e leva $\mathbf{X}^s$ e SBT2 a se fundirem na bifurcação sela-nó final em λ^{cr3} .

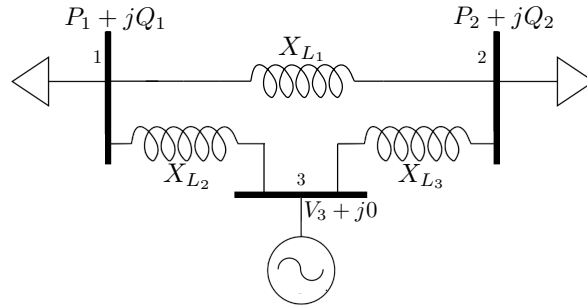


Figura 4.1: Sistema elétrico de potência com 3 barras.

Tabela 4.1: Soluções para o SEP de três barras. At e Bx referem-se à alta magnitude de tensão e baixa magnitude de tensão, respectivamente.

Tensão	$\mathbf{X}^s$	SBT1	SBT2	SBT1-2
V_1	At	Bx	At	Bx
V_2	At	At	Bx	Bx

Diferentes trabalhos tratam a questão da limitação quanto a identificação da SBT^{cr}. As propostas apresentadas constituem avanços no entendimento do mecanismo das soluções de baixa tensão, porém, em nenhum deles o problema é completamente resolvido.

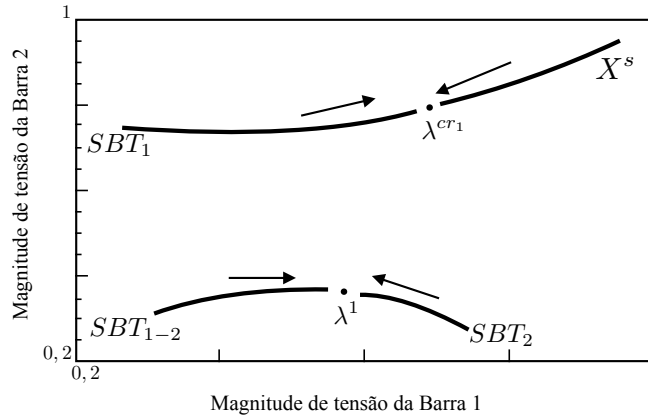


Figura 4.2: Cenário 1: máxima participação de carga na Barra 1. As setas indicam a direção de crescimento de carga e $\lambda^1 < \lambda^{cr1}$. (Reproduzido de [24].)

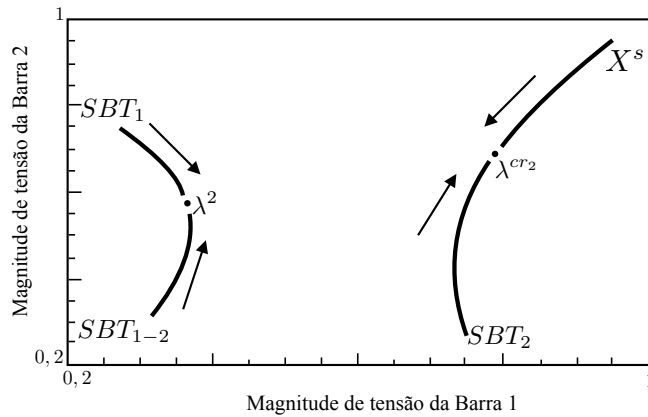


Figura 4.3: Cenário 2: máxima participação de carga na Barra 2. As setas indicam a direção de crescimento de carga e $\lambda^2 < \lambda^{cr2}$. (Reproduzido de [24].)

Em [61] é proposto um método que calcula automaticamente uma nova SBT sempre que a solução que está sendo monitorada numa dada direção de crescimento de carga desaparece. Ao longo do processo de carregamento do sistema, o cálculo converge para a solução de baixa tensão crítica. As soluções de baixa tensão são obtidas através do cálculo dos pontos de equilíbrio de um sistema dinâmico auxiliar associado às equações do fluxo de potência, mas que não tem significado físico. As trajetórias calculadas iniciam-se e se mantêm nas vizinhanças da fronteira da área de atração do ponto de equilíbrio estável. O método assume que nas proximidades do ponto de bifurcação sela-nó final só resta uma única SBT, e que esta se encontra na fronteira da área de atração. Assim, se limites

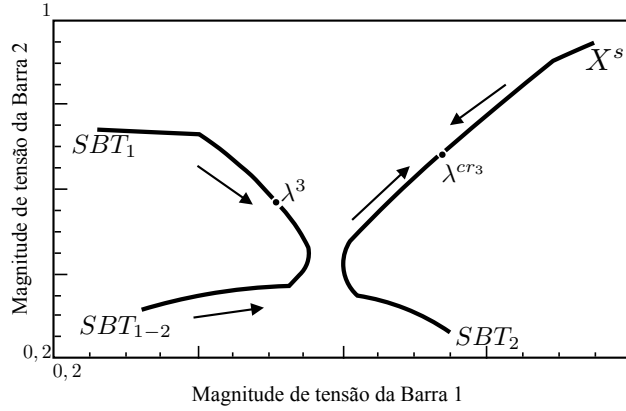


Figura 4.4: Cenário 3: participação variável de carga. As setas indicam a direção de crescimento de carga e $\lambda^3 < \lambda^{cr3}$. (Reproduzido de [24].)

são considerados no modelo do sistema, e o ponto de máximo carregamento é consequência de uma bifurcação induzida por limite estática, a metodologia não se aplica.

Em [38, 39] são propostos métodos para o cálculo da direção de crescimento de carga que leva à bifurcação local mais próxima. No espaço de parâmetros, os diferentes cenários de crescimento de carga definem diferentes pontos de carregamento crítico, ou seja, diferentes pontos onde ocorre a bifurcação sela-nó final. O conjunto de pontos críticos, denotado por Σ , é composto por hipersuperfícies no espaço de parâmetros, e corresponde à fronteira da área de operação do SEP. Nesta abordagem, um ponto λ^* em Σ que está localmente mais próximo (numa definição Euclidiana) do ponto λ^0 (relacionado à condição inicial de carregamento) corresponde à bifurcação mais próxima. O segmento de linha $\lambda^0\lambda^*$ é normal a Σ . Dessa forma, o vetor normal a Σ , $\mathbf{n}^*$, define a direção da bifurcação sela-nó mais próxima. O cálculo para obter $\mathbf{n}^*$ é baseado nas equações do modelo estático do SEP. Definir uma SBT apontada por $\mathbf{n}^*$ significa obter a solução de baixa tensão associada à margem de carregamento relacionada à direção mais crítica para o crescimento de carga (ou seja, o pior caso).

A metodologia apresentada em [62] propõe o cálculo de todas as soluções de baixa tensão, mas tal prática só é factível para SEPs com reduzido número de barras. Outra abordagem [23, 24] propõe monitorar apenas um grupo de soluções de baixa tensão, relacionadas à uma área de interesse do SEP, que pode ser

definida aplicando-se diferentes metodologias, como por exemplo: técnicas de redução de sistema e análise da sensibilidade da magnitude de tensão à injeção de potência reativa nas barras.

Em síntese, os métodos baseados em função energia para análise de estabilidade de tensão são dependentes das soluções de baixa tensão. Particularmente, se o foco é o cálculo da margem de estabilidade de tensão, caso a solução de baixa tensão em análise não seja de fato a solução crítica, a medida de estabilidade estará incorreta. Como não é possível determinar com antecipação a identidade da SBT^{cr} , é necessário monitorar múltiplas soluções de baixa tensão. Para grandes sistemas de potência é impraticável aplicar qualquer método de cálculo de solução de baixa tensão a todas as barras do sistema. Assim, existe uma necessidade associada à abordagem de função energia para a análise de estabilidade de tensão: definir o conjunto de soluções de baixa tensão que devem ser monitoradas; sobretudo, devem ser calculadas aquelas associadas às barras referentes à área vulnerável (área crítica) do SEP, sob o ponto de vista de estabilidade de tensão.

O parágrafo anterior estabelece a motivação para o principal estudo desenvolvido neste trabalho de doutoramento: a investigação sobre o uso da técnica do vetor tangente [49] para tratar os seguintes aspectos da abordagem de função energia para análise de estabilidade de tensão:

- a determinação do grupo de barras relacionadas à área crítica do sistema para o qual as soluções de baixa tensão devem ser calculadas;
- a identificação da SBT^{cr} ao longo processo de carregamento que leva à bifurcação final (bifurcação sela-nó ou induzida por limite).

O próximo capítulo apresenta o estudo realizado.

Capítulo 5

Análise da soluções de baixa tensão das equações do fluxo de potência via método do vetor tangente

5.1 Introdução

No final do capítulo anterior, foram apresentados dois problemas conceituais relacionados à abordagem de função energia para análise de estabilidade de tensão em regime permanente. O primeiro é a definição do grupo de barras relacionadas à área crítica do SEP, para as quais as soluções de baixa tensão devem ser calculadas. O segundo é a identificação da solução de baixa tensão crítica ao longo do processo de carregamento do sistema, admitindo-se uma dada direção para o crescimento de carga. Neste capítulo, é descrita a investigação realizada nestes temas com o auxílio da técnica do vetor tangente. Além disso, uma nova formulação para o vetor tangente, que identificamos por vetor tangente modificado (VTM), é apresentada. Os resultados dos testes realizados com os sistemas IEEE-30, IEEE-57 e IEEE-118 barras são descritos e discutidos.

5.2 O método do vetor tangente

O vetor tangente corresponde ao passo preditor do método de fluxo de potência continuado (veja Sec. 3.6). Considerando as equações do fluxo de potência em (4.23) definidas em função do parâmetro λ , na forma dada por (3.16)-(3.18), o vetor tangente $\mathbf{VT}$ para um dado ponto de operação $(\mathbf{V}^*, \boldsymbol{\theta}^*)$ é dado por

$$\mathbf{VT}^* = \begin{bmatrix} \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}^*}{\Delta \lambda} \\ \frac{\Delta \mathbf{V}^*}{\Delta \lambda} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \Big|_* \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{Q}_0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde $\mathbf{P}_0$ e $\mathbf{Q}_0$ são as potências ativa e reativa iniciais nas barras do SEP. O $\mathbf{VT}$ mostra como as variáveis do sistema ($\boldsymbol{\theta}$ e $\mathbf{V}$) mudam com relação à variação do parâmetro λ . Um fato importante a ressaltar é a propriedade do $\mathbf{VT}$ convergir para o autovetor zero à direita no ponto de bifurcação [49, 25]. Note que o autovetor zero à direita, que corresponde ao autovetor à direita associado ao autovalor zero da matriz Jacobiana do sistema que modela o SEP, avaliada no ponto de bifurcação, pode ser obtido a partir do modelo estático do sistema, como o definido pelas equações algébricas e não lineares do fluxo de potência (veja Sec. 3.4.2).

5.2.1 Definição da barra crítica pelo método do vetor tangente

No Capítulo 3, as observações (r1)-(r6) destacam os principais aspectos relacionados ao autovetor zero à direita. Tais observações fundamentam a discussão que fazemos nesta seção. O autovetor zero indica o padrão no qual as magnitudes de tensão inicialmente decaem no colapso de tensão (r3), e pode ser usado para estimar a direção da SBT^{cr} (r5). De modo geral, as magnitudes de tensão mais baixas na SBT^{cr} ocorrem nas barras relacionadas às componentes de maior valor absoluto no autovetor zero; e a barra relacionada à componente de maior valor é considerada a barra crítica. Sendo assim, admite-se que a SBT^{cr} possui o nível de tensão mais baixo na barra crítica. Por esta razão, o Método Simplificado

(Sec. 4.4.1) calcula uma SBT_i associada a um ponto de equilíbrio hiperbólico do tipo 1 atribuindo um nível baixo de tensão na Barra i . (Note que a SBT^{cr} está associada a uma solução instável deste tipo). Com o progressivo aumento das cargas, os níveis de tensão tendem a se alterar; todavia, comumente o menor nível de tensão continua associado à mesma barra ou grupo conectado de barras.

Uma vez que o $\mathbf{VT}$ (5.1) converge para o autovetor zero à direita e contém a informação a respeito de como as variáveis do sistema são afetadas pelas mudanças no parâmetro λ , e considerando-se a propriedade de manutenção das magnitudes de tensão nas SBTs, que descrevemos anteriormente, o método do vetor tangente define a barra crítica, num dado ponto $(\theta^*, \mathbf{V}^*, \lambda^*)$, como aquela relacionada à entrada de maior valor absoluto em (5.1) [49, 25].

Está demonstrado que através do método do vetor tangente é possível identificar com antecipação a barra crítica no ponto de colapso de tensão, mesmo quando limites de potência reativa das barras tipo PV são considerados [49, 25]. As características do vetor tangente corroboram a escolha do método para a investigação do mecanismo das soluções de baixa tensão, que realizamos neste trabalho de doutoramento.

5.2.2 Classificação e agrupamento de barras pelo método do vetor tangente

Ranking do vetor tangente

As barras de um SEP podem ser ordenadas/classificadas através das componentes do $\mathbf{VT}$, formando o que denotamos por *ranking* do vetor tangente, da seguinte forma:

- para o ponto de operação corrente, o vetor tangente é calculado usando (5.1);
- as componentes do $\mathbf{VT}$ são organizadas em ordem de magnitude absoluta, iniciando com o maior valor;
- as barras são classificadas segundo a ordem obtida: a barra relacionada à componente que está na primeira posição é considerada a mais crítica.

Agrupamento de barras

Uma área (ou grupo) associada à uma Barra i de um SEP pode ser formada usando-se as componentes do **VT** (5.1) como parâmetro de particionamento do sistema [49]. Considere duas barras vizinhas, Barra i e Barra j , e sejam VT_{Bi} e VT_{Bj} as componentes no **VT** relacionadas à Barra i e à Barra j , respectivamente. O parâmetro de particionamento do sistema é definido como:

$$C_{ij} = \frac{VT_{Bj}}{VT_{Bi}}. \quad (5.2)$$

A área associada à Barra i é constituída a partir do algoritmo descrito a seguir.

- A área inicial, identificada como nível 1, é formada com as primeiras barras vizinhas à Barra i .
- O nível seguinte de barras vizinhas é incorporado ao nível 1 somente se o menor C_{ij} (do nível seguinte) for maior que um valor limite especificado T ($\min\{C_{ij}\} > T$). O processo é repetido. Um único nível é considerado a cada vez. Num nível corrente, se o menor C_{ij} for menor que T ($\min\{C_{ij}\} < T$) o processo é terminado, e o nível não é adicionado à área associada à Barra i .

As múltiplas áreas do sistema são definidas no ponto de operação inicial (caso base). O algoritmo é aplicado a cada barra apontada pelo *ranking* do vetor tangente, iniciando-se pela barra mais crítica. O algoritmo “pula” uma barra apontada no *ranking* se esta já tiver sido incorporada a uma área formada em passos anteriores. Ao final do processo, podem restar algumas poucas barras que não são vinculadas a nenhuma área. A estas barras aplica-se a regra que segue.

- Toma-se o grupo remanescente de barras, mantendo-se a ordem com que são apontadas no *ranking* do **VT**.
- Para a primeira barra deste grupo (Barra i), identifica-se, dentre as áreas formadas ao final da etapa anterior, aquela que contém uma barra vizinha (Barra j) à barra considerada. A Barra i é incluída nesta área. Se mais de uma área existir, verifica-se o parâmetro C_{ij} entre a Barra i e a Barra j de cada área. A Barra i é adicionada à área que apresenta maior C_{ij} . Repete-se a regra às barras seguintes.

Este método de agrupamento de barras foi aplicado no sistema teste IEEE-118 barras, para as simulações realizadas neste trabalho. Foi usado um valor de $T = 0,5$, como sugerido em [49].

5.3 Resultados e discussão

5.3.1 Metodologia dos testes

A energia potencial de um grupo de soluções de baixa tensão dos sistemas teste IEEE-30, IEEE-57 e IEEE-118 barras foi avaliada ao longo do processo de carregamento dos sistemas. (Os dados dos sistemas se encontram no Apêndice A e em [63].) Os sistemas foram levados da condição de operação inicial até o ponto de bifurcação por meio da variação do parâmetro de controle, usando-se o método do fluxo de potência continuado (veja Sec. 3.6). O parâmetro de controle corresponde às potências ativa e reativa das barras tipo PQ, e potência ativa das barras tipo PV. As potências foram incrementadas na forma indicada por (3.16)-(3.18), com $K_{G_i} = K_{L_i} = 1$, $G_i = 1, \dots, n_{pv}$ e $L_i = 1, \dots, n_{pq}$, ou seja, o incremento de carga e geração é implementado em todas as barras.

As soluções de baixa tensão foram calculadas através do Método Simplificado em coordenadas polares com controle de passo, como descrito na Sec. 4.4.1. A cada ponto do processo de carregamento, a energia potencial da solução operativa e das soluções de baixa tensão, $E_p(\mathbf{X}^s)$ e $E_p(\mathbf{X}^u)$, respectivamente, foram calculadas usando-se (4.21), avaliada nos pontos $\mathbf{X}^s = (\mathbf{V}^s, \boldsymbol{\theta}^s)$ e $\mathbf{X}^u = (\mathbf{V}^u, \boldsymbol{\theta}^u)$, e considerando-se $Q_i(V_i) = Q_i = \text{constante}$.

Adicionalmente, em cada ponto do fluxo de potência continuado, o *ranking* do vetor tangente (veja Sec. 5.2.2) foi determinado. No sistema teste IEEE-118 barras foi aplicada a técnica de agrupamento como descrita na Sec. 5.2.2.

5.3.2 Sistema teste IEEE-30 barras

O sistema possui 5 barras tipo PV; todas elas são remodeladas para barra tipo PQ ao longo do processo de carregamento, devido à violação dos limites de potência reativa. O sistema atinge o limite de máximo carregamento em $\Delta\lambda = 0,4868$. A

Tabela 5.1 indica os pontos onde os limite de controle foram atingidos. A Tabela 5.2 mostra o *ranking* do $\mathbf{VT}$ ao longo do processo de carregamento.

Tabela 5.1: Sistema IEEE-30 barras - Pontos onde os limites de potência reativa foram atingidos.

$\Delta\lambda$	Número da barra
0	11, 13
0,0538	2, 5
0,0594	8

Tabela 5.2: *Ranking* do vetor tangente para o sistema teste IEEE-30 barras

$\Delta\lambda$	<i>Ranking</i> do vetor tangente
0	30, 29, 19, 26, 18, 20, 24, 23, 25, 21, 22, 15, 14, 17, 27
0,442089	30, 29, 26, 19, 18, 20, 24, 23, 25, 21, 22, 15, 14, 17, 27
0,481600	30, 29, 26, 19, 18, 20, 24, 23, 25, 27, 21, 22, 15, 14, 17
0,482308	30, 29, 26, 19, 18, 20, 24, 23, 25, 27, 21, 22, 15, 14, 17
0,482645	30, 29, 26, 19, 18, 20, 24, 25, 23, 27, 21, 22, 15, 14, 17
0,485765	30, 29, 26, 19, 18, 20, 25, 24, 23, 27, 21, 22, 15, 14, 17
0,486120	30, 29, 26, 19, 18, 25, 20, 24, 23, 27, 21, 22, 15, 14, 17
0,486563	30, 29, 26, 19, 18, 25, 20, 24, 23, 27, 22, 21, 15, 14, 17
0,486798	30, 29, 26, 19, 18, 25, 20, 24, 23, 27, 22, 21, 15, 14, 17

A partir do *ranking* do $\mathbf{VT}$ no caso base ($\Delta\lambda = 0$), as soluções de baixa tensão das Barras 19, 26, 29 e 30 são selecionadas para serem monitoradas. As curvas de energia potencial para SBT19, SBT26 e SBT30 são retratadas na Fig. 5.1, bem como a curva de energia potencial da solução operativa do sistema (solução usual do fluxo de potência). A curva de energia para a SBT29 não é mostrada, uma vez que o cálculo do fluxo de potência não convergiu para esta solução de baixa tensão. Como descrito ao final da Sec. 4.4.1, nem todas as SBTs podem ser calculadas; e a área associada com uma barra particular para a qual a SBT não existe é considerada invulnerável à instabilidade de tensão, ou pode ser relacionada à medida de energia de uma barra vizinha. Neste caso, a área que compreende as Barras 29 e 30 pode ser associada à SBT30. Note que a SBT30 é a solução que se funde com a solução operativa.

É importante ressaltar que o grupo de SBTs para a análise foi definido no

caso base. A evolução do *ranking* do vetor tangente ao longo do processo tem o objetivo de verificar a coerência entre a informação que ele fornece e o mecanismo das soluções de baixa tensão. Tal abordagem também aplica-se aos testes que foram realizados com o sistema IEEE-118 barras, que são descritos na próxima seção.

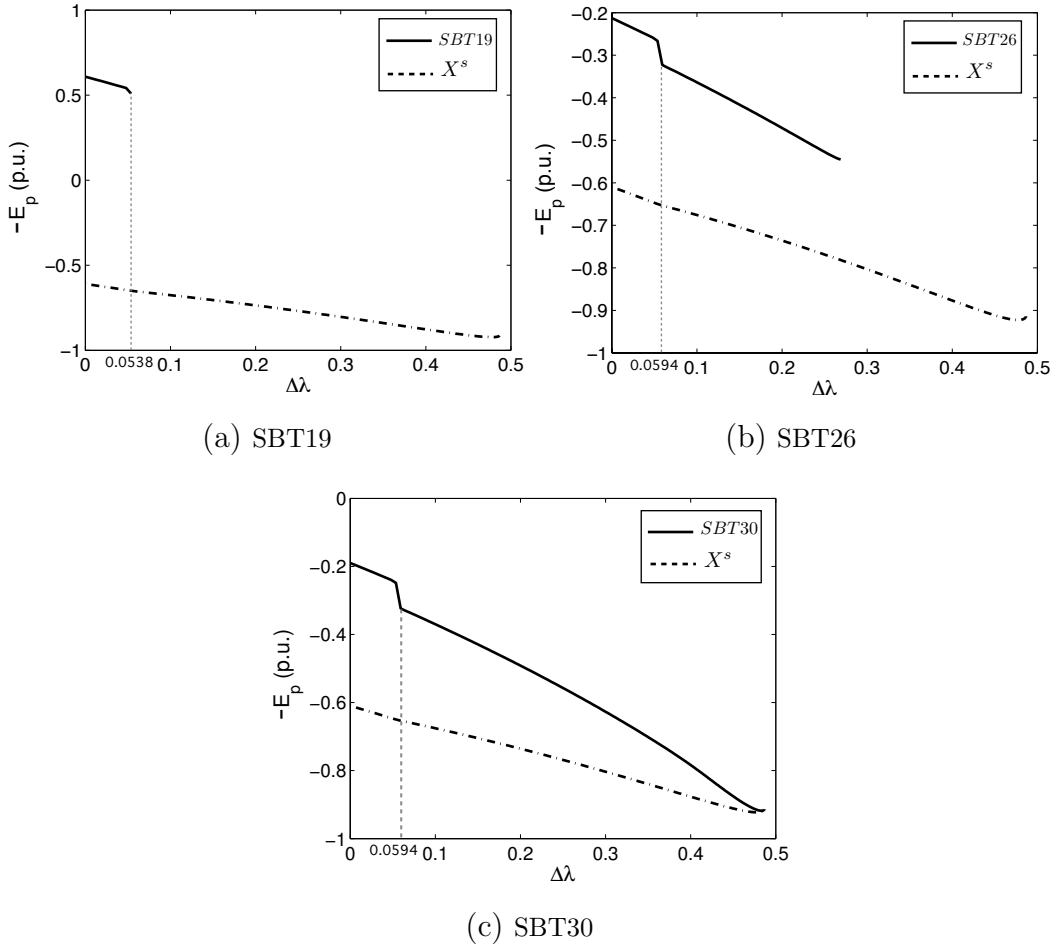


Figura 5.1: Curvas de energia potencial do sistema teste IEEE-30 barras. As linhas pontilhadas correspondem à solução operativa; as linhas cheias referem-se às soluções de baixa tensão.

Como pode ser observado a partir da Tabela 5.2, o *ranking* do vetor tangente sempre mostrou a Barra 30 como a mais crítica; e de fato, sua solução de baixa tensão associada (SBT30) é a SBT^{cr} , como mostra a Fig. 5.1. Neste caso, a informação do **VT** apontou a solução de baixa tensão durante todo o processo de carregamento do sistema. Além disso, o *ranking* do **VT** no caso base ($\Delta\lambda = 0$)

indicou corretamente a área do sistema que deveria ser monitorada, ou seja, a área crítica.

As simulações mostraram que o uso combinado das metodologias do vetor tangente e das soluções de baixa tensão pôde melhorar a determinação da área crítica. As SBT19, SBT26, SBT29 e SBT30 foram definidas, no caso base, para serem analisadas durante o processo de carregamento. O monitoramento da SBT19 mostrou que a Barra 19 não era crítica, uma vez que sua solução de baixa tensão deixou de existir no início do processo, em $\Delta\lambda = 0,0538$. Lembre que as soluções de baixa tensão desaparecem à medida que o sistema é carregado (veja Sec. 4.1).

A curva de energia potencial das soluções de baixa tensão apresentam descontinuidades em pontos onde as unidades de tensão controlada atingem seus limites de potência reativa. A curva de energia potencial da SBT19 sofre leve descontinuidade em $\Delta\lambda = 0,0538$, quando as Barra 2 e 5 alcançam seus limites. Depois deste ponto, esta solução de baixa tensão desaparece. As curvas de energia potencial da SBT26 e SBT30 apresentam um degrau em $\lambda = 0,0594$, quando a Barra 8 atinge seu limite de controle.

Curvas PV

A título de ilustração, curvas PV para o sistema IEEE-30 barras são mostradas na Fig. 5.2. Note que a magnitude de tensão de uma Barra i , num dado ponto da curva, corresponde ao valor da variável V_i da solução operativa $\mathbf{X}^s = (\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ naquele ponto. Em 5.2a são mostradas as curvas PV de barras de carga (barras PQ). As cargas consideradas no sistema são do tipo potência constante. Com o aumento do carregamento do sistema, vê-se, nos gráficos, que o nível de tensão das barras de carga sofre redução. Em 5.2b, são mostradas as curvas das barras de tensão controlada (barras PV). Como dito anteriormente, todas as barras PV do sistema atingem seus limites de geração de potência reativa e são, por esta razão, transformadas em barras PQ, nos pontos indicados na Tabela 5.1. Como pode ser observado na figura, a partir do momento em que as barras PV se tornam barras PQ, não mais mantêm o nível de tensão e as magnitudes decaem.

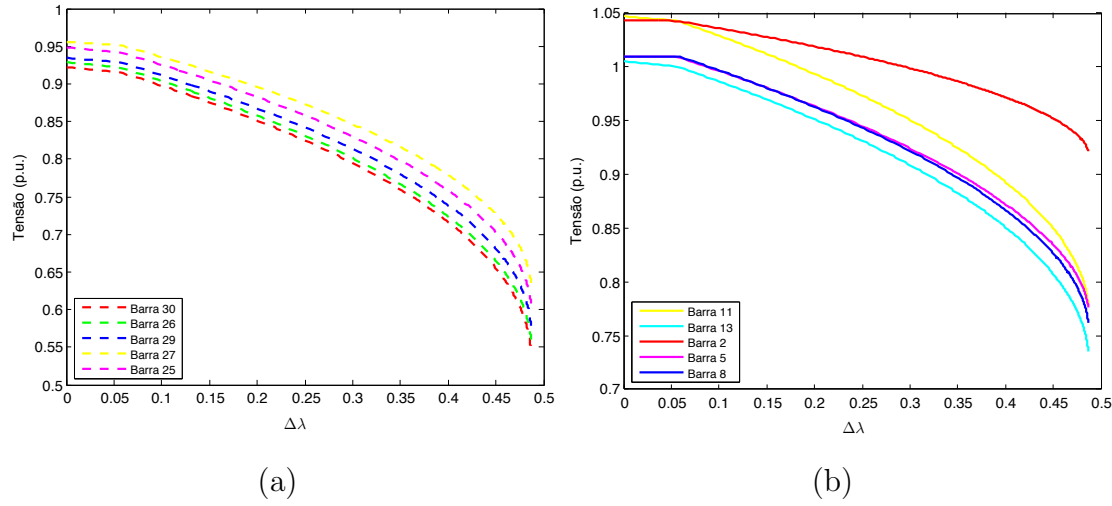


Figura 5.2: Curvas PV das barras do sistema IEEE-30 barras. As linhas pontilhadas correspondem às barras de carga; as linhas cheias referem-se às barras de tensão controlada.

5.3.3 Sistema teste IEEE-118 barras

O sistema tem 47 barras tipo PV, das quais, 36 foram remodeladas para barras tipo PQ, uma vez que as unidades atingiram seus limites de potência reativa durante o processo de carregamento. O ponto de máximo carregamento do sistema corresponde à $\Delta\lambda = 1,1699$. A Tabela 5.3 indica os pontos onde os limites de controle foram alcançados.

A Tabela 5.4 mostra o *ranking* do **VT** ao longo do processo de carregamento. Considerando a informação do *ranking* do **VT** no caso base, as soluções de baixa tensão das Barras 39, 40, 41, 42, 1 e 117 são selecionadas para monitoramento.

Tabela 5.3: Sistema IEEE-118 barras - Pontos onde os limites de potência reativa foram atingidos.

$\Delta\lambda$	Número da barra
0	19, 25, 34, 65, 103, 105
0,071828	92
0,13033	15
0,13666	36
0,16762	18
0,19468	74
0,20061	104
0,20356	76
0,21816	12
0,21234	56
0,24966	1
0,26644	77
0,26921	110
0,28839	85
0,29379	70
0,32039	100
0,34628	55
0,37898	6
0,39615	62
0,44598	59
0,44828	80
0,57111	49
0,63308	32
0,77041	66
0,87575	8
0,97203	46
1,039	99
1,0496	113
1,0597	4
1,0663	54
1,0932	10

Tabela 5.4: *Ranking* do vetor tangente para o sistema teste IEEE-118 barras.

$\Delta\lambda$	<i>Ranking</i> do vetor tangente	Posição da Barra 10 no <i>ranking</i>
0	41, 40, 39, 42, 1, 117, 33, 19, 15, 2, 36, 35, 3, 13, 18	107
0,7249	40, 41, 39, 1, 117, 19, 33, 42, 15, 2, 13, 18, 3, 20, 14	116
1,0597	1, 117, 40, 41, 2, 39, 3, 13, 19, 15, 33, 14, 18, 16, 20	117
1,0932	10, 9, 8, 5, 4, 3, 1, 6, 7, 2, 11, 117, 112, 107, 12, 41, 13	1
1,1699	10, 9, 1, 3, 8, 2, 5, 117, 6, 4, 7, 11, 12, 13, 14, 16, 15, 30	1

A SBT40 e SBT42 desaparecem em $\Delta\lambda = 0,1335$. A SBT41 e SBT39 deixam de existir em $\Delta\lambda = 0,1367$. Assim, a área formada pelas Barras 39, 40, 41 e 42 é descartada como crítica logo no início do processo de carregamento do sistema. A SBT1 e SBT117 não desvanecem em nenhum destes pontos. Estas duas soluções de baixa tensão podem direcionar a determinação da área vulnerável do sistema. Com este objetivo, as Barras 1 e 117 são consideradas para a aplicação da técnica de agrupamento pelo vetor tangente, como descrevemos a seguir. É importante salientar que, a despeito do método de agrupamento ser aplicado após o ponto inicial do processo de carregamento, neste caso, imediatamente após $\Delta\lambda = 0,1367$, ele se apóia no grupo de barras que foi apontado pelo **VT** no caso base.

A área associada às Barras 1 e 117 é formada conforme detalhado na Sec. 5.2.2. Para ajudar o leitor na compreensão do algoritmo, a Tabela 5.5 mostra as barras vizinhas à Barra 1, juntamente com a relação entre as componentes do **VT** (parâmetro C_{ij}). Apenas os níveis de vizinhança cujo menor C_{ij} é maior que $T = 0,5$ são mostrados. A técnica de agrupamento define a área de sistema descrita na Fig. 5.3. Note que as Barras 9 e 10, apesar de não constarem da relação de barras da Tabela 5.5, foram incluídas na área indicada. A primeira etapa do algoritmo descrito na Sec. 5.2.2 não conecta estas barras a nenhuma área; aplicando a regra definida para este caso, as Barra 9 e 10 são adicionadas à área que contém a Barra 8 (que aparece na Tabela 5.5). A partir da Tabela 5.4 pode-se verificar que a área de sistema descrita na Fig. 5.3, que foi definida no início do processo de carregamento, via o uso combinado do método das soluções de baixa tensão e a técnica do vetor tangente, corresponde à área crítica apontada

Tabela 5.5: Barras vizinhas associadas à Barra 1 do sistema teste IEEE-118 barras.

Nível 1		Nível 2		Nível 3	
Barra viz.	C_{ij}	Barra viz.	C_{ij}	Barra viz.	C_{ij}
2	0,9601	5	0,7531	4	0,7736
3	0,9482	12	0,9094	6	0,8754
				7	0,8942
				8	0,5355
				11	0,8853
				14	0,9406
				16	0,9174
				117	0,9743

pelo *ranking* do **VT** no ponto de máximo carregamento do sistema.

Suponha que um número maior de soluções de baixa tensão tenha sido definido para análise. A partir da informação do **VT**, no caso base, as Barras 39, 40, 41, 42, 1, 117, 33, 19, 15, 2, 36, 35 e 3 foram selecionadas. Os cálculos de fluxo de potência para as SBT15, SBT33, SBT36, SBT35 e SBT3 não convergiram. As SBT19 e SBT2 foram calculadas. Similarmente à SBT39, SBT40, SBT41 e SBT42, a SBT19 desaparece logo no início do processo de carregamento, em $\Delta\lambda = 0,0538$. A SBT2 perdura, juntamente com a SBT1 e SBT117. Dessa maneira, as barras referência para a técnica de agrupamento são as Barras 1, 117 e 2. Aplicando-se a metodologia descrita na Sec. 5.2.2, a mesma área (Fig. 5.3) é definida.

As curvas de energia potencial da SBT1, SBT9, SBT10 e SBT117 são mostradas na Fig. 5.4. A SBT10 é a solução de baixa tensão crítica (SBT^{cr}).

Descontinuidades nas curvas de energia potencial

Em $\Delta\lambda = 0,8757$, ponto onde a Barra 8 atinge seu limite de controle, a curva de energia potencial da SBT10 sofre acentuada descontinuidade. A curva de energia potencial mostra que a SBT10 se aproximou significativamente da solução operativa neste ponto. A SBT9, no caso base, está consideravelmente afastada da solução operativa, mas sua curva de energia potencial apresenta degrau pronunciado no mesmo ponto (devido à violação de limite da Barra 8). Em $\Delta\lambda = 1,0597$,

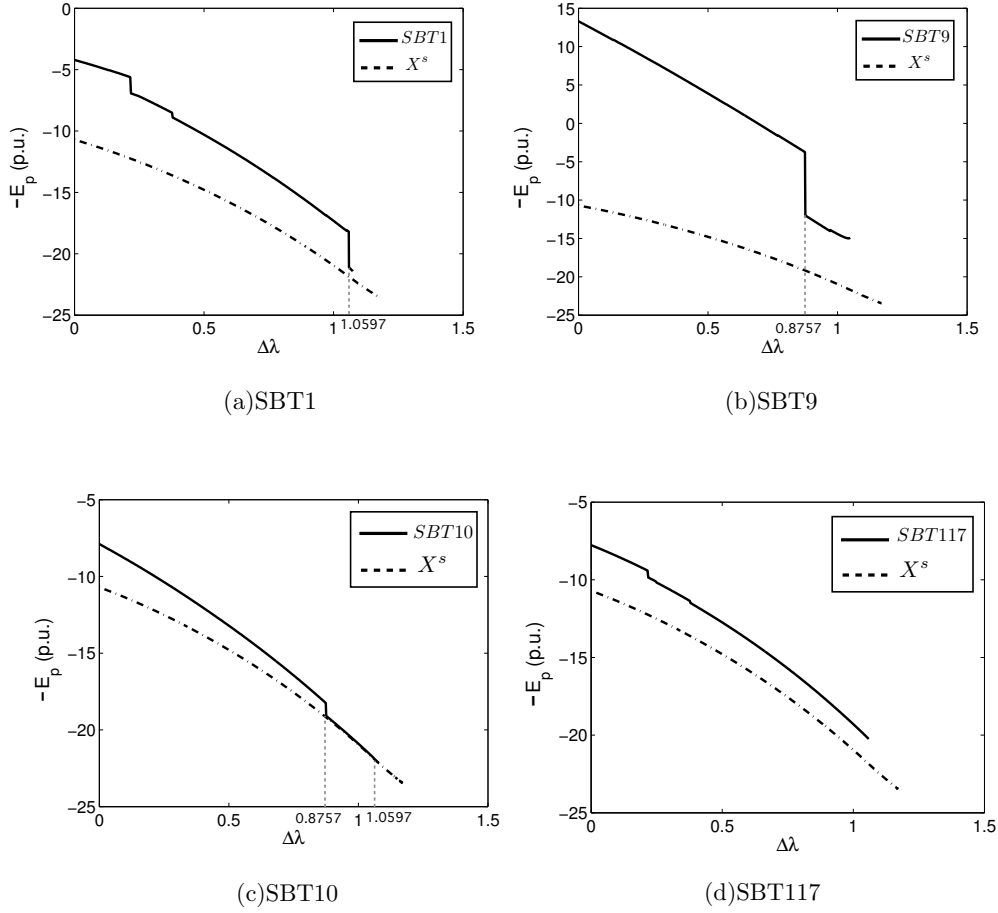


Figura 5.4: Curvas de energia potencial do sistema teste IEEE-118 barras. As linhas pontilhadas correspondem à solução operativa; as linhas cheias referem-se às soluções de baixa tensão.

A indicação da SBT^{cr} no *ranking* do vetor tangente

O trabalho em [49] mostra que a informação do vetor tangente possibilita a identificação antecipada da área crítica do sistema. No caso estudado do sistema teste IEEE-118 barras, no entanto, o cenário de crescimento de carga faz com que o *ranking* do $\mathbf{VT}$ sofra uma variação significativa, como mostra a Tabela 5.4. Mas, ainda assim, a SBT^{cr} foi indicada antes do ponto de máximo carregamento do sistema. Como mostrado na Fig. 5.4, a SBT10 é a solução de baixa tensão crítica. A Barra 10 é classificada como mais crítica no *ranking* do $\mathbf{VT}$ em $\Delta\lambda = 1.0932$.

Curvas PV

Para fins ilustrativos, a Figura 5.5 mostra as curvas PV de algumas barras do sistema IEEE-118. As linhas pontilhadas referem-se às barras de carga (barras PQ), e as linhas cheias são associadas às barras de tensão controlada (barras PV). Em 5.5a e 5.5b, tem-se as curvas das barras que compõem a área crítica do sistema, conforme indicado na Figura 5.3. Em 5.5c, são mostradas curvas de barras que não pertencem à região crítica. Veja em 5.5a e 5.5b que, até o ponto $\Delta\lambda = 1,0932$, as barras de carga sofrem redução do nível de tensão com o aumento do carregamento do sistema. Ainda em 5.5a e 5.5b, vê-se que as barras de tensão controlada da região crítica, após a transformação para tipo PQ, experimentam o mesmo comportamento, também até o ponto $\Delta\lambda = 1,0932$. Por exemplo, a Barra 6 mantém o nível de tensão no mesmo valor até aproximadamente $\Delta\lambda = 0,4$. Neste ponto, atinge seu limite de potência reativa (veja Tabela 5.3) e é transformada em barra tipo PQ. A partir daí, a magnitude de tensão decai. Em $\Delta\lambda = 1,0932$, a Barra 10 é transformada em tipo PQ. A partir deste ponto, a barra não mais controla seu nível de tensão. No entanto, de modo contrário ao que ocorreu com a Barra 6, a mudança da Barra 10 para tipo PQ resultou na elevação da magnitude de tensão desta barra. Esta elevação teve como consequência a recuperação das magnitudes de tensão de todas as barras da região crítica, que encontravam-se baixas em $\Delta\lambda = 1,0932$. Repare que o controle de tensão exercido pelo gerador ligado à Barra 10 tinha forte influência sobre as barras da região crítica. Quando o aumento do suprimento de potência reativa da Barra 10 é interrompido (no momento em que esta se tornou tipo PQ), este setor do sistema recuperou o nível de tensão. Observando a Figura 5.5c, conclui-se que tal comportamento não é compartilhado pela região que está afastada da região crítica.

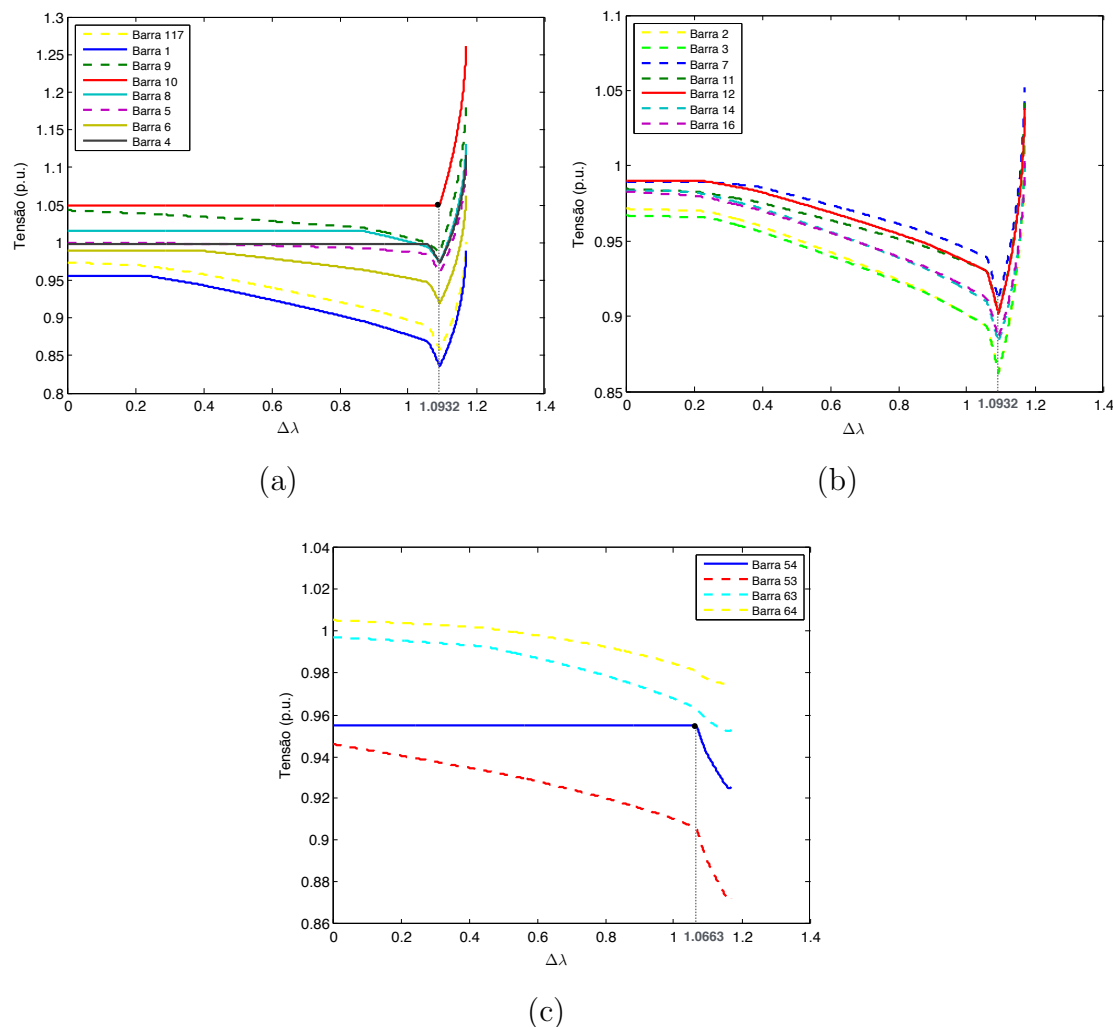


Figura 5.5: Curvas PV das barras do sistema IEEE-118 barras. As linhas pontilhadas correspondem às barras de carga; as linhas cheias referem-se às barras de tensão controlada.

5.3.4 Síntese

A análise das soluções de baixa tensão dos sistemas teste IEEE-30 e IEEE-118 barras, com o uso da técnica do vetor tangente, levou aos seguintes resultados:

- i. O *ranking* do vetor tangente na condição inicial de carregamento do SEP (caso base) se mostrou adequado para a definição do grupo de soluções de baixa tensão que inicialmente devem ser monitoradas.

- ii. O uso combinado das técnicas do vetor tangente e das soluções de baixa tensão levaram à definição, já na região inicial do processo de carregamento, da área do SEP que se caracterizou como crítica nas proximidades do ponto de colapso de tensão.
- iii. O *ranking* do vetor tangente foi capaz de indicar a SBT^{cr} antes do ponto de colapso de tensão, mesmo numa situação onde as condições do sistema levaram a variações quanto à indicação (no *ranking*) da área crítica.

5.3.5 O vetor tangente modificado

Além dos resultados descritos na seção anterior, a análise conjunta do comportamento das soluções de baixa tensão e da variação da informação do *ranking* do vetor tangente, sob a influência da violação de limites de potência reativa das unidades de tensão controlada, levou à proposta de um cálculo alternativo para o vetor tangente, que resulta no que denominaremos por vetor tangente modificado (**VTM**). Os testes realizados mostraram que o **VTM** aponta a solução de baixa tensão crítica mais cedo que o vetor tangente original. Nesta seção, a proposta do vetor tangente modificado é apresentada.

Sistema IEEE-118 barras

A partir da Tabela 5.3, verifica-se que a Barra 1 é remodelada para barra tipo PQ em $\Delta\lambda = 0,2497$; em $\Delta\lambda = 1,0597$ esta barra é classificada como barra mais crítica no *ranking* do vetor tangente (veja Tabela 5.4). Embora sua solução de baixa tensão associada, SBT1, não seja a que se funde com a solução operativa, ela sofre grande impacto devido à violação de limite da Barra 4, em $\Delta\lambda = 1,0597$, e fica consideravelmente próxima da solução operativa do sistema, como pode ser observado na Fig. 5.4. Mas, podemos notar na figura que, no ponto $\Delta\lambda = 1,0597$, a SBT10 está ainda mais próxima da solução operativa. No entanto, a Barra 10 é classificada como barra mais crítica somente em $\Delta\lambda = 1,0932$ (veja Tabela 5.4): o ponto onde a unidade alcança seu limite de potência reativa e é remodelada para barra tipo PQ (veja Tabela 5.3). Além disso, a partir deste ponto, a solução do fluxo de potência para a SBT10 converge para a solução operativa. O fato de

que a Barra 10 é indicada como barra crítica no *ranking* do vetor tangente no ponto em que é remodelada para barra tipo PQ, nos levou a propor um cálculo modificado do vetor tangente.

O cálculo do vetor tangente modificado é realizado usando (5.1) com todas as barras configuradas como tipo PQ; às potências reativas Q_i são atribuídos os valores de potência reativa calculados para o ponto de operação. O resultado é exposto na Tabela 5.6. O *ranking* do vetor tangente modificado aponta a barra crítica (e consequentemente a solução de baixa tensão crítica) em $\Delta\lambda = 0,995$, mais cedo que o vetor tangente convencional.

Tabela 5.6: *Ranking* do Vetor Tangente Modificado (**VTM**) e do Vetor Tangente (**VT**) para o sistema IEEE-118 barras.

Posição da Barra 10 no <i>ranking</i>		
$\Delta\lambda$	VTM	VT
0	25	107
0,3151	39	107
0,5298	38	107
0,7249	32	116
0,9083	25	116
0,9697	17	116
0,9754	12	116
0,9885	9	116
0,9917	6	116
0,9950	1	116
1,0597	1	117
1,0932	1	1
1,1699	1	1

Sistema IEEE-57 barras

A Tabela 5.7 resume os resultados dos testes realizados para o sistema IEEE-57 barras.

Tabela 5.7: *Ranking* do Vetor Tangente Modificado (**VTM**) e do Vetor Tangente (**VT**) para o sistema teste IEEE-57 barras.

Direção 1		
$\Delta\lambda$	Posição da Barra 31 no <i>ranking</i>	
	VTM	VT
0	1	1
0,1142	1	1
0,2448	1	1
0,4486	1	1
(Max.) 0,5327	1	1

Direção 2		
$\Delta\lambda$	Posição da Barra 30 no <i>ranking</i>	
	VTM	VT
0	4	4
0,078	2	4
0,2821	2	2
0,8706	1	2
1,1250	1	1
(Max.) 1,4776	1	1

Direção 3		
$\Delta\lambda$	Posição da Barra 53 no <i>ranking</i>	
	VTM	VT
0	12	29
0,4051	8	32
0,6918	6	26
1,7220	5	7
1,8950	2	5
1,9100	1	5
1,9908	1	1
(Max.) 1,9913	1	1

O sistema foi submetido a três direções distintas de crescimento dos parâmetros de controle. As direções são definidas como descrito a seguir.

1. Direção 1 é definida por (3.16)-(3.18), com $K_{G_i} = K_{L_i} = 1$, $G_i = 1, \dots, n_{pv}$ e $L_i = 1, \dots, n_{pq}$ (ou seja, o incremento de carga e geração é implementado em todas as barras).
2. Direção 2 é definida por (3.16), com $K_{G_i} = 1$ e $G_i = 1, \dots, n_{pv}$ (ou seja, a geração cresce em todas as barras); e (3.17)-(3.18), com $K_{L_i} = 1$, $K_{L_j} = 0$, $L_i = 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30$ e $L_j = 1, \dots, n_{pq}$, $L_j \neq L_i$ (ou seja, só as cargas representadas pelas Barras L_i especificadas são incrementadas, todas as outras cargas não variam.)
3. Direção 3 é definida por (3.16), com $K_{G_i} = 1$ e $G_i = 1, \dots, n_{pv}$; e (3.17)-(3.18), com $K_{L_i} = 1$, $K_{L_j} = 0$, $L_i = 5, 6, 8, 9, 10$ e $L_j = 1, \dots, n_{pq}$, $L_j \neq L_i$.

Cada padrão de crescimento de parâmetros determinou uma solução de baixa tensão crítica particular. A SBTcr para a Direção 1 é a SBT31; para as Direções 2 e 3 as soluções críticas são SBT30 e SBT53, respectivamente. Os pontos de máximo carregamento do sistema para cada cenário de crescimento de parâmetros estão indicados na tabela. Os *rankings* para o vetor tangente (**VT**) e vetor tangente modificado (**VTM**) relacionados à Direção 1 apontaram a barra crítica (Barra 31), e por conseguinte a SBT^{cr} (SBT31), ao longo de todo o caminho até a bifurcação final: a Barra 31 foi número 1 (mais crítica) nos *rankings* ao longo de todo o processo de carregamento. Com respeito às Direções 2 e 3, nas quais as informações do **VT** e **VTM** apresentam variações, as barras associadas à SBT^{cr} foram classificadas como número 1 pelo **VTM** em pontos anteriores relativamente ao **VT**.

É importante observar que o **VTM** foi usado nas simulações somente como ferramenta para identificar a SBT^{cr}. Nas subseções anteriores, viu-se que as informações de interesse relacionadas ao **VT** foram: o grupo de barras indicadas nas primeiras posições do *ranking* no caso base, e a barra associada à componente de maior valor absoluto do vetor. O grupo de barras indicadas pelo **VT**, no caso base, determinaram o grupo de SBTs a serem monitoradas. A barra associada à componente de maior valor absoluto do **VT** relaciona-se com a identificação da SBT^{cr}. Com relação à definição do grupo de soluções de baixa tensão que devem ser usadas para análise de estabilidade, o **VTM** não pode ser utilizado para este

fim. Testes mostraram que o *ranking* do **VTM** não é equivalente ao *ranking* do **VT** ao longo do processo de carregamento do sistema. Porém, com respeito à identificação da SBT^{cr} , o **VTM** substitui com vantagem o **VT**, como mostram os resultados apresentados nesta seção.

No próximo capítulo, apresentamos o segundo tema desenvolvido neste trabalho de doutoramento: a proposta de uma função auxiliar para definição do perfil de vulnerabilidade de um SEP.

Capítulo 6

Função auxiliar para definição do perfil de vulnerabilidade de um SEP

6.1 Introdução

Neste capítulo, uma função auxiliar para definição do perfil de vulnerabilidade das barras de um SEP é proposta. A função atribui a cada unidade do sistema um valor escalar. O valor associado a cada barra se mostra, de modo geral, coerente com a classificação desta no *ranking* do vetor tangente (veja Sec. 5.2.2). Também é verificada coerência com a classificação das barras segundo os respectivos valores de margem de potência reativa. (Note que o problema de colapso de tensão está associado à inabilidade do sistema em manter um suporte adequado de potência reativa nas barras.) Dessa forma, podemos relacionar o valor da função auxiliar atribuído a uma barra à medida de vulnerabilidade desta. Com isso, é possível agrupar as barras de acordo com seus níveis associados, formando áreas de maior e menor vulnerabilidade.

A função auxiliar é derivada da expressão para energia potencial de um SEP que admite perdas (4.21). O cálculo do valor de vulnerabilidade de todas as barras é dependente da solução operativa do sistema ($\mathbf{X}^s$) e de uma única solução de baixa tensão. A escolha da SBT é definida a partir da informação do vetor

tangente: a barra mais crítica no *ranking* do **VT**, no caso base, determina a solução de baixa tensão a ser usada. A definição do perfil de vulnerabilidade a partir da função auxiliar proposta é realizada na condição inicial do sistema (o caso base).

A técnica da função auxiliar, que propomos neste trabalho, foi utilizada em [28] com o objetivo de definir uma configuração de sistema, dentre algumas possíveis, que garantisse, a um dado SEP, maior robustez quanto à estabilidade de tensão. Diferentes configurações de sistema tiveram o perfil de vulnerabilidade calculado. As diversas configurações podem ser obtidas, por exemplo, via instalação de recursos para a compensação de potência reativa em linhas de transmissão, modificações nas conexões entre linhas de transmissão ou instalação de transformadores. A configuração que gerou um perfil que apresentava um maior número de áreas interligadas com menor nível de vulnerabilidade foi escolhida. Os testes realizados no sistema IEEE-14 barras e num setor de um sistema elétrico Brasileiro (Sistema São Paulo 440KV) [28] mostraram que uma configuração de sistema que leva a este padrão no perfil de vulnerabilidade apresenta, comparativamente às outras configurações, maior margem de carregamento e maior reserva de potência reativa, ou seja, o SEP sob esta configuração mostra-se mais robusto com respeito à estabilidade de tensão.

Nas seções que seguem, a função auxiliar é apresentada e são mostrados os resultados obtidos para os sistemas teste IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 barras. O conceito de margem de potência reativa de uma barra também é descrito, uma vez que a informação é utilizada para a validação dos resultados da função auxiliar.

6.2 Expressão matemática para a função auxiliar

A função auxiliar, $\vartheta : R^n \times R^n \rightarrow R$, é definida para uma dada Barra i . A função ϑ é obtida a partir da expressão para energia potencial de um sistema que admite perdas (4.21), avaliada em $\mathbf{X}^u = (\boldsymbol{\theta}^u, \mathbf{V}^u)$ e com $Q_i(V_i) = Q_i = \text{constante}$. Tomando de (4.21) a expressão para a i -ésima barra, com $j = 1, \dots, n$ e $j \neq i$,

obtemos

$$\begin{aligned}
\vartheta_i(\mathbf{X}^s, \mathbf{X}^u) = & Q_i \ln(V_i^u) + P_i \theta_i^u \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1, j \neq i}^n V_i^u V_j^u B_{ij} \cos(\theta_i^u - \theta_j^u) \\
& - \sum_{j=1, j \neq i}^n V_i^s V_j^s G_{ij} \cos(\theta_i^s - \theta_j^s) \theta_i^u \\
& - \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j^s G_{ij} \sin(\theta_i^s - \theta_j^s) V_i^u
\end{aligned} \tag{6.1}$$

onde i é o número da barra para a qual é calculada ϑ ; $\mathbf{X}^s$ corresponde à solução usual do fluxo de potência calculada no caso base; $\mathbf{X}^u$ representa a solução de baixa tensão calculada no caso base, associada à barra mais crítica no *ranking* do vetor tangente. Podemos interpretar ϑ_i como uma aproximação da contribuição de cada barra na medida de energia potencial da solução de baixa tensão. Note que ϑ_i não é uma função energia.

6.3 Margem de potência reativa

A curva QV (Fig. 6.1) de uma dada barra de um SEP mostra a sensibilidade e a variação da magnitude de tensão da barra em função da injeção ou absorção de potência reativa. O método da curva QV tem sido aplicado como uma ferramenta auxiliar na área de planejamento de sistemas elétricos [32]. Neste contexto, a análise da curva QV é realizada conjuntamente com a análise da curva PV, e a avaliação de segurança do sistema é complementada por estudos dinâmicos.

Para obter a curva QV de uma barra, toma-se a unidade em questão como tipo PV (mesmo que ela seja do tipo PQ), com os limites de potência reativa desconsiderados. A partir da variação da magnitude de tensão da barra, determina-se sucessivos pontos operativos através da solução das equações do fluxo de potência. O traçado da curva QV pode ser implementado com o uso do método da continuação [65, 66, 67].

A distância entre o ponto de mínimo da curva QV e o eixo das abscissas (eixo das tensões) define a margem de potência reativa (MPR) de uma barra. A MPR pode ser usada para avaliar a robustez de uma barra (ou região) do SEP com

respeito a seu suporte de potência reativa. Neste sentido, as barras com menor margem de potência reativa são consideradas críticas [65, 66].

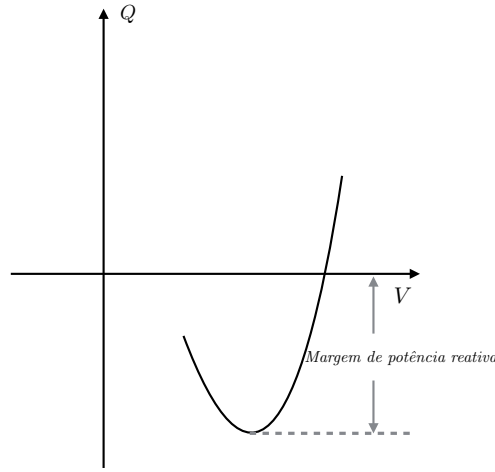


Figura 6.1: Curva QV e margem de potência reativa (MPR) de uma barra.

6.4 Resultados e discussão

6.4.1 Metodologia dos testes

Os testes foram realizados nos sistemas IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 barras, seguindo-se a seguinte metodologia:

1. A solução usual do fluxo de potência ($\mathbf{X}^s$) é calculada no caso base.
2. O *ranking* do vetor tangente é obtido para o caso base, conforme descrito na Sec. 5.2.2, e a barra mais crítica é identificada.
3. A solução de baixa tensão associada à barra indicada no passo anterior ($\mathbf{X}^u$) é calculada, através do Método Simplificado em coordenadas polares com controle de passo, como descrito na Sec. 4.4.1.
4. Para cada Barra i do sistema, o valor de ϑ_i é obtido, usando-se (6.1).
5. Para cada Barra i do sistema (exceptuando-se a barra de referência) é calculada a margem de potência reativa (MPR), conforme descrito na seção

anterior. A partir dos valores de MPR define-se um *ranking* de barras (*ranking* de MPR).

6.4.2 Resultados

As Tabelas 6.1, 6.3 e 6.5 descrevem os resultados para os sistemas teste IEEE-14, IEEE-30 e IEEE0-57 barras, respectivamente. Os valores de ϑ_i foram multiplicados por 10, unicamente para auxiliar a visualização dos dados. O *ranking* do vetor tangente e o *ranking* de margem de potência reativa estão indicados; neles não aparece a barra de referência dos sistemas, que nos três casos corresponde à Barra 1. As Tabelas 6.2, 6.4 e 6.6 mostram os valores de MPR para as barras dos sistemas IEEE-14, IEEE-30 e IEEE0-57 barras, respectivamente. É muito importante ressaltar que o objetivo da função auxiliar não é determinar um *ranking* de barras equivalente ao *ranking* do **VT** ou ao *ranking* de MPR. O uso da função tem o propósito de definir um mapa das regiões de maior e menor vulnerabilidade dentro do SEP. As barras destacadas em rosa, nas Tabelas 6.1, 6.3 e 6.5, definem uma região de menor robustez (ou maior vulnerabilidade) do sistema. Por outro lado, a região definida em azul apresenta maior robustez (ou menor vulnerabilidade). Podemos notar, através dos dados das tabelas, que a ordenação dos valores de ϑ_i levam à delimitações de áreas, de certa forma, correlatas ao *ranking* do **VT** e ao *ranking* de MPR. Os diagramas das Figuras 6.2, 6.3 e 6.4 descrevem o perfil de vulnerabilidade dos sistema IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 barras, respectivamente. Cada perfil foi obtido a partir dos valores de ϑ indicados nas Tabelas 6.1, 6.3 e 6.5.

Sistema teste IEEE-14 barras

Tabela 6.1: Valores de ϑ_i , *ranking* do vetor tangente (**VT**) e *ranking* de margem de potência reativa (MPR) para o sistema teste IEEE-14 barras.

	$\vartheta_i * 10$	<i>ranking</i> do VT	<i>ranking</i> de MPR
ϑ_{14}	-29,050977	14 (barra mais crítica)	8
ϑ_{13}	-28,036147	13	14
ϑ_{12}	-16,884894	12	12
ϑ_{10}	-11,442514	10	13
ϑ_{11}	-8,285774	11	11
ϑ_6	-6,401215	9	6
ϑ_9	7,521629	6	10
ϑ_8	12,426864	7	9
ϑ_3	38,848118	8	7
ϑ_7	41,797172	3	3
ϑ_1	106,333589	4	4
ϑ_5	117,987241	5	5
ϑ_4	122,173088	2	2
ϑ_2	152,423806		

Tabela 6.2: Margem de potência reativa (MPR) das barras do sistema teste IEEE-14 barras.

MPR (pu)	Barra
-0,59714	8
-0,63326	14
-0,64817	12
-0,76891	13
-0,78509	11
-0,78802	6
-0,84372	10
-0,99096	9
-1,1684	7
-1,3569	3
-2,4202	4
-2,6492	5
-4,5918	2

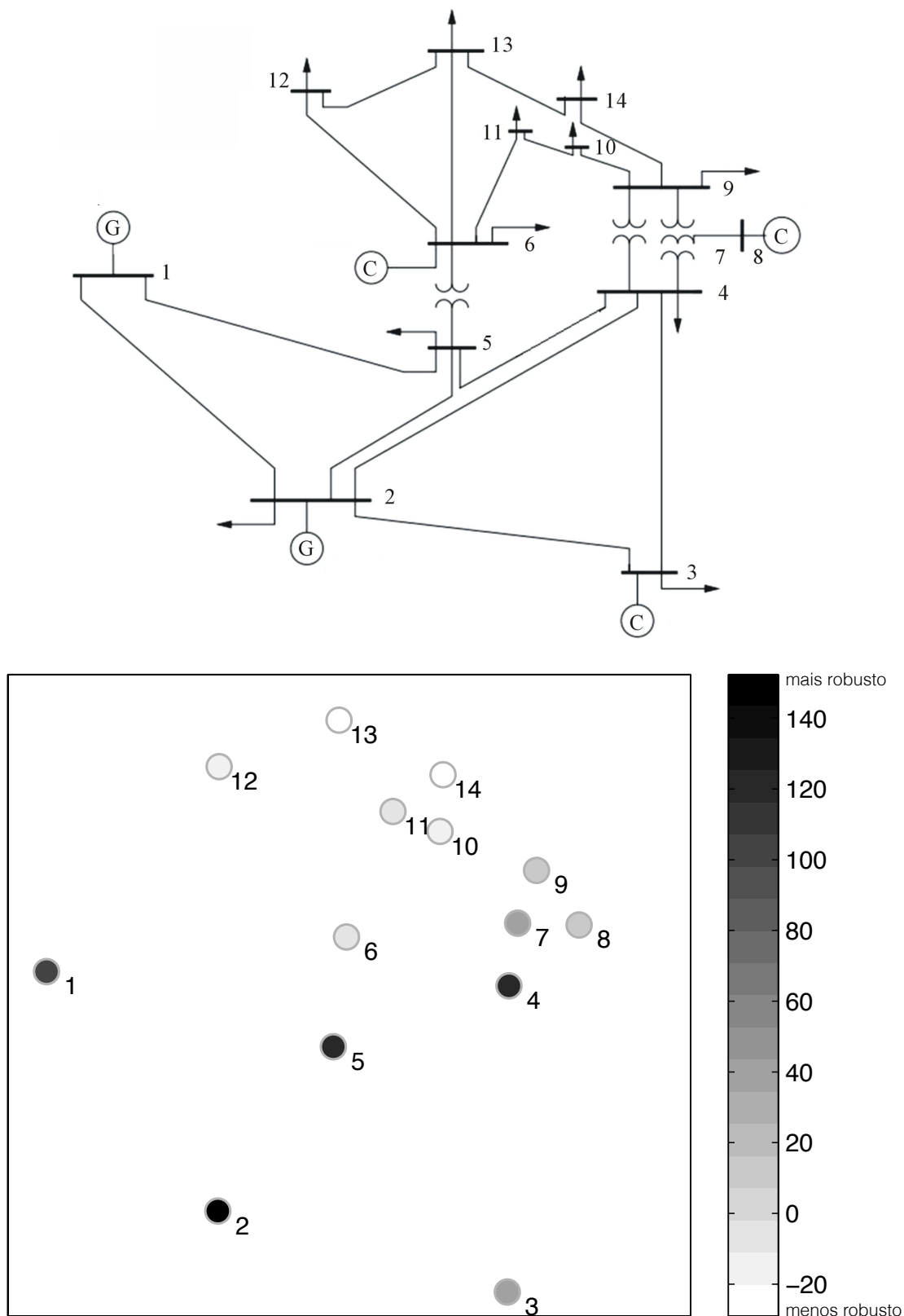


Figura 6.2: Perfil de vulnerabilidade do sistema teste IEEE-14 barras.

Sistema teste IEEE-30 barras

Tabela 6.3: Valores de ϑ_i , *ranking* do vetor tangente (**VT**) e *ranking* de margem de potência reativa (MPR) para o sistema teste IEEE-30 barras.

	$\vartheta_i * 10$	<i>ranking</i> do VT	<i>ranking</i> de MPR
ϑ_{30}	-15,561284	30 (barra mais crítica)	26
ϑ_{29}	-7,945812	29	30
ϑ_{25}	-1,060812	19	29
ϑ_{26}	-1,015588	26	25
ϑ_{27}	0,936188	18	11
ϑ_{14}	8,436702	20	13
ϑ_{24}	10,764626	24	27
ϑ_{23}	12,963692	23	19
ϑ_{18}	21,193321	25	18
ϑ_{16}	22,016666	21	23
ϑ_{11}	22,535955	22	14
ϑ_{13}	30,938191	15	20
ϑ_{15}	31,008700	14	24
ϑ_{20}	34,565316	17	16
ϑ_{19}	37,976072	27	15
ϑ_{17}	39,842625	10	22
ϑ_5	50,298444	16	21
ϑ_7	73,437431	12	17
ϑ_9	84,282568	13	10
ϑ_{12}	85,215809	5	12
ϑ_{28}	85,884553	9	9
ϑ_{22}	88,463859	11	5
ϑ_{21}	97,492545	7	8
ϑ_8	110,872974	8	28
ϑ_1	120,041613	28	7
ϑ_{10}	125,039981	6	6
ϑ_3	128,684255	4	4
ϑ_2	151,111326	3	3
ϑ_4	237,052852	2	2
ϑ_6	346,615174		

Tabela 6.4: Margem de potência reativa (MPR) das barras do sistema teste IEEE-30 barras.

MPR (pu)	Barra
-0,24392	26
-0,26124	30
-0,29274	29
-0,4889	25
-0,5043	11
-0,52131	13
-0,53321	27
-0,5677	19
-0,56922	18
-0,5728	23
-0,60117	14
-0,60264	20
-0,61785	24
-0,70406	16
-0,74858	15
-0,76403	22
-0,76491	21
-0,76504	17
-0,91502	10
-0,95371	12
-1,067	9
-1,1239	5
-1,2468	8
-1,4814	28
-1,5317	7
-1,9867	6
-2,2253	4
-2,3613	3
-3,8813	2

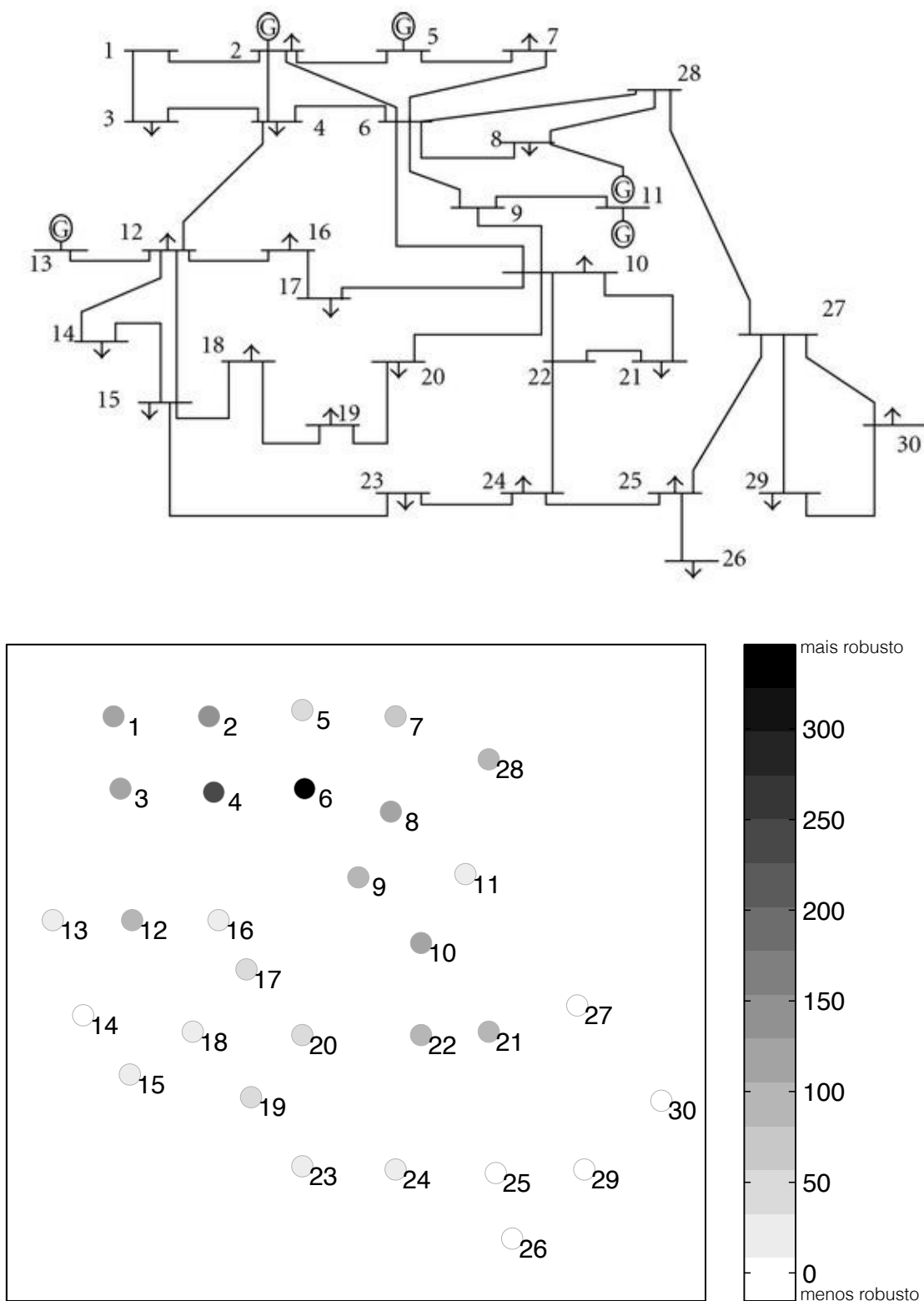


Figura 6.3: Perfil de vulnerabilidade do sistema teste IEEE-30 barras.

Sistema teste IEEE-57 barras

Tabela 6.5: Valores de ϑ_i , *ranking* do vetor tangente (**VT**) e *ranking* de margem de potência reativa (MPR) para o sistema teste IEEE-57 barras.

	$\vartheta_i * 10$	<i>ranking</i> do VT	<i>ranking</i> de MPR
ϑ_{32}	-64,239835	31 (barra mais crítica)	31
ϑ_{33}	-62,771211	33	33
ϑ_{30}	-13,567714	32	32
ϑ_{31}	-9,984781	30	30
ϑ_{25}	-5,217882	25	25
ϑ_{19}	6,892928	57	57
ϑ_{57}	6,963013	56	20
ϑ_{20}	8,931826	42	19
ϑ_{42}	9,165704	41	42
ϑ_{56}	12,654328	34	56
ϑ_{34}	13,128730	35	34
ϑ_{54}	14,728805	40	35
ϑ_{21}	18,693512	36	41
ϑ_{53}	22,142199	39	40
ϑ_{41}	23,040073	37	53
ϑ_{18}	23,174165	50	24
ϑ_{50}	23,956191	20	26
ϑ_{52}	25,479433	19	36
ϑ_{27}	25,684323	24	54
ϑ_{35}	26,682289	21	18
ϑ_{40}	28,177553	23	39
ϑ_{39}	37,584257	22	21
ϑ_{43}	40,067611	49	52
ϑ_{55}	48,289771	38	37

Continuação da Tabela 6.5

	$\vartheta_i * 10$	ranking do VT	ranking de MPR
ϑ_{28}	53,860829	26	27
ϑ_{44}	58,480126	48	43
ϑ_{49}	62,174262	47	50
ϑ_{36}	65,029347	51	8
ϑ_{26}	66,099871	53	28
ϑ_{45}	67,125445	44	23
ϑ_{24}	68,327431	54	22
ϑ_{17}	70,119497	18	55
ϑ_{37}	74,493699	27	51
ϑ_5	76,268457	52	44
ϑ_{51}	76,468441	43	29
ϑ_{16}	77,964008	10	38
ϑ_{47}	105,513858	55	49
ϑ_{23}	106,684336	46	47
ϑ_{46}	107,800166	28	48
ϑ_{48}	109,720245	29	45
ϑ_{29}	116,574398	11	46
ϑ_{10}	124,004877	12	5
ϑ_{11}	131,354436	9	10
ϑ_6	145,349559	13	7
ϑ_{38}	151,791910	45	6
ϑ_{22}	169,783006	6	11
ϑ_7	173,941961	14	12
ϑ_4	181,824303	5	16
ϑ_8	182,316091	16	9
ϑ_{12}	196,379201	7	17
ϑ_{14}	216,006909	4	4
ϑ_2	221,908577	15	14
ϑ_9	235,359951	3	13
ϑ_3	236,592682	8	3
ϑ_{15}	287,547224	17	15
ϑ_{13}	297,826833	2	2
ϑ_1	305,015173		

Tabela 6.6: Margem de potência reativa (MPR) das barras do sistema teste IEEE-57 barras.

MPR (pu)	Barra
-0,14399	31
-0,1572	33
-0,16467	32
-0,18425	30
-0,22244	25
-0,31457	57
-0,33529	20
-0,35031	19
-0,3776	42
-0,42165	56
-0,50266	34
-0,64625	35
-0,65308	41
-0,71061	40
-0,74087	53
-0,74707	24
-0,75411	26
-0,82408	36
-0,83191	54
-0,83558	18
-0,84467	39

Continuação da Tabela 6.6

MPR (pu)	Barra
-0,90413	21
-0,90448	52
-0,98155	37
-1,073	27
-1,1939	43
-1,228	50
-1,3054	8
-1,4226	28
-1,4247	23
-1,5473	22
-1,5679	55
-1,6808	51
-1,7021	44
-1,8128	29
-1,8217	38
-1,9059	49
-1,9062	47
-1,935	48
-2,1815	45
-2,245	46
-2,3358	5
-2,3732	10
-2,5227	7
-2,6177	6
-2,7333	11
-3,0068	12
-3,0666	16
-3,1636	9
-3,4127	17
-3,5141	4
-3,5852	14
-4,0062	13
-4,3981	3
-5,0777	15
-10,179	2

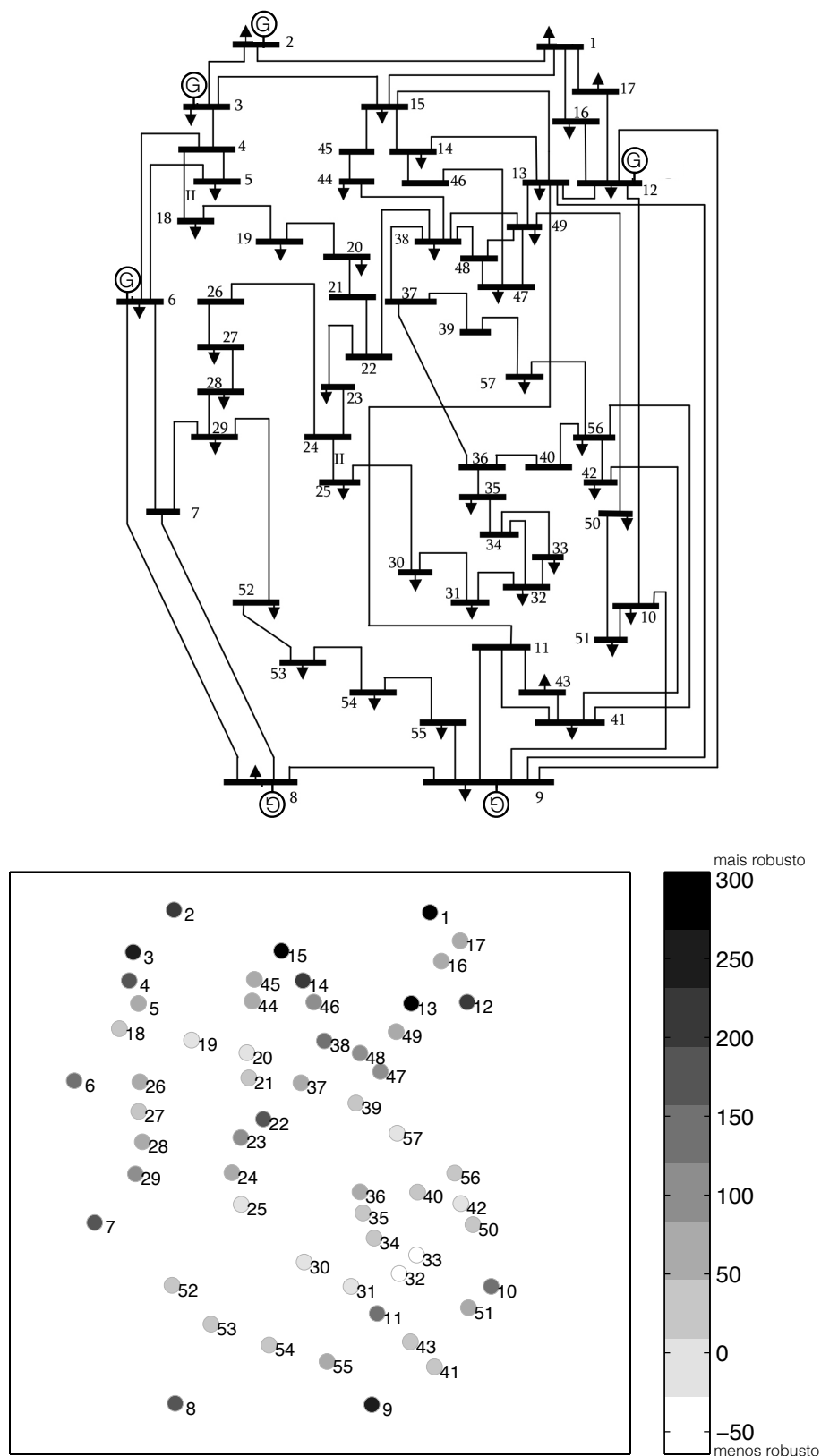


Figura 6.4: Perfil de vulnerabilidade do sistema teste IEEE-57 barras.

6.4.3 Discussão

Nos resultados apresentados, a correlação entre as áreas de maior e menor robustez indicadas pela função auxiliar e aquelas indicadas pelo *ranking* do VT e pelo *ranking* de MPR pode ser verificada. Testes realizados mostraram que a metodologia proposta apresenta restrições quanto a sua aplicação. As simulações para o sistema IEEE-118 barras, por exemplo, não apresentaram resultados positivos. Por outro lado, os testes executados nos sistemas IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 barras mostraram-se satisfatórios. Admitimos que a metodologia pode ser aplicada a pequenos sistemas, ou áreas de sistemas maiores, definidas por técnicas de *clustering*. Apesar das restrições apresentadas, a metodologia se mostrou útil como ferramenta auxiliar para a melhoria da robustez, quanto à estabilidade de tensão, dos sistemas elétricos considerados em [28].

É importante salientar o aspecto de quantificação de vulnerabilidade que a função auxiliar possibilita. A margem de potência reativa também proporciona tal interpretação, porém requer o uso de processo iterativo, que tem custo computacional elevado. A análise de vulnerabilidade através da função auxiliar (que é realizada no caso base), ao contrário, é de baixo custo computacional: requer a solução de uma única SBT; o cálculo do vetor tangente equivale ao custo de uma iteração do método para solução do fluxo de potência; e podemos afirmar que o cálculo de ϑ_i , para $i = 1, \dots, n$, onde n é o número de barras do sistema, não exige grande esforço computacional.

Capítulo 7

Conclusão

Esta tese examina dois temas principais. O primeiro, refere-se à análise das soluções de baixa tensão do fluxo de potência via técnica do vetor tangente, no contexto de função energia aplicada à análise de estabilidade de tensão. Neste estudo, descrito no Capítulo 5, foram abordados os problemas de identificação da solução de baixa tensão crítica e de determinação do grupo de barras relacionadas a área crítica de um sistema elétrico de potência. O segundo tema, apresentado no Capítulo 6, trata da definição de uma função auxiliar para a determinação do perfil de vulnerabilidade das barras de um sistema quanto a estabilidade de tensão. Os conteúdos dos referidos capítulos geraram publicações, na forma de artigos, em periódicos internacionais [27, 28].

As metodologias para cálculo de margem de estabilidade de tensão baseadas nas soluções de baixa tensão do fluxo de potência têm o problema conceitual de determinar qual solução de baixa tensão é a solução crítica, uma vez que diferentes padrões de crescimento de carga e geração podem levar a diferentes soluções críticas. Mostramos que o método do vetor tangente pode ser usado para tratar este problema. Foi demonstrado que a entrada de maior valor absoluto no vetor tangente pode guiar a busca da SBT^{cr} . Para o sistema teste IEEE-30 apresentado, a SBT^{cr} foi corretamente identificada em todos os pontos de operação. Mesmo para os casos em que a área crítica muda não linearmente quando o sistema se aproxima do ponto de máximo carregamento, a solução de baixa tensão crítica foi indicada pelo método em pontos de operação anteriores ao ponto crítico, como demonstrado para os sistemas IEEE-118 e IEEE-57 barras aqui analisados.

A determinação do grupo de barras para o qual soluções de baixa tensão devem ser calculadas constitui outro problema conceitual, quando o foco é a medida de vulnerabilidade de uma área do sistema. Nesta abordagem, são monitoradas, ao longo do processo de carregamento, apenas as soluções de baixa tensão relacionadas à área crítica do sistema, ao invés de todas as possíveis soluções de baixa tensão. Mostramos que o *ranking* do vetor tangente no caso base pode ser uma ferramenta efetiva para definir o grupo de soluções de baixa tensão necessárias para realizar a análise de estabilidade. As simulações indicam que a técnica do vetor tangente combinada com a metodologia de solução de baixa tensão pode representar uma ferramenta auxiliar eficiente para a identificação da área vulnerável do SEP, nos pontos iniciais do processo de carregamento do sistema.

Ainda com respeito à identificação da solução de baixa tensão crítica ao longo do processo de carregamento do sistema, foi apresentado um novo método para o cálculo do vetor tangente, definindo o que denotamos por vetor tangente modificado. Nesta nova proposta, o cálculo do vetor tangente é efetuado com todas as barras do sistema configuradas como tipo PQ. Mostramos que o vetor tangente modificado antecipa a informação da solução de baixa tensão crítica comparativamente ao vetor tangente convencional.

Uma função escalar auxiliar para quantificação do nível de vulnerabilidade das barras de um SEP foi proposta. Segundo o valor obtido para cada barra é possível agrupá-las em áreas de maior e menor vulnerabilidade. A função auxiliar foi definida a partir de uma função energia [13, 14, 15, 17] usada em análise de estabilidade de tensão. Para o cálculo do nível de vulnerabilidade de todas as barras de um SEP, que é realizado no caso base, são necessárias apenas duas soluções do problema de fluxo de potência: a solução usual e uma solução de baixa tensão particular. A escolha da solução de baixa tensão é feita a partir do *ranking* do vetor tangente no caso base: calcula-se a solução de baixa tensão relacionada à barra apontada como mais crítica no *ranking*. Os testes realizados mostraram resultados satisfatórios para sistemas pequenos (IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 barras). Para sistemas maiores, como o IEEE-118 barras, no entanto, os resultados não foram positivos. Consideramos, desta forma, que a função auxiliar pode ser aplicada a sistemas menores ou setores de grandes sistemas,

como podemos inferir a partir do resultados apresentados em [28]. Mostramos que às áreas de maior e menor robustez indicadas pela função proposta são de modo geral correlatas as áreas indicadas pelo *ranking* do vetor tangente. Além disso, as barras pertencentes a área mais robusta indicada pela função auxiliar apresentam as maiores margens de potência reativa. De modo contrário, as barras que a função auxiliar indica como críticas apresentam as menores margens de potência reativa.

Finalmente, os resultados obtidos neste trabalho de tese sugerem as seguintes propostas para investigações futuras:

- Analisar as descontinuidades nas curvas de energia potencial das soluções de baixa tensão do fluxo de potência, nos pontos onde os limite de controle são violados, e verificar de que maneira afetam a avaliação da margem de estabilidade de um SEP.
- Obter o vetor tangente modificado para um modelo dinâmico de SEP; definir o índice do vetor tangente modificado, tal como descrito por (3.22), e avaliar seu comportamento para a barra crítica do sistema.
- Aplicar a metodologia da função auxiliar para análise de vulnerabilidade de microrredes (*micro-grids*); bem como de áreas de sistemas definidas por técnicas de *clustering*.

Bibliografia

- [1] A. A. Fouad e V. Vittal, *Power system transient stability analysis using transient energy function method*. Upper Saddle River, NJ, EUA: Prentice Hall, 1992.
- [2] A. R. Bergen e D.J. Hill, “A structure preserving model for power system stability analysis,” *IEEE Trans. Power App. And Syst.*, vol. PAS-100, no. 1, pp. 25-29, Jan. 1981.
- [3] N. Narasimhamurthi e M. Musavi, “A generalized energy function for transient stability analysis of power systems,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-31, no. 7, pp. 637-645, Jul. 1984.
- [4] T. V. Cutsem e M. Ribbens-Pavella, “Structure preserving direct methods for transient stability analysis of power systems,” em *Proc. of 24th Conf. on Decision and Control*, Flórida, 1985, pp. 70-76.
- [5] I. A. Hiskens e D. J. Hill, “Energy functions, transient stability and voltage behavior in power systems with nonlinear loads,” *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 4, no. 4, pp. 1525-1533, Nov. 1989.
- [6] H. Chiang, C. Chu e G. Cauley, “Direct stability analysis of electric power systems using energy functions: theory, applications and perspective,” *Proc. of the IEEE*, vol. 83, no. 11, Nov. 1995.
- [7] M. Hirsch, S. Smale e R. L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos*, Londres, RU: Elsevier, 2004.

- [8] H. Chiang, "Study of the existence of energy functions for power systems with losses," *IEEE Trans. Circuits and Syst.*, vol. 36, no. 11, pp. 1423-1429, Nov. 1989.
- [9] H. Chiang, F. F. Wu e P. P. Varaya, "Foundations of direct methods for power system transient stability analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-34, no. 2, pp. 160-173, Fev. 1987.
- [10] P. D. Aylett, "The energy-integral criterion of transient stability limits of power systems," em *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 105C, no. 8, pp. 527-536, Set. 1958.
- [11] T. Athay, R. Podmore e S. Virmani, "A practical method for direct analysis of transient stability," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-98, pp. 573-584, Abr. 1979.
- [12] L. F. C. Alberto and H. Chiang, "Towards development of generalized energy functions for electric power systems," em *Proc. 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1-6.
- [13] T. J. Overbye e C. L. DeMarco, "Voltage security enhancement using energy based sensitivities," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, no. 3, pp. 1196-1202, Ago. 1991.
- [14] T. J. Overbye e C. L. DeMarco, "Improved techniques for power system voltage stability assessment using energy methods," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, no.4, pp. 1446-1452, Nov. 1991.
- [15] T. J. Overbye, I. Dobson and C. L. De Marco, "Q-V Curve interpretation of energy measures for voltage security," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no.1, pp. 331-340, Fev. 1994.
- [16] T. J. Overbye, "Use of energy methods for on-line assessment of power system voltage security," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 452-458, Maio 1993.

- [17] A. C. Zambroni de Souza, R. C. Leme, L. F. B. Vasconcelos, B. I. L. Lopes e Y. C. S. Ribeiro, "Energy function and unstable solutions by the means of an augmented jacobian," *Appl. Math. Comput.*, vol. 206, pp. 154-163, 2008.
- [18] T. V. Cutsem e C. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power Systems*, Nova York, NY, EUA: Springer, 2008.
- [19] C. A. Cañizares, N. Mithulananthan, A. Berizzi e J. Reeve, "On The linear profile of indices for the prediction of saddle-node and limit induced bifurcation points in power systems," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 50, no. 2, pp. 1588-1595, Dez. 2003.
- [20] "Voltage stability assesment: Concepts, practices and tools," IEEE/PES Power System Stability Subcomitte, Tech. Rep., Aug. 2002
- [21] I. Dobson, "The irrelevance of electric power system dynamics for the loading margin to voltage collapse and its sensitivities," *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, vol. 2, no. 3, pp. 263-280, 2011.
- [22] I. Dobson, "Observations on the geometry of saddle node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 39, no. 3, pp. 240-243, Mar. 1992.
- [23] R. P. Klump e Thomas J. Overbye, "A new method for finding low voltage power flow solutions," em *IEEE 2000 PES Summer Meet.*, Seattle, pp. 593-597.
- [24] T. Overbye e R. P. Klump, "Effective calculation of power system low-voltage solution," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.11, no. 1, pp. 75-82, Fev. 1996.
- [25] A. C. Zambroni de Souza, "Discussion on some voltage collapse indices," *Eletr. Power Syst. Res.*, vol. 53, no. 1, pp. 53-58, Jan. 2000.
- [26] V. Ajjarapu e C. Christy, "The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 7, no. 1, pp. 416-423, Fev. 1992.

- [27] E. Valença De Lorenci, A. C. Zambroni de Souza e B. I. Lima Lopes, “Energy function applied to voltage stability studies - Discussion on low voltage solutions with the help of tangent vector,” *Electric Power Syst. Research*, vol. 141, pp. 290-299, Dez. 2016.
- [28] P. M. Pesoti, E. Valença De Lorenci, A. C. Zambroni De Souza, K. Lo e B. I. Lima Lopes, “Robustness Areas Technique Developing Guidelines for Power System Restoration,” *Energies*, vol. 10(1), 99; doi:10.3390/en10010099, Jan. 2017.
- [29] L. H. Alves Monteiro, *Sistemas Dinâmicos*, São Paulo, BR: Editora Livraria da Física, 2002.
- [30] H. Chiang, M. W. Hirsch e F. F. Wu, “Stability regions of nonlinear autonomous dynamical systems,” *IEEE Trans. Autom. Control.*, vol. 33, no. 1, pp. 16-27, Jan. 1988.
- [31] I. Dobson e H. Chiang, “Towards a theory of voltage collapse in electric power systems,” *Syst. Control Lett.*, vol. 13, pp. 253-262, 1989.
- [32] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, Nova York, EUA: McGraw-Hill, 1993.
- [33] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Anderson, A. Bose, C. A. Canizares, et al., “Definition and clasification of power system stability,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 19, no. 2, pp. 1387-1401, Maio 2004.
- [34] H. Chiang, I. Dobson e R. J. Thomas, “On voltage collapse in electric power systems,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol.5, no.2, pp. 601-611, Maio 1990.
- [35] D. J. Hill e I. M. Y. Mareels, “Stability theory for differential/algebraic systems with application to power systems,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 37, no. 11, pp. 1416-1423, Nov. 1990.
- [36] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson e W. F. Long, “Point of collapse methods applied to AC/DC power systems,” *Trans. on Power Syst.*, vol. 7, no.2, Maio 1992.

- [37] C. A. Cañizares, "Calculating optimal system parameters to maximize the distance to saddle-node bifurcations," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol.45, no.3, pp. 225-237, Mar. 1998.
- [38] F. Alvarado, I. Dobson e Yi Hu, "Computation of closest bifurcations in power systems," *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 9, no. 2, pp. 918-928, Maio 1994.
- [39] I. Dobson e L. Lu, "New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse," *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 8, no. 3, pp. 905-913, Ago. 1993.
- [40] L. F. Mello, A. C. Zambroni de Souza, G. H. Yoshinari Jr. e C. V. Scheider, "Voltage collapse in power systems: dynamical studies from a static formulation," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2006, 11 pages, 2006.
- [41] I. Dobson e L. Lu, "Voltage collapse precipitated by the immediate change in stability when generator reactive power limits are encountered," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 39, no. 9, pp. 762-766, Set. 1992
- [42] C. A. Cañizares, N. Mithulananthan, A. Berizzi e J. Reeve, "On the linear profile of indices for the prediction of saddle-node and limit-induced bifurcation points in power systems," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 50, no. 12, pp. 1588-1595, June 2003.
- [43] V. Venkatasubramanian, H. Schattler, e J. Zaborszky, "Dynamics of large constrained nonlinear systems- a taxonomy theory," em *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, no. 11, pp. 1530-1560, Nov. 1995.
- [44] G. Irisarri, X. Wang, J. Tong, e S. Mokhtari, "Maximum loadability of power systems using interior point nonlinear optimization method," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 1, pp. 162-172, Fev. 1997
- [45] R. J. Avalos, C. A. Cañizares, F. Milano e A. J. Conejo, "Equivalency of continuation and optimization methods to determine saddle-node and limit-

- induced bifurcations in power systems,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I: regular papers*, vol. 56, no.1, pp. 210-223, Jan. 2009.
- [46] V. Ajarapu, *Computational techniques for voltage stability assessment and control*, Nova York, NY, EUA: Springer, 2010.
- [47] A. C. Zambroni de Souza, C. A. Cañizares e V. H. Quintana, “Improving continuation methods for tracing bifurcation diagrams in power systems,” em *Proc. Bulk Power Syst. Voltage Phenomena III - Voltage, Stability and Security*,
- [48] F. Milano, *Power system modeling and scripting*, Londres, RU:Springer, 2010.
- [49] A. C. Zambroni de Souza, C. A. Cañizares e V. H. Quintana, “New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1380-1387 , Ago. 1997.
- [50] F. W. Mohn e A. C. Zambroni de Souza, “Tracing PV and QV curves with the help of a cric continuation method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.21, no.13, Ago. 2006.
- [51] D. Marujo, A. C. Zambroni de Souza, B. I. Lima Lopes, M. V. Santos e K. L. Lo, “On control actions effects by using QV curves,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.30, no. 3, Maio 2015.
- [52] C. A. Cañizares, A. C. Zambroni de Souza e V. H. Quintana, “Comparison of performance indices for detection of proximity to voltage collapse,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.11, no. 3, Ago. 1996.
- [53] C. L. De Marco e A. R. Bergen, “A security measure for random load disturbances in nonlinear power system models,” *IEEE Trans. Circuits and Syst.*, vol. CAS-34, no.12, pp. 1546-1557, Dez. 1987.
- [54] C. L. De Marco e T. J. Overbye, “An energy based security measure for assessing vulnerability to voltage collapse,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, no. 2, pp. 419-427, Maio 1990.

- [55] N. G. Bretas e L. F. C. Alberto, “Energy function for power systems with transmission losses: extension of the invariance principle,” em *Proc. Int. Conf. Power Syst. Technology*, Perth, 2000, pp. 154-150, vol. 1.
- [56] F. H. J. R. Silva, L. F. C. Alberto, J. B. A. London, Jr. e N. G. Bretas, “Smooth perturbation on a classical energy function for lossy power system stability analysis,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 52, no. 1, pp. 222-229, Jan. 2005.
- [57] D. S. Siqueira, L. F. C. Alberto e N. G. Bretas, “Generalized Energy Functions for a Class of Lossy Networking Preserving Power System Models,” em *Proc. 2015 IEEE Int. Symp. Circuits and Syst.*, pp. 926-929.
- [58] M. Anghel, F. Milano e A. Papachristodoulou, “Algorithmic construction of Lyapunov functions for power system stability analysis,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 60, no. 9, pp. 2533-2546, Set. 2013.
- [59] R.B.L.Guedes, A.C.P.Martins, L.F.C.Alberto e N.G.Bretas, “An Extended Energy Function for Voltage Collapse Analysis Considering Voltage Dependent Load Models,” em *Proc. IEEE Power Tech Conf.*, vol. 1, Bolonha, 2003.
- [60] Y. Tamura, K. Iba e S. Iwamoto, “A method for finding multiple load flow solutions for general power systems,” em *Proc. IEEE 1980 PES Winter Meeting*, Nova York.
- [61] R. B. L. Guedes, L. F. C. Alberto e N. G. Bretas, “Power system low voltage solutions using an auxiliary gradient system for voltage collapse purposes,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 1528-1537, Ago. 2005.
- [62] Y. Tamura, K. Sakamoto e Y. Tayama, “Voltage instability proximity index based on multiple load flow solutions in ill-conditioned power systems,” em *Proc. of 27th Conf. on Decision and Control*, 1988, pp. 2114-2119.
- [63] R. D. Christie, University of Washington Power System Test Case Archive. [Online]. Disponível: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>, Acessado em: Jan, 2014.

- [64] University of Edinburgh Test Case Archive.[Online]. Disponível: <http://www.maths.ed.ac.uk/optenergy/LocalOpt/118busnetwork>, Acessado em: Jan, 2014.
- [65] D. Marujo, A. C. Zambroni de Souza, B. I. Lima Lopes, M. V. Santos e K. L. Lo, “On control actions effects by using QV curves,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 30, no. 3, Maio 2015.
- [66] A. C. Zambroni de Souza, F. W. Mohn, I. F. Borges e T. R. Oscariz, “Using PV and QV curves with the meaning of static contingency screening and planning,” *Electric Power Syst. Research*, vol. 81, pp. 1491-1498, 2011.
- [67] F. W. Mohn e A. C. Zambroni de Souza, “Tracing PV and QV Curves with the help of a CRIC continuation method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 3, pp. 1115-1122, Ago. 2006.

Apêndice A

Dados dos sistemas

A.1 Sistema IEEE-14 barras

```
08/19/93 UW ARCHIVE          100.0  1962 W IEEE 14 Bus Test Case
BUS DATA FOLLOWS              14 ITEMS
1 Bus 1      HV  1  1  3  1.060    0.0    0.0    0.0    232.4   -16.9    0.0  1.060    0.0    0.0  0.0  0.0    0
2 Bus 2      HV  1  1  2  1.045   -4.98   21.7   12.7   40.0   42.4    0.0  1.045   50.0   -40.0  0.0  0.0    0
3 Bus 3      HV  1  1  2  1.010  -12.72   94.2   19.0    0.0   23.4    0.0  1.010   40.0    0.0  0.0  0.0    0
4 Bus 4      HV  1  1  0  1.019  -10.33   47.8   -3.9    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
5 Bus 5      HV  1  1  0  1.020   -8.78    7.6    1.6    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0  0.0    0
6 Bus 6      LV  1  1  2  1.070  -14.22   11.2    7.5    0.0   12.2    0.0  1.070   24.0   -6.0  0.0  0.0    0
7 Bus 7      ZV  1  1  0  1.062  -13.37    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
8 Bus 8      TV  1  1  2  1.090  -13.36    0.0    0.0    0.0   17.4    0.0  1.090   24.0   -6.0  0.0  0.0    0
9 Bus 9      LV  1  1  0  1.056  -14.94   29.5   16.6    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.19    0
10 Bus 10     LV  1  1  0  1.051  -15.10    9.0    5.8    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
11 Bus 11     LV  1  1  0  1.057  -14.79    3.5    1.8    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
12 Bus 12     LV  1  1  0  1.055  -15.07    6.1    1.6    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
13 Bus 13     LV  1  1  0  1.050  -15.16   13.5    5.8    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
14 Bus 14     LV  1  1  0  1.036  -16.04   14.9    5.0    0.0    0.0    0.0  0.0    0.0  0.0  0.0    0
-999
BRANCH DATA FOLLOWS              20 ITEMS
1  2  1  1  1  0  0.01938  0.05917  0.0528  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
5  1  1  1  1  0  0.05403  0.22304  0.0492  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
2  3  1  1  1  0  0.04699  0.19797  0.0438  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
2  4  1  1  1  0  0.05811  0.17632  0.0340  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
2  5  1  1  1  0  0.05695  0.17388  0.0346  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
3  4  1  1  1  0  0.06701  0.17103  0.0128  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
4  5  1  1  1  0  0.01335  0.04211  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
4  7  1  1  1  0  0.0  0.20912  0.0  0  0  0  0  0  0.978  0.0  0.0  0.0  0.0
4  9  1  1  1  0  0.0  0.55618  0.0  0  0  0  0  0  0.969  0.0  0.0  0.0  0.0
5  6  1  1  1  0  0.0  0.25202  0.0  0  0  0  0  0  0.932  0.0  0.0  0.0  0.0
6  11 1  1  1  0  0.09498  0.19890  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
6  12 1  1  1  0  0.12291  0.25581  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
6  13 1  1  1  0  0.06615  0.13027  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
7  8  1  1  1  0  0.0  0.17615  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
7  9  1  1  1  0  0.0  0.11001  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
9  10 1  1  1  0  0.03181  0.08450  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
9  14 1  1  1  0  0.12711  0.27038  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
10 11 1  1  1  0  0.08205  0.19207  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
12 13 1  1  1  0  0.22092  0.19988  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
13 14 1  1  1  0  0.17093  0.34802  0.0  0  0  0  0  0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
-999
LOSS ZONES FOLLOWS              1 ITEMS
1 IEEE 14 BUS
-99
INTERCHANGE DATA FOLLOWS              1 ITEMS
1  2 Bus 2      HV  0.0  999.99  IEEE14  IEEE 14 Bus Test Case
-9
TIE LINES FOLLOWS              0 ITEMS
-999
END OF DATA
```

A.2 Sistema IEEE-30 barras

```

08/20/93 UW ARCHIVE          100.0  1961 W IEEE 30 Bus Test Case
BUS DATA FOLLOWS          30 ITEMS
1 Glen Lyn 132 1 1 3 1.060 0.0 0.0 0.0 260.2 -16.1 132.0 1.060 0.0 0.0 0.0 0.0 0
2 Claytor 132 1 1 2 1.043 -5.48 21.7 12.7 40.0 50.0 132.0 1.045 50.0 -40.0 0.0 0.0 0
3 Kumis 132 1 1 0 1.021 -7.96 2.4 1.2 0.0 0.0 132.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
4 Hancock 132 1 1 0 1.012 -9.62 7.6 1.6 0.0 0.0 132.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
5 Fieldale 132 1 1 2 1.010 -14.37 94.2 19.0 0.0 37.0 132.0 1.010 40.0 -40.0 0.0 0.0 0
6 Roanoke 132 1 1 0 1.010 -11.34 0.0 0.0 0.0 0.0 132.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
7 Blaine 132 1 1 0 1.002 -13.12 22.8 10.9 0.0 0.0 132.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
8 Reusens 132 1 1 2 1.010 -12.10 30.0 30.0 0.0 37.3 132.0 1.010 40.0 -10.0 0.0 0.0 0
9 Roanoke 1.0 1 1 0 1.051 -14.38 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
10 Roanoke 33 1 1 0 1.045 -15.97 5.8 2.0 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.19 0
11 Roanoke 11 1 1 2 1.082 -14.39 0.0 0.0 0.0 16.2 11.0 1.082 24.0 -6.0 0.0 0.0 0
12 Hancock 33 1 1 0 1.057 -15.24 11.2 7.5 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
13 Hancock 11 1 1 2 1.071 -15.24 0.0 0.0 0.0 10.6 11.0 1.071 24.0 -6.0 0.0 0.0 0
14 Bus 14 33 1 1 0 1.042 -16.13 6.2 1.6 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
15 Bus 15 33 1 1 0 1.038 -16.22 8.2 2.5 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
16 Bus 16 33 1 1 0 1.045 -15.83 3.5 1.8 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
17 Bus 17 33 1 1 0 1.040 -16.14 9.0 5.8 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
18 Bus 18 33 1 1 0 1.028 -16.82 3.2 0.9 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
19 Bus 19 33 1 1 0 1.026 -17.00 9.5 3.4 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
20 Bus 20 33 1 1 0 1.030 -16.80 2.2 0.7 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
21 Bus 21 33 1 1 0 1.033 -16.42 17.5 11.2 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
22 Bus 22 33 1 1 0 1.033 -16.41 0.0 0.0 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
23 Bus 23 33 1 1 0 1.027 -16.61 3.2 1.6 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
24 Bus 24 33 1 1 0 1.021 -16.78 8.7 6.7 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.043 0
25 Bus 25 33 1 1 0 1.017 -16.35 0.0 0.0 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
26 Bus 26 33 1 1 0 1.000 -16.77 3.5 2.3 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
27 Cloverdle 33 1 1 0 1.023 -15.82 0.0 0.0 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
28 Cloverdle132 1 1 0 1.007 -11.97 0.0 0.0 0.0 0.0 132.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
29 Bus 29 33 1 1 0 1.003 -17.06 2.4 0.9 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
30 Bus 30 33 1 1 0 0.992 -17.94 10.6 1.9 0.0 0.0 33.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
-999

```

```

BRANCH DATA FOLLOWS
1 2 1 1 1 0 0.0192 0.0575 0.0528 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
1 3 1 1 1 0 0.0452 0.1652 0.0408 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
2 4 1 1 1 0 0.0570 0.1737 0.0368 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
3 4 1 1 1 0 0.0132 0.0379 0.0084 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
2 5 1 1 1 0 0.0472 0.1983 0.0418 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
2 6 1 1 1 0 0.0581 0.1763 0.0374 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
4 6 1 1 1 0 0.0119 0.0414 0.0090 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
5 7 1 1 1 0 0.0460 0.1160 0.0204 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
6 7 1 1 1 0 0.0267 0.0820 0.0170 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
6 8 1 1 1 0 0.0120 0.0420 0.0090 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
6 9 1 1 1 0 0.0 0.2080 0.0 0 0 0 0 0.978 0.0 0.0 0.0 0.0
6 10 1 1 1 0 0.0 0.5560 0.0 0 0 0 0 0.969 0.0 0.0 0.0 0.0
9 11 1 1 1 0 0.0 0.2080 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
9 10 1 1 1 0 0.0 0.1100 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
4 12 1 1 1 0 0.0 0.2560 0.0 0 0 0 0 0.932 0.0 0.0 0.0 0.0
12 13 1 1 1 0 0.0 0.1400 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
12 14 1 1 1 0 0.1231 0.2559 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
12 15 1 1 1 0 0.0662 0.1304 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
12 16 1 1 1 0 0.0945 0.1987 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
14 15 1 1 1 0 0.2210 0.1997 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
16 17 1 1 1 0 0.0524 0.1923 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
15 18 1 1 1 0 0.1073 0.2185 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
18 19 1 1 1 0 0.0639 0.1292 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
19 20 1 1 1 0 0.0340 0.0680 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
10 20 1 1 1 0 0.0936 0.2090 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
10 17 1 1 1 0 0.0324 0.0845 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
10 21 1 1 1 0 0.0348 0.0749 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
10 22 1 1 1 0 0.0727 0.1499 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
21 22 1 1 1 0 0.0116 0.0236 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
15 23 1 1 1 0 0.1000 0.2020 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
22 24 1 1 1 0 0.1150 0.1790 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
23 24 1 1 1 0 0.1320 0.2700 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
24 25 1 1 1 0 0.1885 0.3292 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
25 26 1 1 1 0 0.2544 0.3800 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
25 27 1 1 1 0 0.1093 0.2087 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
28 27 1 1 1 0 0.0 0.3960 0.0 0 0 0 0 0.968 0.0 0.0 0.0 0.0
27 29 1 1 1 0 0.2198 0.4153 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
27 30 1 1 1 0 0.3202 0.6027 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
29 30 1 1 1 0 0.2399 0.4533 0.0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
8 28 1 1 1 0 0.0636 0.2000 0.0428 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
6 28 1 1 1 0 0.0169 0.0599 0.0130 0 0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0
-999
LOSS ZONES FOLLOWS 1 ITEMS
1 IEEE 30 BUS
-99
INTERCHANGE DATA FOLLOWS 1 ITEMS
-9
1 2 Claytor 132 0.0 999.99 IEEE30 IEEE 30 Bus Test Case
TIE LINES FOLLOWS 0 ITEMS
-999
END OF DATA

```


A.3 Sistema IEEE-57 barras

08/25/93 UW ARCHIVE			100.0 1961 W IEEE 57 Bus Test Case														
BUS DATA FOLLOWS			57 ITEMS														
1	Kanawha	V1	1	1	3	1.040	0.0	55.0	17.0	128.9	-16.1	0.0	1.040	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Turner	V1	1	1	2	1.010	-1.18	3.0	88.0	0.0	-0.8	0.0	1.010	50.0	-17.0	0.0	0.0
3	Logan	V1	1	1	2	0.985	-5.97	41.0	21.0	40.0	-1.0	0.0	0.985	60.0	-10.0	0.0	0.0
4	Sprigg	V1	1	1	0	0.981	-7.32	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	Bus 5	V1	1	1	0	0.976	-8.52	13.0	4.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	Beaver Ck	V1	1	1	2	0.980	-8.65	75.0	2.0	0.0	0.8	0.0	0.980	25.0	-8.0	0.0	0.0
7	Bus 7	V1	1	1	0	0.984	-7.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Clinch Rv	V1	1	1	2	1.005	-4.45	150.0	22.0	450.0	62.1	0.0	1.005	200.0	-140.0	0.0	0.0
9	Saltville	V1	1	1	2	0.980	-9.56	121.0	26.0	0.0	2.2	0.0	0.980	9.0	-3.0	0.0	0.0
10	Bus 10	V1	1	1	0	0.986	-11.43	5.0	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	Tazewell	V1	1	1	0	0.974	-10.17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	Glen Lyn	V1	1	1	2	1.015	-10.46	377.0	24.0	310.0	128.5	0.0	1.015	155.0	-150.0	0.0	0.0
13	Bus 13	V1	1	1	0	0.979	-9.79	18.0	2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	Bus 14	V1	1	1	0	0.970	-9.33	10.5	5.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	Bus 15	V1	1	1	0	0.988	-7.18	22.0	5.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
16	Bus 16	V1	1	1	0	1.013	-8.85	43.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	Bus 17	V1	1	1	0	1.017	-5.39	42.0	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	Sprigg	V2	1	1	0	1.001	-11.71	27.2	9.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.10	0.0
19	Bus 19	V2	1	1	0	0.970	-13.20	3.3	0.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	Bus 20	V2	1	1	0	0.964	-13.41	2.3	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	Bus 21	V3	1	1	0	1.008	-12.89	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	Bus 22	V3	1	1	0	1.010	-12.84	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	Bus 23	V3	1	1	0	1.008	-12.91	6.3	2.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	Bus 24	V3	1	1	0	0.999	-13.25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	Bus 25	V4	1	1	0	0.982	-18.13	6.3	3.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.059	0.0
26	Bus 26	V5	1	1	0	0.959	-12.95	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	Bus 27	V5	1	1	0	0.982	-11.48	9.3	0.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	Bus 28	V5	1	1	0	0.997	-10.45	4.6	2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	Bus 29	V5	1	1	0	1.010	-9.75	17.0	2.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	Bus 30	V4	1	1	0	0.962	-18.68	3.6	1.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	Bus 31	V4	1	1	0	0.936	-19.34	5.8	2.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	Bus 32	V4	1	1	0	0.949	-18.46	1.6	0.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
33	Bus 33	V4	1	1	0	0.947	-18.50	3.8	1.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	Bus 34	V3	1	1	0	0.959	-14.10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	Bus 35	V3	1	1	0	0.966	-13.86	6.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
36	Bus 36	V3	1	1	0	0.976	-13.59	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	Bus 37	V3	1	1	0	0.985	-13.41	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	Bus 38	V3	1	1	0	1.013	-12.71	14.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	Bus 39	V3	1	1	0	0.983	-13.46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	Bus 40	V3	1	1	0	0.973	-13.62	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	Tazewell	V6	1	1	0	0.996	-14.05	6.3	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	Bus 42	V6	1	1	0	0.966	-15.50	7.1	4.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
43	Tazewell	V7	1	1	0	1.010	-11.33	2.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	Bus 44	V3	1	1	0	1.017	-11.86	12.0	1.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	Bus 45	V3	1	1	0	1.036	-9.25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	Bus 46	V3	1	1	0	1.050	-11.89	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	Bus 47	V3	1	1	0	1.033	-12.49	29.7	11.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	Bus 48	V3	1	1	0	1.027	-12.59	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	Bus 49	V3	1	1	0	1.036	-12.92	18.0	8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	Bus 50	V3	1	1	0	1.023	-13.39	21.0	10.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	Bus 51	V3	1	1	0	1.052	-12.52	18.0	5.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
52	Bus 52	V5	1	1	0	0.980	-11.47	4.9	2.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
53	Bus 53	V5	1	1	0	0.971	-12.23	20.0	10.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.063	0.0
54	Bus 54	V5	1	1	0	0.996	-11.69	4.1	1.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
55	Saltville	V6	1	1	0	1.031	-10.78	6.8	3.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	Bus 56	V6	1	1	0	0.968	-16.04	7.6	2.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
57	Bus 57	V6	1	1	0	0.965	-16.56	6.7	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

-999

BRANCH DATA FOLLOWS						80 ITEMS											
1	2	1	1	1	0	0.0083	0.0280	0.1290	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	3	1	1	1	0	0.0298	0.0850	0.0818	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	4	1	1	1	0	0.0112	0.0366	0.0380	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	5	1	1	1	0	0.0625	0.1320	0.0258	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	6	1	1	1	0	0.0430	0.1480	0.0348	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	7	1	1	1	0	0.0200	0.1020	0.0276	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	8	1	1	1	0	0.0339	0.1730	0.0470	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	9	1	1	1	0	0.0099	0.0505	0.0548	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	10	1	1	1	0	0.0369	0.1679	0.0440	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	11	1	1	1	0	0.0258	0.0848	0.0218	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	12	1	1	1	0	0.0648	0.2950	0.0772	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	13	1	1	1	0	0.0481	0.1580	0.0406	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	14	1	1	1	0	0.0132	0.0434	0.0110	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	15	1	1	1	0	0.0269	0.0869	0.0230	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	15	1	1	1	0	0.0178	0.0910	0.0988	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	16	1	1	1	0	0.0454	0.2060	0.0546	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	17	1	1	1	0	0.0238	0.1080	0.0286	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	15	1	1	1	0	0.0162	0.0530	0.0544	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	18	1	1	1	0	0.0	0.5550	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	18	1	1	1	0	0.0	0.4300	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	6	1	1	1	0	0.0302	0.0641	0.0124	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	8	1	1	1	0	0.0139	0.0712	0.0194	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	12	1	1	1	0	0.0277	0.1262	0.0328	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	13	1	1	1	0	0.0223	0.0732	0.0188	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	13	1	1	1	0	0.0178	0.0580	0.0604	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	16	1	1	1	0	0.0180	0.0813	0.0216	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	17	1	1	1	0	0.0397	0.1790	0.0476	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	15	1	1	1	0	0.0171	0.0547	0.0148	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	19	1	1	1	0	0.4610	0.6850	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
19	20	1	1	1	0	0.2830	0.4340	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	20	1	1	1	0	0.0	0.7767	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	22	1	1	1	0	0.0736	0.1170	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	23	1	1	1	0	0.0099	0.0152	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	24	1	1	1	0	0.1660	0.2560	0.0084	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	25	1	1	1	0	0.0	1.1820	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	25	1	1	1	0	0.0	1.2300	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	26	1	1	1	0	0.0	0.0473	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	27	1	1	1	0	0.1650	0.2540	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	28	1	1	1	0	0.0618	0.0954	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	29	1	1	1	0	0.0418	0.0587	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	29	1	1	1	0	0.0	0.0648	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	30	1	1	1	0	0.1350	0.2020	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	31	1	1	1	0	0.3260	0.4970	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	32	1	1	1	0	0.5070	0.7550	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	33	1	1	1	0	0.0392	0.0360	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	32	1	1	1	0	0.0	0.9530	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	35	1	1	1	0	0.0520	0.0780	0.0032	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	36	1	1	1	0	0.0430	0.0537	0.0016	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
36	37	1	1	1	0	0.0290	0.0366	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	38	1	1	1	0	0.0651	0.1009	0.0020	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	39	1	1	1	0	0.0239	0.0379	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
36	40	1	1	1	0	0.0300	0.0466	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	38	1	1	1	0	0.0192	0.0295	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	41	1	1	1	0	0.0	0.7490	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	42	1	1	1	0	0.2070	0.3520	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	43	1	1	1	0	0.0	0.4120	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	44	1	1	1	0	0.0289	0.0585	0.0020	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	45	1	1	1	0	0.0	0.1042	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	46	1	1	1	0	0.0	0.0735	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0

46	47	1	1	1	0	0.0230	0.0680	0.0032	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	48	1	1	1	0	0.0182	0.0233	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	49	1	1	1	0	0.0834	0.1290	0.0048	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	50	1	1	1	0	0.0801	0.1280	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	51	1	1	1	0	0.1386	0.2200	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	51	1	1	1	0	0.0	0.0712	0.0	0	0	0	0	0	0.930	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	49	1	1	1	0	0.0	0.1910	0.0	0	0	0	0	0	0.895	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	52	1	1	1	0	0.1442	0.1870	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
52	53	1	1	1	0	0.0762	0.0984	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
53	54	1	1	1	0	0.1878	0.2320	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
54	55	1	1	1	0	0.1732	0.2265	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	43	1	1	1	0	0.0	0.1530	0.0	0	0	0	0	0	0.958	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	45	1	1	1	0	0.0624	0.1242	0.0040	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	56	1	1	1	0	0.0	1.1950	0.0	0	0	0	0	0	0.958	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	41	1	1	1	0	0.5530	0.5490	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	42	1	1	1	0	0.2125	0.3540	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	57	1	1	1	0	0.0	1.3550	0.0	0	0	0	0	0	0.980	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
57	56	1	1	1	0	0.1740	0.2600	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	49	1	1	1	0	0.1150	0.1770	0.0030	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	48	1	1	1	0	0.0312	0.0482	0.0	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	55	1	1	1	0	0.0	0.1205	0.0	0	0	0	0	0	0.940	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

-999

LOSS ZONES FOLLOWS 1 ITEMS

1 IEEE 57 BUS

-99

INTERCHANGE DATA FOLLOWS 1 ITEMS

-9

1 8 Clinch Rv V1 0.0 999.99 IEEE57 IEEE 57 Bus Test Case

TIE LINES FOLLOWS 0 ITEMS

-999

END OF DATA

40 West End	V2	1	1	2	0.970	7.35	20.0	23.0	-46.0	0.0	0.0	0.970	300.0	-300.0	0.0	0.0	0
41 S.Tiffin	V2	1	1	0	0.967	6.92	37.0	10.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
42 Howard	V2	1	1	2	0.985	8.53	37.0	23.0	-59.0	0.0	0.0	0.985	300.0	-300.0	0.0	0.0	0
43 S.Kenton	V2	1	1	0	0.978	11.28	18.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
44 WMVernon	V2	1	1	0	0.985	13.82	16.0	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.10	0
45 N.Newark	V2	1	1	0	0.987	15.67	53.0	22.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.10	0
46 W.Lancst	V2	1	1	2	1.005	18.49	28.0	10.0	19.0	0.0	0.0	1.005	100.0	-100.0	0.0	0.10	0
47 Crooksvl	V2	1	1	0	1.017	20.73	34.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
48 Zanesvll	V2	1	1	0	1.021	19.93	20.0	11.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.15	0
49 Philo	V2	1	1	2	1.025	20.94	87.0	30.0	204.0	0.0	0.0	1.025	210.0	-85.0	0.0	0.0	0
50 WCambrdg	V2	1	1	0	1.001	18.90	17.0	4.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
51 Newcmrst	V2	1	1	0	0.967	16.28	17.0	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
52 SCoshoct	V2	1	1	0	0.957	15.32	18.0	5.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
53 Wooster	V2	1	1	0	0.946	14.35	23.0	11.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
54 Torrey	V2	1	1	2	0.955	15.26	113.0	32.0	48.0	0.0	0.0	0.955	300.0	-300.0	0.0	0.0	0
55 Wagenhls	V2	1	1	2	0.952	14.97	63.0	22.0	0.0	0.0	0.0	0.952	23.0	-8.0	0.0	0.0	0
56 Sunnysde	V2	1	1	2	0.954	15.16	84.0	18.0	0.0	0.0	0.0	0.954	15.0	-8.0	0.0	0.0	0
57 WNWPhil1	V2	1	1	0	0.971	16.36	12.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
58 WNWPhil2	V2	1	1	0	0.959	15.51	12.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
59 Tidd	V2	1	1	2	0.985	19.37	277.0	113.0	155.0	0.0	0.0	0.985	180.0	-60.0	0.0	0.0	0
60 SWKammer	V2	1	1	0	0.993	23.15	78.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
61 W.Kammer	V2	1	1	2	0.995	24.04	0.0	0.0	160.0	0.0	0.0	0.995	300.0	-100.0	0.0	0.0	0
62 Natrium	V2	1	1	2	0.998	23.43	77.0	14.0	0.0	0.0	0.0	0.998	20.0	-20.0	0.0	0.0	0
63 Tidd	V1	1	1	0	0.969	22.75	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
64 Kammer	V1	1	1	0	0.984	24.52	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
65 Musknngum	V1	1	1	2	1.005	27.65	0.0	0.0	391.0	0.0	0.0	1.005	200.0	-67.0	0.0	0.0	0
66 Musknngum	V2	1	1	2	1.050	27.48	39.0	18.0	392.0	0.0	0.0	1.050	200.0	-67.0	0.0	0.0	0
67 Summerfl	V2	1	1	0	1.020	24.84	28.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
68 Sporn	V1	1	1	0	1.003	27.55	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
69 Sporn	V2	1	1	3	1.035	30.00	0.0	0.0	516.4	0.0	0.0	1.035	300.0	-300.0	0.0	0.0	0
70 Portsmth	V2	1	1	2	0.984	22.58	66.0	20.0	0.0	0.0	0.0	0.984	32.0	-10.0	0.0	0.0	0
71 NPortsmt	V2	1	1	0	0.987	22.15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
72 Hillsbro	V2	1	1	2	0.980	20.98	0.0	0.0	-12.0	0.0	0.0	0.980	100.0	-100.0	0.0	0.0	0
73 Sargents	V2	1	1	2	0.991	21.94	0.0	0.0	-6.0	0.0	0.0	0.991	100.0	-100.0	0.0	0.0	0
74 Bellefnt	V2	1	1	2	0.958	21.64	68.0	27.0	0.0	0.0	0.0	0.958	9.0	-6.0	0.0	0.12	0
75 SthPoint	V2	1	1	0	0.967	22.91	47.0	11.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
76 Darrah	V2	1	1	2	0.943	21.77	68.0	36.0	0.0	0.0	0.0	0.943	23.0	-8.0	0.0	0.0	0
77 Turner	V2	1	1	2	1.006	26.72	61.0	28.0	0.0	0.0	0.0	1.006	70.0	-20.0	0.0	0.0	0
78 Chemical	V2	1	1	0	1.003	26.42	71.0	26.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
79 CapitlHl	V2	1	1	0	1.009	26.72	39.0	32.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.20	0
80 CabinCrk	V2	1	1	2	1.040	28.96	130.0	26.0	477.0	0.0	0.0	1.040	280.0	-165.0	0.0	0.0	0

81	Kanawha	V1	1	1	0	0.997	28.10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
82	Logan	V2	1	1	0	0.989	27.24	54.0	27.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.20	0
83	Sprigg	V2	1	1	0	0.985	28.42	20.0	10.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.10	0
84	BetsyLne	V2	1	1	0	0.980	30.95	11.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
85	BeaverCk	V2	1	1	2	0.985	32.51	24.0	15.0	0.0	0.0	0.0	0.985	23.0	-8.0	0.0	0.0	0
86	Hazard	V2	1	1	0	0.987	31.14	21.0	10.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
87	Pineville	V3	1	1	2	1.015	31.40	0.0	0.0	4.0	0.0	0.0	1.015	1000.0	-100.0	0.0	0.0	0
88	Fremont	V2	1	1	0	0.987	35.64	48.0	10.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
89	ClinchRv	V2	1	1	2	1.005	39.69	0.0	0.0	607.0	0.0	0.0	1.005	300.0	-210.0	0.0	0.0	0
90	Holston	V2	1	1	2	0.985	33.29	78.0	42.0	-85.0	0.0	0.0	0.985	300.0	-300.0	0.0	0.0	0
91	HolstonT	V2	1	1	2	0.980	33.31	0.0	0.0	-10.0	0.0	0.0	0.980	100.0	-100.0	0.0	0.0	0
92	Saltville	V2	1	1	2	0.993	33.80	65.0	10.0	0.0	0.0	0.0	0.990	9.0	-3.0	0.0	0.0	0
93	Tazewell	V2	1	1	0	0.987	30.79	12.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
94	Switchbk	V2	1	1	0	0.991	28.64	30.0	16.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
95	Caldwell	V2	1	1	0	0.981	27.67	42.0	31.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
96	Baileysv	V2	1	1	0	0.993	27.51	38.0	15.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
97	Sundial	V2	1	1	0	1.011	27.88	15.0	9.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
98	Bradley	V2	1	1	0	1.024	27.40	34.0	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
99	Hinton	V2	1	1	2	1.010	27.04	0.0	0.0	-42.0	0.0	0.0	1.010	100.0	-100.0	0.0	0.0	0
100	Glen Lyn	V2	1	1	2	1.017	28.03	37.0	18.0	252.0	0.0	0.0	1.017	155.0	-50.0	0.0	0.0	0
101	Wythe	V2	1	1	0	0.993	29.61	22.0	15.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
102	Smythe	V2	1	1	0	0.991	32.30	5.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
103	Claytor	V2	1	1	2	1.001	24.44	23.0	16.0	40.0	0.0	0.0	1.01	40.0	-15.0	0.0	0.0	0
104	Hancock	V2	1	1	2	0.971	21.69	38.0	25.0	0.0	0.0	0.0	0.971	23.0	-8.0	0.0	0.0	0
105	Roanoke	V2	1	1	2	0.965	20.57	31.0	26.0	0.0	0.0	0.0	0.965	23.0	-8.0	0.0	0.20	0
106	Cloverdl	V2	1	1	0	0.962	20.32	43.0	16.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
107	Reusens	V2	1	1	2	0.952	17.53	28.0	12.0	-22.0	0.0	0.0	0.952	200.0	-200.0	0.0	0.06	0
108	Blaine	V2	1	1	0	0.967	19.38	2.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
109	Franklin	V2	1	1	0	0.967	18.93	8.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
110	Fieldale	V2	1	1	2	0.973	18.09	39.0	30.0	0.0	0.0	0.0	0.973	23.0	-8.0	0.0	0.06	0
111	DanRiver	V2	1	1	2	0.980	19.74	0.0	0.0	36.0	0.0	0.0	0.980	1000.0	-100.0	0.0	0.0	0
112	Danville	V2	1	1	2	0.975	14.99	25.0	13.0	-43.0	0.0	0.0	0.975	1000.0	-100.0	0.0	0.0	0
113	Deer Crk	V2	1	1	2	0.993	13.74	0.0	0.0	-6.0	0.0	0.0	0.993	200.0	-100.0	0.0	0.0	0
114	WMedford	V2	1	1	0	0.960	14.46	8.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
115	Medford	V2	1	1	0	0.960	14.46	22.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
116	KygerCrk	V2	1	1	2	1.005	27.12	0.0	0.0	-184.0	0.0	0.0	1.005	1000.0	-1000.0	0.0	0.0	0
117	Corey	V2	1	1	0	0.974	10.67	20.0	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
118	WHuntngd	V2	1	1	0	0.949	21.92	33.0	15.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
-999																		
BRANCH DATA FOLLOWS																		
80 ITEMS																		
1	2	1	1	1	0	0.03030	0.09990	0.02540	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1	3	1	1	1	0	0.01290	0.04240	0.01082	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	5	1	1	1	0	0.00176	0.00798	0.00210	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	5	1	1	1	0	0.02410	0.10800	0.02840	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	6	1	1	1	0	0.01190	0.05400	0.01426	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	7	1	1	1	0	0.00459	0.02080	0.00550	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	9	1	1	1	0	0.00244	0.03050	1.16200	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	5	1	1	1	1	0.00000	0.02670	0.0	0	0	0	0	0	0.985	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	10	1	1	1	0	0.00258	0.03220	1.23000	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	11	1	1	1	0	0.02090	0.06880	0.01748	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	11	1	1	1	0	0.02030	0.06820	0.01738	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	12	1	1	1	0	0.00595	0.01960	0.00502	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	12	1	1	1	0	0.01870	0.06160	0.01572	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	12	1	1	1	0	0.04840	0.16000	0.04060	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	12	1	1	1	0	0.00862	0.03400	0.00874	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	13	1	1	1	0	0.02225	0.07310	0.01876	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	14	1	1	1	0	0.02150	0.07070	0.01816	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	15	1	1	1	0	0.07440	0.24440	0.06268	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	15	1	1	1	0	0.05950	0.19500	0.05020	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	16	1	1	1	0	0.02120	0.08340	0.02140	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	17	1	1	1	0	0.01320	0.04370	0.04440	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
16	17	1	1	1	0	0.04540	0.18010	0.04660	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	18	1	1	1	0	0.01230	0.05050	0.01298	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	19	1	1	1	0	0.01119	0.04930	0.01142	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
19	20	1	1	1	0	0.02520	0.11700	0.02980	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	19	1	1	1	0	0.01200	0.03940	0.01010	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	21	1	1	1	0	0.01830	0.08490	0.02160	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	22	1	1	1	0	0.02090	0.09700	0.02460	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	23	1	1	1	0	0.03420	0.15900	0.04040	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	24	1	1	1	0	0.01350	0.04920	0.04980	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	25	1	1	1	0	0.01560	0.08000	0.08640	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	25	1	1	1	1	0.00000	0.03820	0.0	0	0	0	0	0	0.960	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	27	1	1	1	0	0.03180	0.16300	0.17640	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	28	1	1	1	0	0.01913	0.08550	0.02160	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	29	1	1	1	0	0.02370	0.09430	0.02380	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	17	1	1	1	1	0.00000	0.03880	0.0	0	0	0	0	0	0.960	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	30	1	1	1	0	0.00431	0.05040	0.51400	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	30	1	1	1	0	0.00799	0.08600	0.90800	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	31	1	1	1	0	0.04740	0.15630	0.03990	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	31	1	1	1	0	0.01080	0.03310	0.00830	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	32	1	1	1	0	0.03170	0.11530	0.11730	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	32	1	1	1	0	0.02980	0.09850	0.02510	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

27	32	1	1	1	0	0.02290	0.07550	0.01926	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	33	1	1	1	0	0.03800	0.12440	0.03194	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
19	34	1	1	1	0	0.07520	0.24700	0.06320	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	36	1	1	1	0	0.00224	0.01020	0.00268	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	37	1	1	1	0	0.01100	0.04970	0.01318	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
33	37	1	1	1	0	0.04150	0.14200	0.03660	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	36	1	1	1	0	0.00871	0.02680	0.00568	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	37	1	1	1	0	0.00256	0.00940	0.00984	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	37	1	1	1	1	0.00000	0.03750	0.0	0	0	0	0	0	0.935	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	39	1	1	1	0	0.03210	0.10600	0.02700	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	40	1	1	1	0	0.05930	0.16800	0.04200	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	38	1	1	1	0	0.00464	0.05400	0.42200	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	40	1	1	1	0	0.01840	0.06050	0.01552	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	41	1	1	1	0	0.01450	0.04870	0.01222	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	42	1	1	1	0	0.05550	0.18300	0.04660	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	42	1	1	1	0	0.04100	0.13500	0.03440	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
43	44	1	1	1	0	0.06080	0.24540	0.06068	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	43	1	1	1	0	0.04130	0.16810	0.04226	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	45	1	1	1	0	0.02240	0.09010	0.02240	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	46	1	1	1	0	0.04000	0.13560	0.03320	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	47	1	1	1	0	0.03800	0.12700	0.03160	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	48	1	1	1	0	0.06010	0.18900	0.04720	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	49	1	1	1	0	0.01910	0.06250	0.01604	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	49	1	1	1	0	0.07150	0.32300	0.08600	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	49	1	1	1	0	0.07150	0.32300	0.08600	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	49	1	1	1	0	0.06840	0.18600	0.04440	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	49	1	1	1	0	0.01790	0.05050	0.01258	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	50	1	1	1	0	0.02670	0.07520	0.01874	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	51	1	1	1	0	0.04860	0.13700	0.03420	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	52	1	1	1	0	0.02030	0.05880	0.01396	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
52	53	1	1	1	0	0.04050	0.16350	0.04058	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
53	54	1	1	1	0	0.02630	0.12200	0.03100	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	54	1	1	1	0	0.07300	0.28900	0.07380	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	54	1	1	1	0	0.08690	0.29100	0.07300	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
54	55	1	1	1	0	0.01690	0.07070	0.02020	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
54	56	1	1	1	0	0.00275	0.00955	0.00732	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
55	56	1	1	1	0	0.00488	0.01510	0.00374	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	57	1	1	1	0	0.03430	0.09660	0.02420	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	57	1	1	1	0	0.04740	0.13400	0.03320	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	58	1	1	1	0	0.03430	0.09660	0.02420	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	58	1	1	1	0	0.02550	0.07190	0.01788	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

54	59	1	1	1	0	0.05030	0.22930	0.05980	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	59	1	1	1	0	0.08250	0.25100	0.05690	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	59	1	1	1	0	0.08030	0.23900	0.05360	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
55	59	1	1	1	0	0.04739	0.21580	0.05646	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
59	60	1	1	1	0	0.03170	0.14500	0.03760	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
59	61	1	1	1	0	0.03280	0.15000	0.03880	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
60	61	1	1	1	0	0.00264	0.01350	0.01456	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
60	62	1	1	1	0	0.01230	0.05610	0.01468	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
61	62	1	1	1	0	0.00824	0.03760	0.00980	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
63	59	1	1	1	1	0.00000	0.03860	0.0	0	0	0	0	0	0.960	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
63	64	1	1	1	0	0.00172	0.02000	0.21600	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	61	1	1	1	1	0.00000	0.02680	0.0	0	0	0	0	0	0.985	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	65	1	1	1	0	0.00901	0.09860	1.04600	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	65	1	1	1	0	0.00269	0.03020	0.38000	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	66	1	1	1	0	0.01800	0.09190	0.02480	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	66	1	1	1	0	0.01800	0.09190	0.02480	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
62	66	1	1	1	0	0.04820	0.21800	0.05780	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
62	67	1	1	1	0	0.02580	0.11700	0.03100	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	66	1	1	1	1	0.00000	0.03700	0.0	0	0	0	0	0	0.935	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
66	67	1	1	1	0	0.02240	0.10150	0.02682	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	68	1	1	1	0	0.00138	0.01600	0.63800	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	69	1	1	1	0	0.08440	0.27780	0.07092	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	69	1	1	1	0	0.09850	0.32400	0.08280	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
68	69	1	1	1	1	0.00000	0.03700	0.0	0	0	0	0	0	0.935	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	70	1	1	1	0	0.03000	0.12700	0.12200	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	70	1	1	1	0	0.00221	0.41150	0.10198	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
70	71	1	1	1	0	0.00882	0.03550	0.00878	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	72	1	1	1	0	0.04880	0.19600	0.04880	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
71	72	1	1	1	0	0.04460	0.18000	0.04444	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
71	73	1	1	1	0	0.00866	0.04540	0.01178	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
70	74	1	1	1	0	0.04010	0.13230	0.03368	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
70	75	1	1	1	0	0.04280	0.14100	0.03600	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	75	1	1	1	0	0.04050	0.12200	0.12400	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
74	75	1	1	1	0	0.01230	0.04060	0.01034	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
76	77	1	1	1	0	0.04440	0.14800	0.03680	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	77	1	1	1	0	0.03090	0.10100	0.10380	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
75	77	1	1	1	0	0.06010	0.19990	0.04978	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
77	78	1	1	1	0	0.00376	0.01240	0.01264	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
78	79	1	1	1	0	0.00546	0.02440	0.00648	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
77	80	1	1	1	0	0.01700	0.04850	0.04720	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
77	80	1	1	1	0	0.02940	0.10500	0.02280	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

79	80	1	1	1	0	0.01560	0.07040	0.01870	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
68	81	1	1	1	0	0.00175	0.02020	0.80800	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
81	80	1	1	1	1	0.00000	0.03700	0.0	0	0	0	0	0	0.935	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
77	82	1	1	1	0	0.02980	0.08530	0.08174	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	83	1	1	1	0	0.01120	0.03665	0.03796	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
83	84	1	1	1	0	0.06250	0.13200	0.02580	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
83	85	1	1	1	0	0.04300	0.14800	0.03480	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
84	85	1	1	1	0	0.03020	0.06410	0.01234	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
85	86	1	1	1	0	0.03500	0.12300	0.02760	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
86	87	1	1	1	0	0.02828	0.20740	0.04450	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
85	88	1	1	1	0	0.02000	0.10200	0.02760	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
85	89	1	1	1	0	0.02390	0.17300	0.04700	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
88	89	1	1	1	0	0.01390	0.07120	0.01934	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
89	90	1	1	1	0	0.05180	0.18800	0.05280	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
89	90	1	1	1	0	0.02380	0.09970	0.10600	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
90	91	1	1	1	0	0.02540	0.08360	0.02140	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
89	92	1	1	1	0	0.00990	0.05050	0.05480	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
89	92	1	1	1	0	0.03930	0.15810	0.04140	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
91	92	1	1	1	0	0.03870	0.12720	0.03268	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
92	93	1	1	1	0	0.02580	0.08480	0.02180	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
92	94	1	1	1	0	0.04810	0.15800	0.04060	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
93	94	1	1	1	0	0.02230	0.07320	0.01876	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
94	95	1	1	1	0	0.01320	0.04340	0.01110	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
80	96	1	1	1	0	0.03560	0.18200	0.04940	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	96	1	1	1	0	0.01620	0.05300	0.05440	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
94	96	1	1	1	0	0.02690	0.08690	0.02300	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
80	97	1	1	1	0	0.01830	0.09340	0.02540	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
80	98	1	1	1	0	0.02380	0.10800	0.02860	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
80	99	1	1	1	0	0.04540	0.20600	0.05460	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
92	100	1	1	1	0	0.06480	0.29500	0.04720	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
94	100	1	1	1	0	0.01780	0.05800	0.06040	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
95	96	1	1	1	0	0.01710	0.05470	0.01474	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
96	97	1	1	1	0	0.01730	0.08850	0.02400	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
98	100	1	1	1	0	0.03970	0.17900	0.04760	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
99	100	1	1	1	0	0.01800	0.08130	0.02160	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
100	101	1	1	1	0	0.02770	0.12620	0.03280	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
92	102	1	1	1	0	0.01230	0.05590	0.01464	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
101	102	1	1	1	0	0.02460	0.11200	0.02940	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
100	103	1	1	1	0	0.01600	0.05250	0.05360	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
100	104	1	1	1	0	0.04510	0.20400	0.05410	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
103	104	1	1	1	0	0.04660	0.15840	0.04070	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

103	105	1	1	1	0	0.05350	0.16250	0.04080	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
100	106	1	1	1	0	0.06050	0.22900	0.06200	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
104	105	1	1	1	0	0.00994	0.03780	0.00986	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
105	106	1	1	1	0	0.01400	0.05470	0.01434	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
105	107	1	1	1	0	0.05300	0.18300	0.04720	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
105	108	1	1	1	0	0.02610	0.07030	0.01844	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
106	107	1	1	1	0	0.05300	0.18300	0.04720	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
108	109	1	1	1	0	0.01050	0.02880	0.00760	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
103	110	1	1	1	0	0.03906	0.18130	0.04610	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
109	110	1	1	1	0	0.02780	0.07620	0.02020	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
110	111	1	1	1	0	0.02200	0.07550	0.02000	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
110	112	1	1	1	0	0.02470	0.06400	0.06200	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	113	1	1	1	0	0.00913	0.03010	0.00768	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	113	1	1	1	0	0.06150	0.20300	0.05180	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	114	1	1	1	0	0.01350	0.06120	0.01628	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	115	1	1	1	0	0.01640	0.07410	0.01972	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
114	115	1	1	1	0	0.00230	0.01040	0.00276	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
68	116	1	1	1	0	0.00034	0.00405	0.16400	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	117	1	1	1	0	0.03290	0.14000	0.03580	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
75	118	1	1	1	0	0.01450	0.04810	0.01198	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
76	118	1	1	1	0	0.01640	0.05440	0.01356	0	0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

-999
LOSS ZONES FOLLOWS 1 ITEMS
1 IEEE 118 BUS
-99
INTERCHANGE DATA FOLLOWS 1 ITEMS
1 80 CabinCrk V2 0.0 999.99 IEEE118 IEEE 118 Bus Test Case
-9
TIE LINES FOLLOWS 0 ITEMS
-999
END OF DATA