

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Controle Ativo de Estruturas Inteligentes Tipo Viga Utilizando Controladores Fuzzy e PID

Autor: Aureliano Rodrigues Barborati Ribeiro

Orientador: José Juliano de Lima Junior

Itajubá, Junho de 2013

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Controle Ativo de Estruturas Inteligentes Tipo Viga Utilizando Controladores Fuzzy e PID

Autor: Aureliano Rodrigues Barborati Ribeiro

Orientador: José Juliano de Lima Junior

Curso: Mestrado em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Projeto e Fabricação

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Junho de 2013

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Controle Ativo de Estruturas Inteligentes Tipo Viga Utilizando Controladores Fuzzy e PID

Autor: Aureliano Rodrigues Barborati Ribeiro

Orientador: José Juliano de Lima Junior

Composição da Banca Examinadora

Prof. Dr. Israel Jorge Cárdenas Nuñez - ICTE/UFTM

Prof. Dr. Marcos Theiss Neves - IEM/UNIFEI

Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior (orientador) - IEM/UNIFEI

Dedicatória

À Deus, pelo dom da vida e sabedoria

Aos meus pais, Rubens Ribeiro e Irma de Camargo Ribeiro, exemplos de família;

*As minhas irmãs Lilian, Rubia, Alessandra, Priscila, Kelly e Juliana, pelo apoio
dedicado a mim*

Aos meus sobrinhos Murilo, Gabriel, Leonardo, Vinicius, Luca e Davi

Aos meus cunhados Rogério, Marcos e Pedro

Agradecimentos

Ao meu Orientador, Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior, pela competência, dedicação e companheirismo;

Aos demais Professores da Universidade Federal de Itajubá, pelo apoio e valiosas sugestões, que contribuíram para a elaboração deste trabalho;

Aos amigos, Alberto Cardoso de Almeida, Thiago Augusto Grilo Oliveira, Breno Assis, Edson Castro Lima, Luíz Guilherme Cunha Santos, Felipe Eloy, Luciana Bernardo Justino, Julio César Silva de Souza pela amizade, companheirismo nos momentos de lazer e no convívio acadêmico;

Ao Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, representado pelos seus dedicados Professores e Funcionários, pela oportunidade que me concedeu na realização deste trabalho, e aos amigos desse Instituto, pelo convívio social e profissional;

À CAPES, através do programa de bolsas, laboratório e pelo apoio financeiro.

"A persistência e a humildade podem levá-lo a lugares nunca antes estado"

Aureliano Ribeiro.

Resumo

RIBEIRO, A. R. B. (2012), *Controle Ativo de Estruturas Inteligentes Tipo Viga Utilizando Controladores Fuzzy e PID*, 138 pp. Dissertação de Mestrado, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

O presente trabalho refere-se ao controle ativo de uma estrutura inteligente tipo viga usando atuador e sensor piezelétrico utilizando um controlador Fuzzy tipo de controlador onde a técnica a ser utilizada ocorre por uma correlação entre conjuntos matemáticos já a lógica clássica utiliza controlador proporcional, integral e derivativo (PID). Inicialmente é apresentado a modelagem de sistema massa, mola e amortecedor usando o programa *ANSYS*[®] no qual faz-se a análise modal e transiente. Em seguida é feito o controle da resposta utilizando controladores PID e Fuzzy. Posteriormente uma viga com elementos piezelétricos é modelada no *ANSYS*[®] usando trilinear de 8 nós. É feita uma análise modal e transiente e posteriormente o controle da resposta da viga utilizando controladores proporcionais derivativos (PD). Experimentos foram realizados utilizando-se uma viga com atuador e sensor piezelétrico, os tipos de análise realizadas no experimento foram do tipo modal e transiente. Finalmente o controlador Fuzzy e PID são utilizados para controlar o movimento da viga. Os resultados demonstram que o controlador Fuzzy e PID empregados foram efetivos no controle ativo das vibrações da viga.

Palavras-chave: Controle ativo, vibrações mecânicas, Viga, frequências naturais.

Abstract

The present work refers to the active control of a smart structure of type beam with actuators and piezoelectric sensor using a Fuzzy and PID controllers. Initially is presented a modeling of a mass-spring-damper system using the software *ANSYS*[®] in which is made a modal and transient analysis. Then is made a control of the response with Fuzzy and PID controllers. After this, a beam with piezoelectric elements is modeled in the *ANSYS*[®] using trilinear 8 nodes element. A modal and transient analysis is made, then the response control of beam is made using PD controllers. Modal and transient analysis was made in the experimental part, where a beam with actuators and piezoelectric sensors was studied. Finally the Fuzzy and PID controllers were used to control the beam movement. The results show that Fuzzy and PID controllers used were effective in the active control of beam vibrations.

Key-words: Active control, Mechanical Vibrations, Beam, Natural Frequencies.

Sumário

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Estado da Arte	2
1.2 Motivação do trabalho	4
1.3 Objetivo do trabalho	5
1.4 Contribuição	5
2 LÓGICA FUZZY	6
2.1 Introdução	6
2.2 Conjuntos Fuzzy	6
2.3 Funções de Pertinência	7
2.3.1 Representação das funções de pertinência triangulares	8
2.4 Funções Fuzzy	9
2.4.1 Função singleton	9
2.4.2 Função crisp	9
2.4.3 Função triangular	10
2.4.4 Função trapezoidal	11
2.4.5 Função gaussiana	11
2.5 Operações com Conjuntos Fuzzy	11
2.5.1 Definição: igualdade entre dois conjuntos	13
2.5.2 Definição: sub conjuntos	13
2.5.3 Definição: norma triangular	15
2.5.4 Definição: T-norma Arquemediano	16
2.5.5 Definição: co-norma ou s-norma	16
2.5.6 Definição: operação de complemento	17
2.5.7 Definição: família T_p	17
2.5.8 Definição: família H_λ	18
2.6 Operações e Relações Fuzzy	19
2.6.1 Definição das relações binárias	19
2.6.2 Definição da relação de união	20

2.6.3	União do conjunto A e B	21
2.6.4	Intersecção do conjunto A e B	22
2.6.5	Complemento do conjunto A	22
2.7	Variáveis Linguísticas	23
2.8	Regras Fuzzy	25
2.9	Estrutura do sistema lógico Fuzzy	26
2.9.1	Fuzificação	26
2.9.2	Inferência Fuzzy	27
2.9.3	Agregação	27
2.9.4	Composição	27
2.9.5	Combinação das entradas nas regras Fuzzy	29
2.9.6	Parte conseqüente de cada regra	29
2.9.7	Combinação de todas as partes do conseqüente	31
2.10	Defuzificação	32
2.10.1	Método do centro de área - COA	33
2.10.2	Método da média dos máximos - MOM	34
2.11	Alguns modelos Fuzzy	35
2.11.1	Modelo Fuzzy de Mandani	35
2.11.2	Modelo Fuzzy de Larsen	36
2.11.3	Modelo Fuzzy de Sugeno	37
3	SISTEMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE	39
3.1	Introdução	39
3.1.1	Sistema com dois graus de liberdade	39
3.2	Controle Ativo do Sistema com dois graus de liberdade	47
3.2.1	Controlador proporcional, integral e derivativo (PID)	47
3.3	Modelagem no ANSYS®	51
3.3.1	Modelagem	51
3.3.2	Análise Modal	52
3.4	Controle PID ANSYS®	53
3.5	CONTROLADORES FUZZY	56
4	MODELAGEM DA VIGA NO ANSYS	59
4.1	Estruturas Inteligentes no Ansys	59
4.2	Análise modal	64
4.3	Controle PID	64
5	Análise Experimental	69
5.1	Introdução	69
5.2	Descrição do experimento	69
5.3	Análise experimental	71

5.4	Ensaio de vibração livre	71
5.5	Ensaio com excitação chirp e ruído branco	74
5.6	Controlador Fuzzy	75
5.7	Controlador PID Experimental	78
6	Resultados e Discussões	81
6.1	Resultados	81
6.1.1	Frequências Naturais	81
6.1.2	Validando o compensador PID através do experimento	87
6.1.3	Validando o compensador Fuzzy através do experimento	87
7	Conclusões	91
7.1	Perspectivas futuras	91
A	Viga de Euler-Bernoulli	92
B	Dspace: placa de aquisição de sinais	106
B.1	Processador independente	107
B.2	Temporizadores	107
B.3	Memória	107
B.4	Interrupção através de unidade de controle	107
B.5	Entradas analógicas	107
B.6	Saídas analógicas	108
B.7	Encoder incremental	108
B.8	Interface	108
B.9	Entradas digitais I/O	108
B.10	Interface serial	108
B.11	Subsistema <i>slave</i> DSP	109
B.12	Características físicas	109
B.13	Layout da placa de aquisição	109
B.14	Filtro <i>anti-aliasing</i>	109
B.15	Resposta em tempo real (RTI) <i>MATLAB</i> [®]	110
B.16	Software ControlDesk	113
	Referências Bibliográficas	118

Lista de Figuras

2.1	Representação das funções de pertinência triangulares para as condições baixo, médio e alto.	8
2.2	Representação gráfica da função singleton.	9
2.3	Representação gráfica da função crisp.	10
2.4	Representação da função triangular.	10
2.5	Representação da função trapezoidal.	11
2.6	Representação da função gaussiana.	12
2.7	Dois tipos diferentes de cela. Caso (a) representa o operador "and", caso (b) representa o operador "or".	14
2.8	União do conjunto A e B.	21
2.9	Intersecção do conjunto A e B.	22
2.10	Complemento do conjunto A.	22
2.11	Operador de união do conjunto A e B.	23
2.12	Operador de intersecção do conjunto A e B.	23
2.13	Operador de complemento do conjunto A e B.	24
2.14	Partição Fuzzy de uma variável linguística representando a velocidade.	24
2.15	Valores linguísticos da variável difusa velocidade.	25
2.16	Estrutura do sistema lógico Fuzzy.	26
2.17	Variáveis linguística idade e suas funções de pertinência.	27
2.18	Fuzzificação das entradas T e P.	28
2.19	Representação gráfica do operador do conectivo AND segundo Zadeh (1997).	30
2.20	Representação gráfica do operador do conectivo AND segundo Lukasiewicz(1997).	30
2.21	Exemplo de implicação Fuzzy.	32
2.22	Defuzzificação pelo método COA.	34
2.23	Defuzzificação pelo método da média dos máximos MOM.	35
2.24	Modelo de raciocínio de Mandani.	36
2.25	Modelo de raciocínio de Larsen.	37
2.26	Modelo de raciocínio de Sugeno.	38
3.1	Sistema massa mola com dois graus de liberdade.	40
3.2	Sistema em malha fechada.	50
3.3	Solução analítica para o sistema massa, mola e amortecedor utilizando um compensador PID.	51

3.4	Elemento composto por um sistema massa mola e amortecedor COMBIN40.	51
3.5	Estrutura do sistema com dois graus de liberdade	52
3.6	Deslocamento no tempo da variável $x_2(t)$	54
3.7	Solução analítica e numérica do sistema em malha aberta para a variável $x_2(t)$	55
3.8	Resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$	55
3.9	Sistema Fuzzy de inferência.	56
3.10	Funções de pertinência das variáveis erro, derivada do erro e força de controle.	57
3.11	Resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$ utilizando compensador Fuzzy.	58
3.12	Resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$ utilizando compensador Fuzzy e PID.	58
4.1	Elemento utilizado para modelar a viga SOLID45.	59
4.2	Elemento utilizado para modelar o piezolétrico SOLID5.	60
4.3	Configuração da estrutura tipo viga, vista frontal e vista superior.	60
4.4	Viga com atuador e sensor	63
4.5	Primeiro modo de vibrar da viga.	64
4.6	Segundo modo de vibrar da viga.	65
4.7	Terceiro modo de vibrar da viga.	65
4.8	Bloco para controle da viga.	65
4.9	Viga sem controle (malha aberta)	68
4.10	Viga com controlador (malha fechada).	68
5.1	Bancada de ensaio.	70
5.2	Esquema da montagem utilizada nos ensaios experimentais.	70
5.3	Viga engastada livre	71
5.4	Vibrômetro laser - Ometron.	72
5.5	Analisador de sinais modelo(SR780).	72
5.6	Espectro de frequência da resposta impulsiva da extremidade livre da viga.	73
5.7	Resposta impulsiva da velocidade.	73
5.8	FRF CHIRP-Resposta em frequência, utilizando um sinal do tipo chirp.	74
5.9	FRF Ruído branco-Resposta em frequência, utilizando um sinal do tipo ruído branco.	75
5.10	Sistema Fuzzy de inferência.	76
5.11	Erro como variável de entrada do controlador Fuzzy.	77
5.12	Força de controle como variável de saída do controlador Fuzzy.	77
5.13	Regras Fuzzy.	78
5.14	Diagrama de bloco do controlador Fuzzy.	79
5.15	Diagrama de bloco do controlador PID.	80
6.1	Resposta impulsiva no tempo, com e sem controle para o sistema massa, mola e amortecedor.	83
6.2	Massa, mola e amortecedor sem controle no Ansys.	84

6.3	Massa, mola e amortecedor com controle no Ansys.	84
6.4	Deslocamento da extremidade da viga sem controle.	85
6.5	Deslocamento da extremidade da viga com controle com ganho $K_c=2$	86
6.6	Deslocamento da extremidade da viga com controle com ganho $K_c=3.3$	86
6.7	Deslocamento da extremidade da viga com controle com ganho $K_c=5$	87
6.8	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva com controlador (PID). . .	88
6.9	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva em frequência com controlador (PID).	88
6.10	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Harmônica.	89
6.11	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva com controlador Fuzzy. . .	89
6.12	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva em frequência com controlador Fuzzy.	89
6.13	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Harmônica no tempo.	90
6.14	Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Harmônica em frequência.	90
A.1	Viga em balanço.	93
A.2	Elemento infinitesimal da viga em balanço.	94
A.3	Viga engastada livre.	104
B.1	Dspace placa para aquisição de sinais.	106
B.2	Layout Dspace.	109
B.3	Filtros <i>anti-aliasing</i>	110
B.4	Software <i>MATLAB</i> [®]	110
B.5	Plataforma Dspace.	111
B.6	Confirmação do carregamento Dspace.	111
B.7	Tópico para simulação em tempo real RTI 1104.	111
B.8	Utilizando bloco no simulink.	112
B.9	Criando o ícone para simulação em tempo real.	112
B.10	Gerando o arquivo sdf.	113
B.11	Inicializando o software controldesk.	113
B.12	Inicializando o Controldesk.	113
B.13	Criando um novo projeto e um novo experimento.	114
B.14	Criando o nome e raiz onde o arquivo será armazenado.	114
B.15	Dando nome ao experimento.	114
B.16	Escolhendo a plataforma referente a sua placa de aquisição.	114
B.17	Importando o arquivo sdf para o experimento.	115
B.18	Projeto e experimento criado.	115
B.19	Placa de aquisição não inicializada.	115
B.20	Placa de aquisição inicializada.	116
B.21	Variáveis criadas no Matlab e carregadas no Controldesk.	116
B.22	Visualizando um sinal através do Controldesk.	116

Lista de Tabelas

2.1	Operação com os operadores "and" e "or" referentes as celas (a) e (b).	15
2.2	$R = "x \text{ consideravelmente maior que } y"$	19
2.3	$S = "y \text{ muito perto de } x"$	19
2.4	Intersecção do conjunto $R \cap S$	20
2.5	Intersecção dos conjuntos $R \cap S$	20
2.6	União dos conjuntos $R \cup S$	21
2.7	União dos conjuntos $R \cup S$	21
2.8	Atribuição de valores à variável linguística idade.	27
2.9	Operações mais comuns.	31
3.1	Regras Fuzzy das variáveis de entrada e saída do sistema	57
4.1	Dimensões da viga, piezoelétrico e sensor.	61
4.2	Frequências naturais, para o sistema sem amortecimento e sem controle.	64
5.1	Frequências naturais obtidas no ensaio de vibração livre	73
5.2	Frequências naturais obtidas no ensaio de vibração livre.	75
6.1	Propriedades referentes ao sistema massa, mola e amortecedor.	81
6.2	Frequências naturais	82
6.3	Dimensões da viga, piezoelétrico e sensor.	82
6.4	Frequências naturais viga engastada livre	82
6.5	Dimensões da viga, piezoelétrico e sensor.	83
6.6	Frequências naturais viga engastada livre	83
A.1	Frequências naturais analíticas.	105

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

h	Altura (m)
A	Área (m ²)
b	Base de uma viga de seção retangular (m)
L	Comprimento (m)
c_i	Constante
x,y,z	Coordenadas cartesianas
v	Deflexão (m)
$X_n(x)$	n - ésimo modo de vibração
F	Força (N)
V	Força cortante (N)
q	Força por unidade de comprimento (N/m)
$T(t)$	Função do tempo (s)
M	Massa (kg)
E	Modo de elasticidade longitudinal (GPa)
I	Momento de inércia de área (m ⁴)
M	Momento fletor (N.m)
t	Tempo (s)
\forall	Para todo
\cup	União
\cap	Intersecção
\subseteq	Propriamente contido
$f^{-1}(A)$	Imagem inversa de A por f
B	Representa um dado conjunto
x	Elemento pertencente ao conjunto B
\in	Pertence
\notin	Não pertence
U	Universo de discurso

a, b	Valores reais da função
m, n	Valores reais da função
$A(x)$	Máximo valor real da função normalizado
x	Universo de discurso dos valores reais da função
$\mu A(x)$	Grau de pertinência da função
$\hat{\star}$	Símbolo representativo de uma T-norma
$T - 1$	Primeiro critério da T-norma
$T - 2$	Segundo critério da T-norma
$T - 3$	Terceiro critério da T-norma
$T - 4$	Quarto critério da T-norma
\star	Símbolo representativo de uma s-norma
T_p	Operadores da família Schweizer
\Re	Valores reais
$p \rightarrow 0$	p tende a zero
$p \rightarrow \infty$	p tende ao infinito
T_w	Função quadrática
H_λ	Operadores de Hamacher
γ	Gama
S_λ	Operadores de proposto por Sugeno
$[M]$	Matriz massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
C	Complemento

Símbolos Gregos

δ	Deflexão de uma viga (m)
ω_n	Frequência natural (rad/s)
β	Frequência natural dimensional (m^{-1})
λ	Índice de esbeltez
ρ	Massa específica (kg/m^3)
α	Raiz real da equação
$\mu_B(x)$	Função característica baixa
$\mu_M(x)$	Função característica média
$\mu_A(x)$	Função característica alta

Caracteres Inferiores

n - Enésima da frequência natural

Operadores

$' \frac{\partial}{\partial x}$	Derivada parcial com relação a x .
$'' \frac{\partial^2}{\partial x^2}$	Derivada parcial de segunda ordem com relação a x .
$iv \frac{\partial^4}{\partial x^4}$	Derivada parcial de quarta ordem com relação a x .
$' \frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial de primeira ordem em relação ao tempo.
$'' \frac{\partial^2}{\partial t^2}$	Derivada parcial de segunda ordem em relação ao tempo.
$' \frac{\partial f}{\partial x}$	Derivada parcial de f com relação a variável x .
\mathcal{L}	Transformada de Laplace.
$\{ \}$	Vetor.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A maioria das atividades humanas envolve vibrações de uma forma ou de outra, por exemplo, ouvimos por que nossos tímpanos vibram, e vemos porque as ondas de luz sofrem vibração.

A respiração está associada a vibração dos pulmões, e andar envolve movimentos oscilatórios (periódico), de pernas e mãos. Falamos devido ao movimento oscilatório da laringe (e da língua). Os primeiros estudos da área de vibração concentraram seus esforços no entendimento dos fenômenos naturais e no desenvolvimento de teorias matemáticas para descrever a vibração de sistemas físicos (Rao, 2008).

Recentemente, muitas investigações foram motivadas pela aplicações da vibração na área da engenharia, como projeto de máquinas, fundações, estruturas, motores, turbinas e sistemas de controle. A maioria dos motores de acionamento tem problemas de vibração em razão do deslocamento inerente aos motores. O desbalanceamento de motores a diesel, por exemplo, pode causar ondas terrestres de potência suficiente para causar incômodos em áreas urbanas. As rodas de algumas locomotivas podem afastar-se mais de um centímetro do trilho em altas velocidades devido ao desbalanceamento (Rao, 2008). Naturalmente, as estruturas projetadas para apoiar máquinas centrífugas pesadas como motores e turbinas, ou máquinas alternativas como motores a vapor e a gás e bombas recíprocas, também estão sujeitas a vibração. Em todas essas situações podem falhar devido à fadiga do material resultante da variação cíclica da tensão induzida. Além do mais, a vibração causa desgastes mais rápidos de peças de máquinas como rolamentos e engrenagens e também gera ruídos excessivo. Em máquinas, a vibração pode afrouxar ou soltar elementos de fixação como porcas. Em processos de corte de metais, a vibração pode causar trepidação, o que resulta em um mau acabamento superficial. Sempre que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincidir com a frequência da excitação externa, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância, que resulta em deflexões excessivas e falhas (Inman, 2001).

1.1 Estado da Arte

Grande é a diversidade de fatores que levam ao risco ou à incerteza durante a análise de um problema real em uma empresa. Independentemente do problema analisado estar relacionado ao gerenciamento de pessoas, planejamento e controle da produção, variação do fluxo de caixa em determinado período ou em mesmo análise de alternativas de investimentos, existirão momentos decisórios baseados em superposições ou aproximações.

Pode-se dentre vários outros, citar como fontes de incertezas ou risco, os fatores políticos, os problemas intrínsecos das organizações com relação à administração dos seus projetos, os chamados fatores técnicos ou relativos a função produção da organização, os fatores financeiros e finalmente os fatores econômicos (Pamplona, 2001).

Os conceitos básicos que diferenciam a lógica fuzzy da lógica booleana, já existiam anteriormente a Aristóteles. Também no século *XIV*, William Ockham indagava sobre tais conceitos. Já no século *XX*, Max Black e posteriormente Jan Lukasiewicz aprofundaram-se na lógica nebulosa (Cox, 1995).

Assim com o passar dos anos, a lógica fuzzy encontrou aplicação em uma infinidade de áreas, através das quais tem mostrado sua capacidade de adaptação e facilidade de interface com o ser humano. Conforme Constantin (1997), pode-se encontrar aplicações para a mesma em diversas áreas como; avaliação de crédito, controle de fluxo de caixa, análise de risco, controle de estoques, avaliação de marketing, avaliação de fornecedores, controle de qualidade e otimização de inventários.

Porém diversas outras aplicações recentemente foram alcançadas segundo Yen (1994), são elas: controle automático de máquinas e equipamentos (controle de elevadores, tráfego automotivo, controle automático de foco em câmeras fotográficas, sistemas de acionamento robotizado), otimização de processos produtivos, entre outros.

Citada por Pinho (1999), como um novo ramo da matemática, a lógica fuzzy tem como ponto fundamental a representação da lógica e da racionalidade humana na resolução de problemas complexos (Constantin (1997)).

Chiu (1994) afirmam que conforme o grau de incerteza de um problema aumenta, a capacidade de descrição de um modelo para resolução do mesmo decresce. Assim sendo, fez-se necessário o surgimento de uma teoria que fornecesse subsídios para a resolução de problemas com alto grau de incerteza, sem que informações importantes se perdessem durante a manipulação dos dados por incapacidade do modelo matemático em lidar com a incerteza inerente ao mesmo.

Segundo (Luna, 2002) realizou um estudo de um sistema não linear, tendo como exemplo um tanque com escoamento turbulento em sua saída, onde é realizada uma comparação entre técnicas de controle Fuzzy e PI.

Uma lei de controle para controlar as vibrações de uma viga em balanço é estabelecida utilizando a lógica fuzzy baseada em controle de espaço de estado restrito e independente. O efeito desta alteração é que o atuador nunca é chamado a aplicar o esforço que estão além dos limites de segurança, já o operador não tem que calcular os ganhos de controle segundo Manu Sharma (2005).

P Mayhan (1998) utilizou controles inteligente e materiais inteligente para criar um controlador adaptativo fuzzy para reduzir os níveis de vibrações da viga, quando a mesma tivesse sua massa alterada no sistema.

O trabalho realizado S.X.Xu (2004) teve como meta desenvolver um projeto para o controle ativo de estruturas utilizando atuadores e sensores piezoelétricos. Usou método dos elementos finitos para desenvolvimento estrutural da viga, do piezoelétrico e do sensor. Para gerar o controle utilizou-se matrizes em espaço de estado. Realizou-se também uma análise modal para esse sistema.

(Baral, 2011) utilizou em seu trabalho elementos de placa e um par de piezoelétricos para modelar e controlar uma estrutura do tipo viga. Utilizou o software *Ansys*[®]12 para gerar a malha de elementos finitos, determinou também onde seria o melhor local para a instalação dos piezoelétricos, chegando a conclusão que o melhor local seria perto do engaste da viga. Com isso conseguiu otimizar o ganho do controlador para obter um controle mais eficaz.

Malgaca (2008) simulou o controle ativo de uma estrutura inteligente. Utilizando o método dos elementos finitos para gerar um modelo de viga, contendo apenas um piezoelétrico. A perturbação do sistema ocorreu através de uma força aplicada na extremidade da viga. Simulou outra viga com dois piezoelétricos, sendo que um deles atuava no sistema como uma perturbação enquanto que o outro atuava como atuador, atenuando os níveis de vibrações da estrutura.

L.Malgaca (2009) utilizou soluções de elementos finitos para integração do controle, utilizando o *Ansys*[®]. utilizou também a resposta ao controle de velocidade direta. Testado em um sistema mecânico com 3 graus de liberdade sob uma entrada degrau. Os resultados da simulações obtidas são comparados com os resultados analíticos obtidos pelo método da transformada de Laplace.

Z.KIRAL (2008) aplicou o método dos elementos finitos para modelar uma viga engastada livre a fim de se determinar o deslocamento da extremidade livre da mesma. Para excitar a viga utilizou um braço robótico com um gatilho supressor que disparava uma corrente de ar. Utilizou dois sensores com feixes a laser para captar o deslocamento da ponta da viga. Foram utilizados um par de piezoelétricos para o controle ativo de vibrações. Os resultados numéricos estão de acordo com os resultados analíticos.

D.Chhabra (2011) fez o controle ativo de vibrações em uma estrutura tipo viga, utilizando sensores e atuadores piezoelétricos, modelou-se a viga utilizando método dos elementos finitos,

através do model de viga de Euler Bernoulli, as matrizes de massa e rigidez e formato de espaço de estado, já o controle utilizou alocação de pólos e LQR para abordagem do controle ótimo, observou-se que o controle utilizando LQR é muito eficaz no controle de vibrações.

T.Nestorovic (2010) estudo o controle ativo de estruturas inteligentes, utilizando piezoelétricos em aplicações de vibrações e atenuação de ruídos com potencial para o uso em engenharia mecânica e civil.

J.W.Sohn (2006) realizou análise dinâmica de uma estrututa tipo casco, nivelando as extremidades com a superfície ligadas ao piezoelétrico, o controle ativo de vibrações é utilizado para reduzir os níveis de vibrações, onde o método dos elementos finitos foi utilizado para determinar a equação de movimento da estrtura, a análise modal para investigar as características dinâmicas do casco, melhorando o ganho do controlador, os níveis de vibrações podem ser supridos com êxitos.

T.Kamada (1997) estudou estruturas inteligentes e realizou o controle ativo de vibrações em uma estrutura tipo prédio, onde o momento de flexão das colunas foi controlado pelos conjuntos de piezoelétricos integrados na colunas, reduzindo assim os níveis de vibrações sobre a estrutura.

M.SAHIN (2006) fez um estudo teórico e experimental sobre estruturas inteligentes tipo viga e placa, usou o modelo H_∞ , para realizar o controle de vibração livre e forçada.

X.M.Wang (2010) realizou um estudo experimental no controle ativo de estruturas inteligentes tipo placa. Simulou o piezelétrico e placa no *Ansys*[®] usando elementos finitos, fez análise modal e transiente do sistema.

1.2 Motivação do trabalho

- Apresentar uma técnica de controle ativo de vibrações;
- Realizar o controle ativo de uma viga com elementos piezelétricos;
- Trabalhar com aquisição de sinais utilizando a placa Dspace;
- Implementar um controlador fuzzy;
- Uso do software *Ansys*[®] para modelos de elementos finitos;
- Modelagem de compensadores PID e PD através da linguagem APDL Ansys.

1.3 Objetivo do trabalho

O presente trabalho tem como objetivo, realizar o controle ativo de uma estrutura do tipo viga utilizando atuador e sensor piezelétrico. Modelar um sistema massa mola e amortecedor. Ambas as estruturas serão modeladas. Na mesma plataforma de programação.

Implementar compensadores do tipo PID para controlar o sistema massa, mola e amortecedor. Um compensador PD para reduzir os níveis de vibração da extremidade livre da viga.

Programação e instalação do software e hardware da Dspace. Realizar análise modal e harmônica experimentais para se determinar os modos de vibração da estrutura e suas frequências naturais.

Projetar um compensador fuzzy através do simulink que possa ser utilizado para reduzir o níveis de vibração da estrutura tipo viga quando implementado no ensaio de vibração livre.

Realizar a comparação dos resultados do teste de vibração livre sem o compensador fuzzy e com o compesador para determinarmos se o compensador fuzzy foi efetivo para reduzir níveis de vibração da extremidade livre da viga.

1.4 Contribuição

Apresentou uma metodologia para modelagem da viga com elementos piezelétricos utilizando a linguagem APDL do Ansys.

É possível aplicar uma técnica de controle no modelo de elementos finitos usando a linguagem APDL do Ansys. Apresentou uma metodologia para o controle ativo de estruturas do tipo viga, usando a lógica fuzzy.

Contribuiu com a instalação do software e hardware e projeto de desenvolvimento dos filtros anti alising para aquisição de sinais da dspace.

Realizou-se o controle ativo da estrutura tipo viga. Utilizando o compesandor fuzzy para reduzir os níveis de vibração da extremidade livre da viga.

Capítulo 2

LÓGICA FUZZY

Este capítulo trata de uma abordagem sobre lógica Fuzzy, desde o seu surgimento até o controle ativo de uma estrutura do tipo viga.

2.1 Introdução

A lógica Fuzzy, também chamada de lógica nebulosa ou difusa, foi introduzida oficialmente no cenário acadêmico pelo professor Zadeh (1965), proporcionando novos parâmetros conceituais relacionados à teoria dos conjuntos matemáticos. Como resultado imediato desta nova maneira de interpretar dados, surge o conceito de grau de participação em um conjunto, inexistente na lógica convencional booleana.

O uso da teoria probabilística, inteligência artificial e redes neurais foram desenvolvidas para que pudessem representar o pensamento humano, ou seja, ligar a linguística e a inteligência humana, já que muito conceitos são melhores definidos por palavras do que pela matemática.

Utilizam-se conceitos subjetivos para classificar ou considerar certas situações como: siga em frente "*alguns metros*", o dia está "*parcialmente nublado*" e a classificação de outros termos como: "*alto*", "*baixo*", "*médio*", "*jovem*", e outros.

Nesses exemplos os termos entre aspas são Fuzzy, por serem fatos tidos como vagos e imprecisos. A lógica Fuzzy não é um estudo onde se pode dizer se algo é ou não verdadeiro, o mais apropriado seria dizer "*talvez seja verdadeiro*".

2.2 Conjuntos Fuzzy

A lógica Fuzzy tem como base os conjuntos difusos, que são representados pelas funções de pertinência ou funções características, no qual essas funções determinam o quanto a variável

ou elemento tem de importância dentro de um conjunto de variáveis, caso esse conjunto possua algum elemento.

Caso todos os elementos sejam do mesmo tipo é possível trabalhar com diversos conjuntos ao mesmo tempo, no caso todos os elementos tem que pertencer ao chamado conjunto universo.

Se B é um conjunto e x é um elemento pertencente a B , então a denotação para esse sistema fica sendo que $x \in B$, caso x não seja um elemento de B , então sua conotação é descrita como $x \notin B$.

Se B é um conjunto dos três primeiros números naturais impares, então sua conotação é descrita como $1 \in B$, $3 \in B$ e $5 \in B$, já $2 \notin B$, $4 \notin B$ e $6 \notin B$, isso são proposições verdadeiras.

Sendo assim podemos observar que a pertinência vincula o elemento ao conjunto e não uma relação dos elementos entre si.

Um conjunto difuso B e um universo de discurso U pode ser definido como um conjunto de pares ordenados, cada par formado por um elemento e seu grau de pertinência ao conjunto B :

$$B = \{(\mu_B(x)/x) | x \in U\} \quad (2.1)$$

2.3 Funções de Pertinência

Como apresentado, a pertinência diz quanto o elemento x pode ou não pertencer ao conjunto B , que é descrito pela função característica $\mu_B(x)$, em:

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in B \\ 0, & x \notin B \end{cases} \quad (2.2)$$

Essa função é chamada de função de pertinência ou função característica de B , é definida para todos os elementos do universo.

A função de pertinência representado pela Equação 2.2 percorre todo o universo de discurso U :

$$\mu_B : U \rightarrow \{0, 1\} \quad (2.3)$$

A função característica pode fornecer um papel importante na alocação de valores verda-

deiros a proposições referentes ao conjunto B .

2.3.1 Representação das funções de pertinência triangulares

As equações 2.2 a 2.4 são representações matemáticas das funções de pertinência triangulares.

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x < 2 \\ 4 - x, & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{se } x > 4 \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \\ 6 - x, & \text{se } 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{se } x < 2 \text{ ou } x > 6 \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 4 \\ x - 4, & \text{se } 4 \leq x \leq 6 \\ 1, & \text{se } x > 6 \end{cases} \quad (2.6)$$

Com: B-baixo, M-médio, A-alto.

A Figura 2.1 representa graficamente as funções de pertinência das equações 2.2 a 2.4.

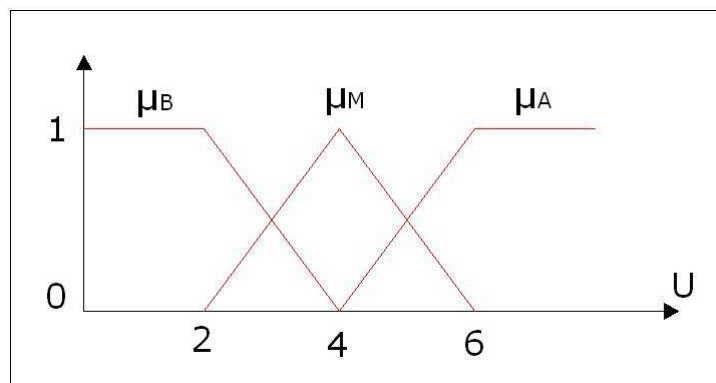


Figura 2.1: Representação das funções de pertinência triangulares para as condições baixo, médio e alto.

As figuras 2.2 a 2.6 apresentam as principais funções de pertinência utilizadas na lógica Fuzzy.

2.4 Funções Fuzzy

Como a lógica Fuzzy trabalha com valores contínuos em vez de valores discretos, faz a necessidade dos valores serem representados por conjuntos, e demonstrados através das funções.

2.4.1 Função singleton

A equação 2.7 é a representação matemática da função Singleton.

$$A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x = a \\ 0, & \text{se } x \neq a \end{cases} \quad (2.7)$$

A Figura 2.2 é a representação gráfica da equação 2.7.

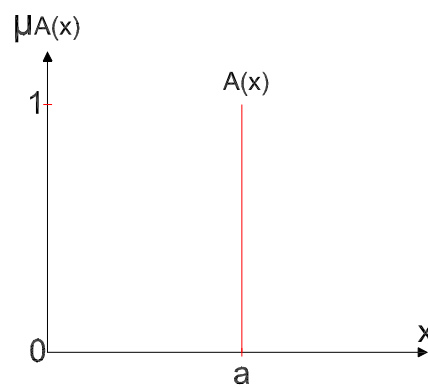


Figura 2.2: Representação gráfica da função singleton.

2.4.2 Função crisp

Representação matemática da função crisp é descrita pela equação 2.8

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ 1, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (2.8)$$

Cuja representação gráfica é mostrada na figura 2.3.

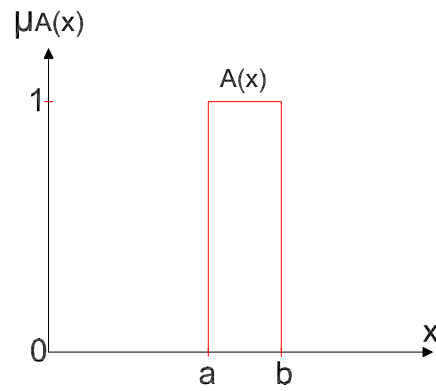


Figura 2.3: Representação gráfica da função crisp.

2.4.3 Função triangular

Representação matemática da função triangular é apresentada nas equações 2.9.

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{se } x \in [a, m] \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{se } x \in [m, b] \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (2.9)$$

A função triangular na forma gráfica é mostrada na Figura 2.4.

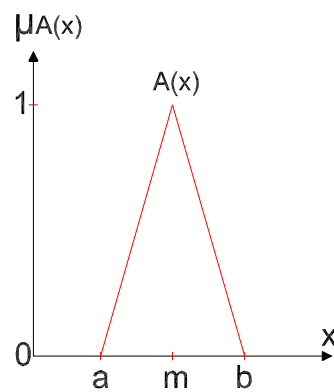


Figura 2.4: Representação da função triangular.

2.4.4 Função trapezoidal

Seja a representação matemática da função trapezoidal, a equação 2.10.

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{se } x \in [a, m] \\ 1, & \text{se } x \in [m, n] \\ \frac{b-x}{b-n}, & \text{se } x \in [n, b] \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (2.10)$$

Sua representação gráfica é mostrada na Figura 2.5.

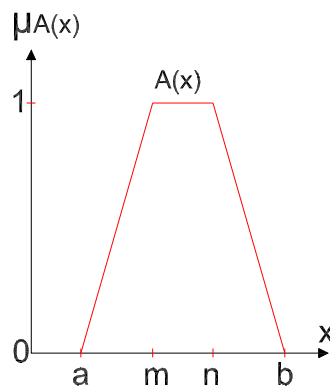


Figura 2.5: Representação da função trapezoidal.

2.4.5 Função gaussiana

A representação matemática da função gaussiana é mostrada na equação 2.11.

$$A(x) = e^{-k(x-m)^2} \quad (2.11)$$

Sua representação gráfica é mostrada na Figura 2.6.

2.5 Operações com Conjuntos Fuzzy

Na lógica difusa os valores não definidos e sua defuzzificação são distribuições descritas por funções de pertinência. Com isso faz-se necessário aplicar os operadores para os conjuntos Fuzzy. A teoria dos conjuntos clássicos utiliza diversos operadores como, união, intersecção,

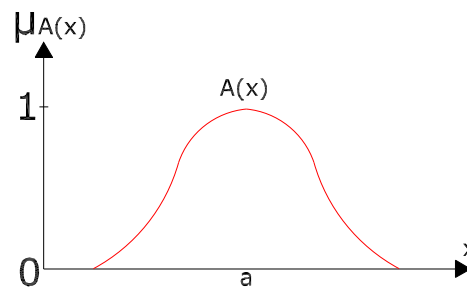


Figura 2.6: Representação da função gaussiana.

complemento, e outros. Sejam A e B dos conjuntos clássicos no universo de discurso U , então as seguintes operações de conjunto podem ser definidas como:

- Complemento de A , $\bar{A} = \{x | x \notin A\}$;
- Intersecção de A e B , $A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$;
- União de A e B , $A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$;
- Diferença de A e B , $A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$;
- Diferença simétrica de A e B , $A + B = (A - B) \cup (B - A)$;
- Definição n de A , $A^n = \underbrace{A \times \dots \times A}_{n\text{vezes}}$.

Se A e B são dois conjuntos Fuzzy, ao aplicar o operador "união" ou "or" a pertinência dos elementos ao conjunto união é obtida tomando-se o maior valor de pertinência dos dois conjuntos. Por exemplo se $\mu_A(x) = 0,3$ e $\mu_B(x) = 0,8$; então $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \max\{0,3; 0,8\}$, a pertinência de valor x a união difusa de A e B é $0,8$.

No caso da "intersecção" ou "and", o valor resultante da operação corresponde ao valor mínimo de pertinência aos dois conjuntos. Por exemplo se $\mu_A(x) = 0,3$ e $\mu_B(x) = 0,8$ então $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \min\{0,3; 0,8\}$, a pertinência do valor x a intersecção difusa de A e B é $0,3$.

Na operação "complemento" ou "not", toma-se o valor que complementa 1. Para o exemplo, a pertinência de x ao complemento do conjunto difuso A , é denotado por, \bar{A} é dada por $\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(x)$.

Noções como igualdade e inclusão de dois conjuntos Fuzzy são imediatamente derivados da teoria dos conjuntos clássicos.

Dois conjuntos Fuzzy são iguais se todos os elementos do universo tiverem o mesmo grau de pertinência em cada um deles.

Um conjunto Fuzzy A é um subconjunto de um conjunto Fuzzy B , se o elemento do universo de discurso tiver um grau menor de participação em A do que em B .

2.5.1 Definição: igualdade entre dois conjuntos

Dois conjuntos Fuzzy são iguais ($A = B$) se e somente se

$$\forall x \in X : \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (2.12)$$

Com: X sendo um conjunto com elementos $x_i, i = 1, 2, \dots$

2.5.2 Definição: sub conjuntos

A é um sub conjunto de B ($A \subseteq B$) se e somente se

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (2.13)$$

Na teoria dos conjuntos clássicos, as operações de união, intersecção e complemento são operações simples que são inequivocadamente definidas por:

- Complemento de A , $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$;
- Intersecção de A e B , $A \cap B$, $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$;
- União de A e B , $A \cup B$, $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$;

A ambiguidade decorre do fato de que os operadores lógicos "and" ou "e", "not" ou "não" terem uma semântica bem definida com base na lógica proposicional.

Na teoria dos conjuntos Fuzzy essa interpretação não é tão simples, porque os grau da função característica são utilizados .

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad (2.14)$$

$$\forall x \in X : \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad (2.15)$$

$$\forall x \in X : \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad (2.16)$$

As operações de extensão são muito simples. Outras comparações de extensões são possíveis, $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$ ou $\mu_{A \cup B}(x) = \min(1, \mu_A(x) + \mu_B(x))$, as definições para as alternativas da operação de intersecção são nitidas na Equação 2.17.

$$\mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \\ \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1) \\ \frac{\mu_A(x)\mu_B(x)}{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}(\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x))} \end{cases} \quad (2.17)$$

Para ilustrar isso, usamos um exemplo de Nauta Lemke (1999) onde foi apresentado a filosofia do controle Fuzzy. Primeiro considera-se a Figura 2.7.

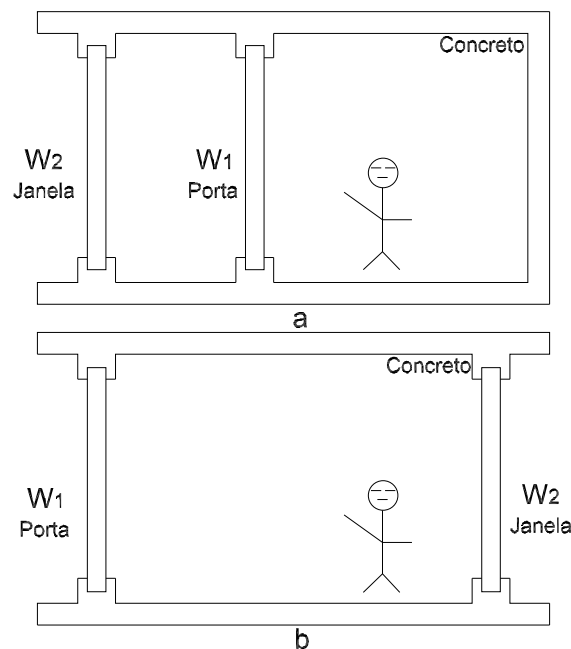


Figura 2.7: Dois tipos diferentes de cela. Caso (a) representa o operador "and", caso (b) representa o operador "or".

Há duas questões, (a) o quão é fácil para a pessoa escapar da sua cela na prisão, (b) quão

fácil é para a luz solar entrar na cela da prisão.

Suponha que W_1 represente uma porta por onde é muito difícil de escapar $(0, 1; \text{fácil})$, sendo W_2 uma janela por onde é mais fácil de escapar $(0,3 ; \text{fácil})$. Suponhamos também que a janela W_1 esteja a esquerda, tal que a luz solar possa penetrá-la $(0, 6; \text{fácil})$, enquanto que W_2 está limpo $(0, 9; \text{fácil})$.

A Figura que possui janela e porta representa o caso (a) onde a questão sobre a primeira resposta será $\min(0, 1; 0, 3) = 0, 1$. Onde não se leva em conta o fato de que a pessoa tem que ser rápida ou fica cansada, o que torna o resultado, provavelmente, menor de 0,1. No caso onde a luz solar penetra pela janela, será de $0, 6 \times 0, 9 = 0, 54$, realizando a operação de produto.

Assim , a operação "and", pode ser descrita por mínimo e de produto, dependendo da aplicação.

A Figura que possui a porta do lado esquerdo e a janela do lado direito representa o caso (b), representa o operador "or". A pergunta (1) pode ser respondida utilizando o operador de máxima. A questão (2) exige uma operação como, $0, 6 + 0, 9 - 0, 6 \times 0, 9 = 0, 96$.

Mas genericamente, as normas triangulares (T-normas e S-normas), são usadas para representar a intersecção, união e complemento, Schweizer (1961).

Tabela 2.1: Operação com os operadores "and" e "or" referentes as celas (a) e (b).

Janela	Escape	Penetrar
W_1	0, 1	0, 6
W_2	0, 3	0, 9

Então $T(a, b)$ é a T-norma de a e b . Uma T-norma refere-se ao operador intersecção mais geral. Outras representações são $I(a, b)$, a partir de Kandel (1979) e $K(a, b)$, a partir de Dombi (1982). Usaremos $a \hat{\star} b$, após Dubois (1982) deixar claro que uma T-norma é um operador binário.

2.5.3 Definição: norma triangular

Uma norma triangular ou uma T-norma $\hat{\star}$, indica uma classe de funções binárias que podem representar as operações de intersecção e satisfaz os seguintes critérios:

- $T - 1: a \hat{\star} b = b \hat{\star} a;$
- $T - 2: (a \hat{\star} b) \hat{\star} c = a \hat{\star} (b \hat{\star} c);$
- $T - 3: a \leq c \text{ e } b \leq d \text{ implica } a \hat{\star} b \leq c \hat{\star} d;$
- $T - 4: a \hat{\star} 1 = a.$

De $T - 3$ segue-se para a , $0 \hat{\star} a \leq 0 \hat{\star} 1$, portanto, com $T - 4$, $0 \hat{\star} a = 0$.

Exemplo de T-norma são $\min(a, b)$, ab , $\max(0, a + b - 1)$, e com outras bases em três.

Outra propriedade que por sua vez é utilizada é a propriedade Archimedes, definida no item 2.5.4.

2.5.4 Definição: T-norma Arquemediano

Uma T-norma é dita ser Arquemediano se satisfaz $T - 1$ a $T - 4$, juntamente com:

- $T - 5: \forall a \in (0, 1) : a \hat{\star} a < a$;

T-normas satisfazem a forma de propriedades de Arquimedes, uma classe matematicamente muito interessante, nos casos de T-normas que são estritamente crescentes em cada um de seus argumentos, Schweitzer (1961) demonstraram que existe uma função contínua e decrescente, $f : [0, 1] \rightarrow [0, \infty)$ tal que $f(0) = \infty$, $f(1) = 0$ e $a \hat{\star} b = f^{-1}(f(a) + f(b))$.

Quando as T-normas são restritas, a função inversa f^{-1} não existe. $S(a, b)$, é uma S-norma, também notada por $U(a, b)$, $d(a, b)$ ou ab .

Uma S-norma pode ser considerada como o operador de união mais geral.

2.5.5 Definição: co-norma ou s-norma

Uma co-norma triangular ou S-norma \star , denota uma classe de funções binárias, que podem representar a operação de união.

Os três primeiros critérios das T-normas satisfazem a $S - 1$ a $S - 3$ são iguais a $T - 1$ a $T - 3$, mas:

- $S - 4: a \star 0 = a$;

Facilmente decorre este critério, juntamente com o critério $T - 3$, que para qualquer um, $1 \star a = 1$. Existe a relação entre T-norma e S-norma.

$$a \hat{\star} b = 1 - ((1 - a) \star (1 - b)) \quad (2.18)$$

Quando T-norma e S-norma satisfazem esta propriedade, em seguida, cada um é o conjunto do outro. Um exemplo é mínimo e máximo, uma outra operação é o produto.

$$a \star b = a + b - a.b \quad (2.19)$$

Um critério de discussão mais extenso $T - 1$ a $T - 4$ e $S - 1$ a $S - 4$, pode ser encontrado em Bellman (1973).

O complemento é designado por $C(a)$, onde C é a operação de complemento mais geral.

2.5.6 Definição: operação de complemento

A operação de complemento C deve satisfazer.

- $c - 1$: $C(0) = 1$;
- $c - 2$: $a < b \implies c(a) > c(b)$;
- $c - 3$: $C(C(a)) = a$.

Por isso, $C(1) = C(C(0)) = 0$

Em vez de "mínimo" e "máximo", os operadores de intersecção, união e complemento sofrem uma mudança:

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \hat{\star} \mu_B(x) \quad (2.20)$$

$$\forall x \in X : \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \star \mu_B(x) \quad (2.21)$$

$$\forall x \in X : \mu_{\bar{A}}(x) = C(\mu_A(x)) \quad (2.22)$$

Estas T -normas e S -normas incorporam muitos operadores, até mesmo as classes de operadores da família T_p da família Schweitzer (1961).

2.5.7 Definição: família T_p

A família T_p da T -norma é definida por:

$$T_p(a, b) = 1 - [(1 - a)^p + (1 - b)^p - (1 - a)^p \cdot (1 - b)^p]^{1/p} \quad (2.23)$$

Com $p \in \mathfrak{R}$.

Para $p = 1$, $T_1(a, b) = a.b$, e

$$\lim_{p \rightarrow 0} T_p(a, b) = T_w(a, b) \quad (2.24)$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} T_p(a, b) = T_{min}(a, b) \quad (2.25)$$

Onde T_w é a função quadrática unitária dada por:

$$T_w(a, b) = \begin{cases} a & \text{para } b = 1 \\ b & \text{para } a = 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.26)$$

Esta operação T_w , pode ser considerada como a mais "pessimista" operação para a T -norma.

2.5.8 Definição: família H_λ

Na família H_λ da T -norma o produto de Hamacher (1975) é definido como:

$$H_\lambda(a, b) = \frac{a.b}{\gamma + (1 - \gamma).(a + b - a.b)} \quad \gamma \geq 0 \quad (2.27)$$

Assim, H_1 é o produto, e o $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} = T_w(a, b)$.

Esta T -norma é usada no sistema Fuzzy de classificação (FUCS), para combinar as propriedades em um ambiente multidimensional.

Utiliza-se H_0 , como

$$H_0(a, b) = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 1} = \frac{a.b}{a + b - a.b} \quad (2.28)$$

A família S_λ de S -norma Sugeno (1985) é dado pela equação 2.29.

$$S_\lambda(a, b) = \min(1, a + b + \lambda.a.b), \quad \lambda \geq -1 \quad (2.29)$$

2.6 Operações e Relações Fuzzy

As relações Fuzzy são muito importante no controle difuso, porque elas podem descrever as interações entre as variáveis. Isto é particularmente interessante quando se utiliza as regras "Se" e "Então".

Descreveremos essas relações como sendo uma relação Fuzzy, isso ocorre no controle difuso. A seguir veremos algumas definições.

Definindo as relações binarias R e S .

Tabela 2.2: $R = "x \text{ consideravelmente maior que } y"$

x_0	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,8	1	0,1	0,7
x_2	0	0,8	0	0
x_3	0,9	1	0,7	0,8

Tabela 2.3: $S = "y \text{ muito perto de } x"$

x_0	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,4	0	0,9	0,6
x_2	0,9	0,4	0,5	0,7
x_3	0,3	0	0,8	0,5

Duas operações nas relações Fuzzy são definidas: a operação de intersecção e a operação de união.

2.6.1 Definição das relações binárias

Seja R e S relações binarias definidas por x e y , a intersecção de R e S é definida por:

$$\forall (x, y) \in X \times Y; \mu_{R \cap S}(x, y) = \min(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)) \quad (2.30)$$

Em vez de se utilizar o valor mínimo, uma T -norma pode ser utilizada.

2.6.2 Definição da relação de união

A união de R e S é definida por:

$$\forall (x, y) \in X \times Y; \mu_{R \cup S}(x, y) = \max(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)) \quad (2.31)$$

Em vez de utilizar o valor máximo uma S -norma pode ser utilizada. Por exemplo: A intersecção da relação R e S é denotada por " x consideravelmente maior que y " e " y muito próximo de x ". Para a relação entre R e S é dada pelas Equações 2.4 e 2.5.

Tabela 2.4: Intersecção do conjunto $R \cap S$.

x_0	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,4	0	0,1	0,6
x_2	0	0,4	0	0
x_3	0,3	0	0,7	0,5

Suponha que a T -norma H_0 é a referência as Equações 2.27 e 2.28 são utilizadas em vez da operação mínimo para representar a intersecção.

O resultado pode ser visto na Tabela 2.5.

Tabela 2.5: Intersecção dos conjuntos $R \cap S$.

x_0	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,3636	0	0,989	0,4773
x_2	0	0,3636	0	0
x_3	0,2903	0	0,5957	0,4444

No exemplo de união a relação R e S é denotada por " x consideravelmente maior que y " e " y muito perto de x ", podemos observar que:

Suponha que o método de Sugeno (1985) S_{-1} , Equação 2.29, seja aplicado.

$$S_{-1}(a, b) = (a + b - a.b) \quad (2.32)$$

Tabela 2.6: União dos conjuntos $R \cup S$.

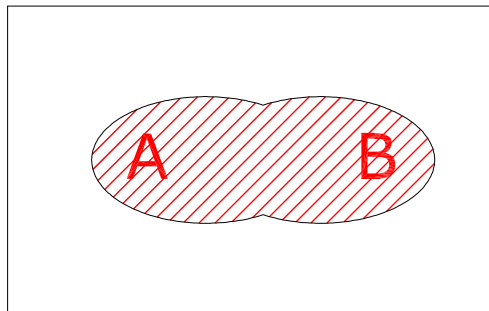
x_0	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,8	1	0,9	0,7
x_2	0,9	0,8	0,5	0,7
x_3	0,9	1	0,8	0,8

O resultado é:

Tabela 2.7: União dos conjuntos $R \cup S$.

x_0	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0,88	1	0,91	0,88
x_2	0,9	0,88	0,5	0,7
x_3	0,93	1	0,94	0,9

2.6.3 União do conjunto A e B

**Figura 2.8:** União do conjunto A e B.

Caso A e B sejam dois conjuntos Fuzzy no universo de discurso U com suas funções de pertinência $\mu_A(x)$ e $\mu_B(x)$, a união dos dois conjuntos é dada pela Equação 2.33:

$$A \cup B = \{(max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}/x) | x \in U\} \quad (2.33)$$

A função de pertinência de x ao conjunto união de A e B é :

$$\mu_{A \cup B} = max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (2.34)$$

Caso A e B sejam dois conjuntos Fuzzy no universo de discurso U com funções de perti-

nência $\mu_A(x)$ e $\mu_B(x)$, a intersecção dos dois conjuntos é dada pela Equação 2.35.

$$A \cap B = \{(\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}/x) | x \in U\} \quad (2.35)$$

2.6.4 Intersecção do conjunto A e B

Seja a Figura 2.9 representando a intersecção do conjuntos A e B .

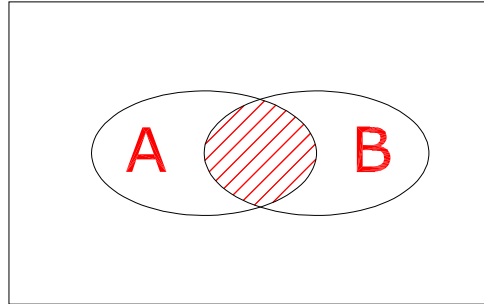


Figura 2.9: Intersecção do conjunto A e B.

A função de pertinência de x ao conjunto intersecção de A e B é:

$$\mu_A \cap \mu_B = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (2.36)$$

2.6.5 Complemento do conjunto A

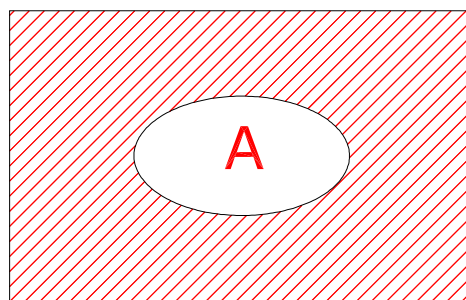


Figura 2.10: Complemento do conjunto A .

Caso A seja um conjunto Fuzzy no universo de discurso U com uma função de pertinência $\mu_A(x)$, o complemento do conjunto A é o conjunto \bar{A} definido por:

$$\bar{A} = \{(1 - \mu_A(x)/x) | x \in U\} \quad (2.37)$$

A função de pertinência de x do conjunto \bar{A} representada pela Figura 2.10, é:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.38)$$

Neste caso a função "max" tem o valor máximo dos graus de pertinência.

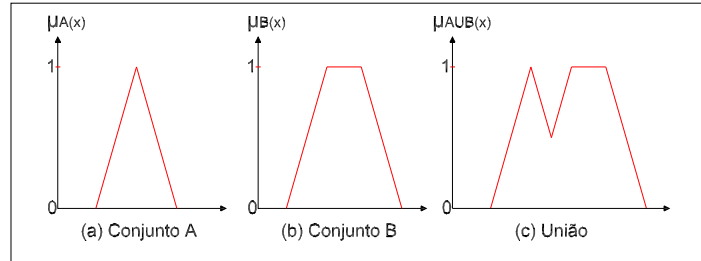


Figura 2.11: Operador de união do conjunto A e B.

Neste caso a função "min" tem o valor mínimo dos graus de pertinência.

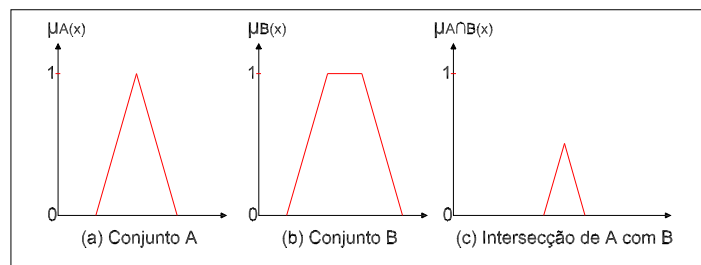


Figura 2.12: Operador de intersecção do conjunto A e B.

2.7 Variáveis Linguísticas

A palavra variável linguística quer dizer que um valor pode ser representado por uma palavra ou por uma frase. Como exemplo a palavra idade, que é um tipo de variável linguística, e representa, dentro de um conjunto, qual seria a idade de uma pessoa. É possível também se ter as subvariáveis dessa variável como por exemplo criança, jovem, adulto e idoso, as variáveis substituem os números, que no caso poderiam representar as subvariáveis como, 10, 15, 25 e 80.

A forma de utilização das variáveis linguísticas dependem basicamente da definição das propriedades sintáticas e semânticas, que regem o comportamento do sistema de conhecimento Fuzzy.

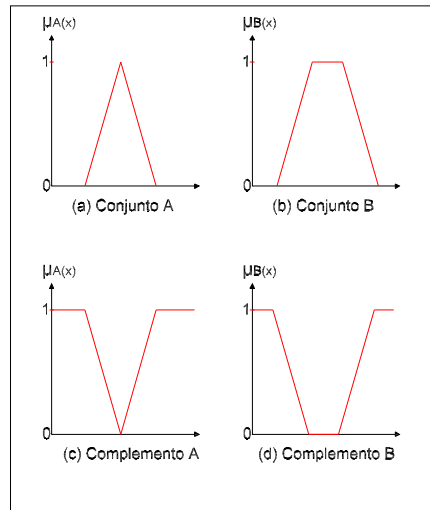


Figura 2.13: Operador de complemento do conjunto A e B.

As propriedades sintáticas definem o formato em que serão armazenadas as informações linguísticas Fuzzy. Elas proporcionam a criação de uma base de conhecimento contendo várias sentenças estruturadas, sistematizando os processos de armazenamento, busca e processamento dos dados existentes.

Os termos primários definidos para uma dada variável linguística formam a sua estrutura de conhecimento, chamada de partição Fuzzy desta variável.

A Figura 2.14 é um exemplo de partição Fuzzy de uma variável linguística chamada velocidade, onde o seu universo de discurso é uma escala de velocidade em km/h, nos intervalos entre 0 e 50 km/h.

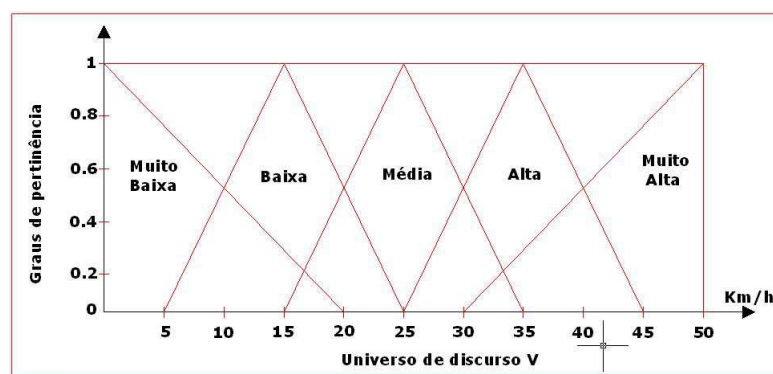


Figura 2.14: Partição Fuzzy de uma variável linguística representando a velocidade.

As propriedades semânticas especificam de que modo é extraído e processado o conhecimento, armazenando na forma de declarações condicionais Fuzzy, ou regras de produção Fuzzy, contidos na estrutura definidas pelas propriedades sintáticas.

Uma variável linguística, como seu próprio nome sugere, é uma variável cujos valores são palavras ou sentenças em uma linguagem natural ou sintética. Na expressão "*a velocidade de um carro*", velocidade é uma variável linguística e seus valores: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

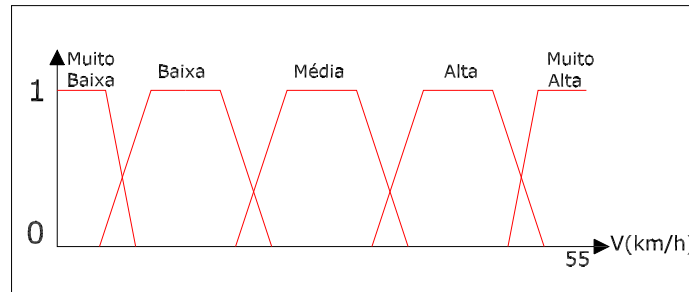


Figura 2.15: Valores linguísticos da variável difusa velocidade.

Cada valor de uma variável linguística representa um conjunto Fuzzy em um universo de discurso. Uma variável linguística está formada por cinco partes, $(x, T(x), U, G$ e $M)$.

Com:

x : Nome da variável; $T(x)$: Conjunto de valores linguísticos de x ; U : Universo de discurso em que se define $T(x)$; G : Regra sintática para gerar os nomes dos valores de x ; M : Regra semântica para associar cada valor a seu significado.

2.8 Regras Fuzzy

A construção de um sistema de lógica Fuzzy é baseado na idéia de incorporar o conhecimento de especialistas. Logo a estratégia de controle é representada por um conjunto de regras de decisão.

As regras são compostas por sentenças condicionais do tipo "*If*" e "*Then*". Consiste em uma ou mais variáveis de entrada associadas ao conjunto nebuloso, e uma ou mais variáveis de saída associadas a conjuntos nebulosos. As variáveis de entrada podem ser concentradas por operadores lógicos "*and*". Um exemplo pode ser claramente visualizado na frase a seguir:

"Se a temperatura está muito alta, ligar o ar condicionado em muito frio".

Esta regra pode ser descrita em termos de variáveis linguísticas da seguinte forma:

Se temperatura = alta então ar condicionado = frio.

2.9 Estrutura do sistema lógico Fuzzy

A estrutura de todo o sistema lógico Fuzzy está baseada em três operações que estão explícitas na Figura 2.16, adaptada por Cox (1995).

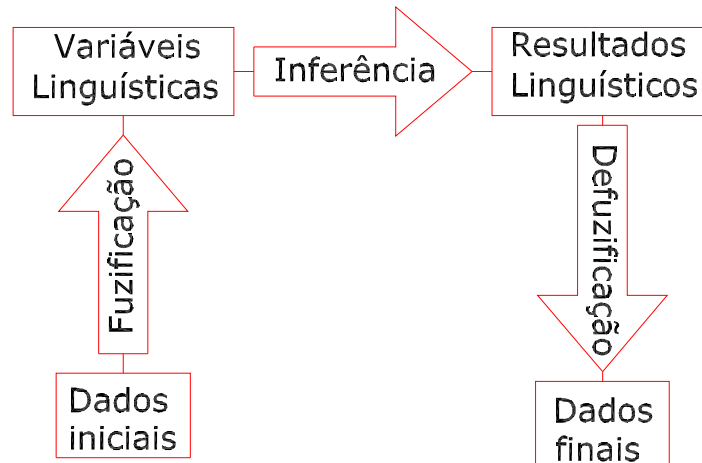


Figura 2.16: Estrutura do sistema lógico Fuzzy.

2.9.1 Fuzificação

Este é o primeiro passo do sistema lógico Fuzzy, chamado de fuzificação. Este passo corresponde a transformação dos dados de entrada iniciais em suas respectivas variáveis linguísticas. Nesta etapa, todas as informações relativas à imprecisão ou incerteza associadas a estas variáveis devem ser consideradas conforme mencionado por Jane (2004).

Pinho (1999) diz que especialistas da área estudada sejam consultados durante a atribuição de valores relacionados aos graus de pertinência para cada uma das variáveis em estudo, contribuindo assim para maior precisão nos resultados.

A Figura 2.17 exemplifica o processo de fuzificação das informações relativas a idade de um indivíduo, através de três funções de pertinência.

Nota-se portanto, que as informações iniciais referentes ao valor numérico da idade de um indivíduo, através de um processo de fuzificação são transformados em variáveis linguísticas, podendo a partir deste momento ser utilizadas no processo de inferência. A Tabela 2.8 demonstra como podem se expressar estas variáveis linguísticas, em função dos respectivos vetores de graus de pertinência. Nelas observa-se os valores assumidos pelas variáveis durante o processo de fuzificação. Outra maneira de representar o valor de uma variável linguística é através de palavras, ou vetores de pertinência.

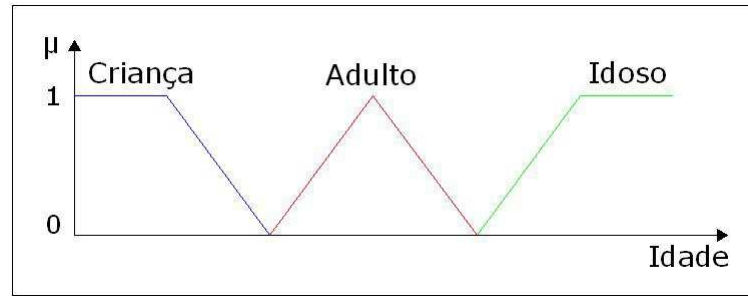


Figura 2.17: Variáveis linguística idade e sua funções de pertinência.

Tabela 2.8: Atribuição de valores à variável linguística idade.

Idades(anos)	Valor atribuído para a variável Linguística grau de pertinência	Vetor grau de pertinência (criança, adulto e idoso)
10	Criança = 1,0 Adulto=0,0 Idoso=0,0	(1,0 ; 0,0 ; 0,0)
17	Criança = 0,5 Adulto=0,5 Idoso=0,0	(0,5 ; 0,5 ; 0,0)
23	Criança = 0,0 Adulto=1,0 Idoso=0,0	(0,0 ; 1,0 ; 0,0)
41	Criança = 0,0 Adulto=0,5 Idoso=0,5	(0,0 ; 0,5 ; 0,5)
60	Criança = 0,0 Adulto=0,0 Idoso=1,0	(0,0 ; 0,0 ; 1,0)

2.9.2 Inferência Fuzzy

Após definido os valores iniciais para as variáveis linguísticas, segue-se com a fase denominada inferência Fuzzy, onde a finalidade é relacionar as possíveis variáveis entre si, através de regras estabelecidas, cumprindo assim com os objetivos do algoritmo.

Segundo ? é possível separar esta fase em duas etapas, a etapa de "agregação" e "composição". A primeira etapa está relacionada com a chamada parcela "Se" das regras que irão reger o processo de inferência, e a segunda etapa esta relacionada à parcela "Então", do conjunto de regras chamado, "Se-Então".

2.9.3 Agregação

- Parcela "Se";
- Define a validade de uma regra para o caso estudado.

2.9.4 Composição

- Parcela "Então";
- Define o resultado obtido depois de feita a inferência.

Toma-se como exemplo duas entradas "Temperatura" (T) e "Pressão" (P), cada qual descrita em um universo de discurso por três funções triangulares, nomeadas de "alta" (A), "média" (M) e "baixa" (B).

São dadas duas regras em que:

R_1 : Se T é A e P é B então ...

R_2 : Se T é M e P é B então ...

A Figura 2.18 representa graficamente a "fuzzificação" de duas entradas T e P , as quais são os valores da temperatura e da pressão, respectivamente. Pode-se observar na Figura 2.18 que a

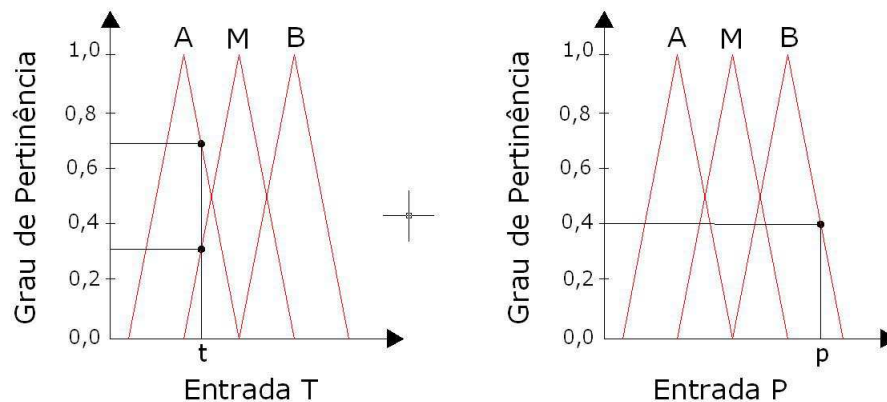


Figura 2.18: Fuzzificação das entradas T e P .

"fuzzificação" das entradas T e P , quando aplicada em ambas as regras, obtém-se os valores de pertinência das intersecções entre as linhas verticais das entradas com os conjuntos.

Com isso, o resultado da "fuzzificação" para ambas as regras fica:

Primeira regra:

R_1 : Se $T = t$ é A e $P = p$ é B então...

R_1 : Se $\mu_A(t) = 0,7$ e $\mu_B(p) = 0,4$ então ...

Segunda regra:

R_2 : Se $T = t$ é M e $P = p$ é B então...

R_2 : Se $\mu_M(t) = 0,25$ e $\mu_B(p) = 0,4$ então ...

Logo, a etapa de "fuzzificação" das entradas é o cálculo dos antecedentes de todas as regras, através da conversão de valores numéricos em valores de pertinência do conjunto envolvido nas posições das regras.

2.9.5 Combinação das entradas nas regras Fuzzy

Nas regras Fuzzy são utilizados os conceitos "And" e "Or", cuja implementação é realizada por meio das normas e co-normas triangulares. Como visto anteriormente, essas normas possuem várias aplicações.

As Equações 2.39 e 2.40 representam os operadores originais proposto por Zadeh (1997). Estes operadores apresentam como vantagem, admitir combinações entre duas posições Fuzzy iguais, não ignorando redundâncias:

$$\mu_A \cup \mu_A = \max[\mu_A(x); \mu_A(x)] = \mu_A(x) \quad (2.39)$$

$$\mu_A \cap \mu_A = \min[\mu_A(x); \mu_A(x)] = \mu_A(x) \quad (2.40)$$

Por outro lado, quando as proposições fuzzy não são iguais, mas correlacionadas, outros operadores podem ser utilizados. Neste caso, pode-se utilizar os operadores propostos por Lukasiewicz(1987), que são apresentados nas Equações 2.41 e 2.42.

$$\mu_A \cup \mu_B = \max[\mu_A(x) + \mu_B(x); 1] \quad (2.41)$$

$$\mu_A \cap \mu_B = \min[\mu_A(x) + \mu_B(x) - 1; 0] \quad (2.42)$$

Dadas duas proposições indicadas da forma "o homem é baixo e o homem é alto", por exemplo, espera-se que a combinação entre elas resulte em um conjunto vazio, uma vez que um homem não pode ser alto e baixo ao mesmo tempo Meola (2005).

As Figuras 2.19 e 2.20 representam os operadores de conectivo "And" segundo Zadeh (1997).

Vale ressaltar que a escolha das normas e co-normas triangulares para representar os conectivos "And" e "Or" depende do contexto da relação entre as variáveis.

2.9.6 Parte consequente de cada regra

A parte consequente de cada regra é conseguida através do uso de algum operador de implicação. Os mais utilizados são Mandani(1974), Larsen(1980) e Ferreira (2004). Normal-

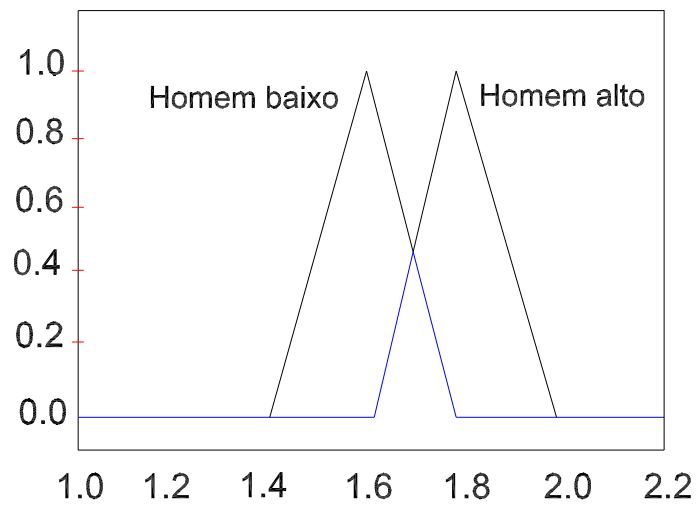


Figura 2.19: Representação gráfica do operador do conectivo AND segundo Zadeh (1997).

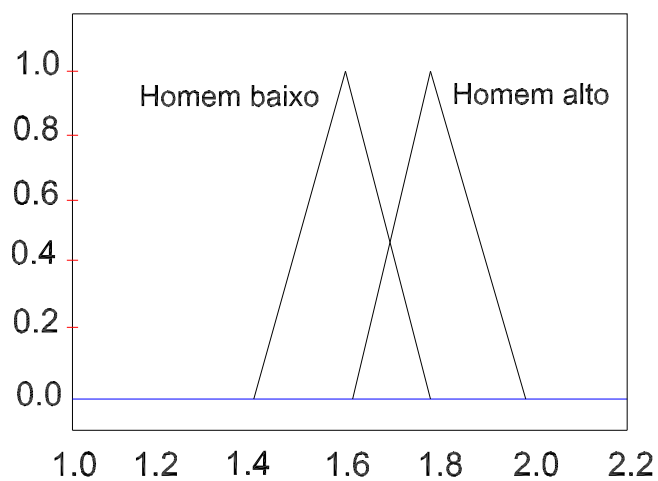


Figura 2.20: Representação gráfica do operador do conectivo AND segundo Lukasiewicz(1997).

mente a implicação significa uma relação de casualidade, ditada pela sentença "Se Então", em que o sentido da proposição ou sentença tem que ser mantido para representar o conhecimento a respeito do sistema. Então, a implicação Fuzzy, ou condição de estado Fuzzy, assume a seguinte forma:

Se x é A então y é B ou $A \geq B$

A e B são valores linguísticos definidos por conjuntos Fuzzy no universo de discurso x e y , respectivamente. A implicação Fuzzy se divide em duas partes, uma chamada de antecedente ou premissa x é A e outra denominada de conseqüente ou conclusão y é B .

A regra Fuzzy pode ser definida como uma relação binária Fuzzy R no produto do espaço x e y , uma vez que descreve a relação entre duas variáveis x e y . Portanto, $A \geq B$ deve ser definido ponto a ponto, isso é feito através dos operadores de implicação Fuzzy. Lee (1990) reporta mais de 40 maneiras distintas para a representação da função de implicação Fuzzy. Os operadores mais comuns estão apresentados na Tabela 2.9.

Tabela 2.9: Operações mais comuns.

Referência	$x \geq y$
Larsen (1980)	$x.y$
Zadeh (1975)	$\min(1 - x, \min(x, y))$
Mandani (1974)	$\min(x, y)$
Lukaseiwicz (1987)	$\min(1 - x + y, 1)$
Kleene (1938)	$\max(1 - x, y)$
Reichenback	$1 - x + x.y$
Godel (1999)	y , se $x > y$ ou 1, caso contrario
Gaines (1978)	1 se $x < y$ ou 0 caso contrario

2.9.7 Combinação de todas as partes do conseqüente

As saídas de todas as regras devem ser combinadas para obter a distribuição de saída Fuzzy. Geralmente é utilizado o operador de união.

A combinação de uma regra Fuzzy é feita em uma relação Fuzzy que é chamada de agregação, é possível agregar a regra de diferentes maneiras.

Para a implicação de Mandani(1974), a agregação "Se não", é adotada como sendo o operador de união das regras, que faz uso das T -normas. A agregação pode também assumir o operador de intersecção, utilizando as S -normas. Quando se utilizam relações de implicação de Mandani(1974) e Larsen(1980), com inferência generalizada de modos, o conseqüente da regra resulta em um conjunto Fuzzy de saída. A agregação nestes casos, pode ser a união ou

intersecção dos conjuntos dos consequentes de cada regra, resultando em um novo conjunto Fuzzy.

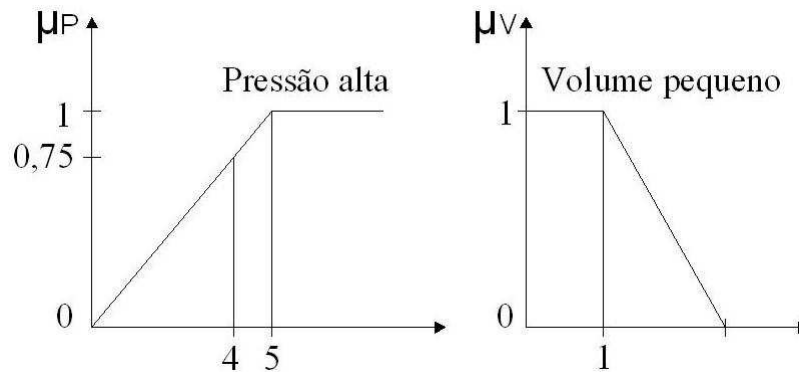


Figura 2.21: Exemplo de implicação Fuzzy.

Da Figura 2.21 tem-se que:

Se $x = 4 \rightarrow$ pressão alta $\mu_p = 0,75$

Se $y = 1 \rightarrow$ volume pequeno $\mu_v = 1$

Pelo método de Gödel(1999) a implicação resulta no valor de pertinência máximo, valor 1, ao passo que pelo método de Larsen o resultado resulta no valor de pertinência mínimo, valor 0,75.

2.10 Defuzificação

Em muitos casos é desejável que a saída do sistema não seja Fuzzy e sim uma saída definida. A etapa de "defuzificação" mapeia a saída Fuzzy em um valor definido. Teixeira (2001) cita que muito autores tem sugerido diferentes métodos de "defuzificação", sendo que a escolha do mesmo influencia significativamente na velocidade e acuracidade do controlador Fuzzy. Segundo ? a defuzificação é a tradução de um resultado linguístico do processo de inferência fuzzy, em um valor numérico. Porém, Cox (1995) fornece uma outra interpretação para o termo defuzificação.

O processo de conversão de um número Fuzzy gera um número real. Dentre os vários processos de defuzificação encontrados na literatura, pode-se citar o método baseado em variáveis linguísticas e chamado de centro-de-máximo.

Apresentado por ? este método é caracterizado pela relação entre o valor linguístico e seu correspondente valor real.

Algumas estratégias de "defuzificação" serão apresentadas nos itens 2.10.1 e 2.10.2.

2.10.1 Método do centro de área - COA

O método do centro de gravidade, centróide, ou método do centro de área, que consiste em vários passos. Inicialmente, um ponto centróide sobre o eixo $X's$ é determinado para cada função de pertinência de saída. Então as funções de pertinência são limitadas em altura pela força da regra aplicada, e as áreas das funções de pertinência são calculadas. A saída sofre a defuzificação, derivada por uma média ponderada dos pontos centróides do eixo $X's$ e as áreas calculadas, com as áreas servindo como pesos. O método do centro de área calcula para um dado conjunto Fuzzy de saída, proveniente de uma base de conhecimento processada, a abscissa (no universo de discurso definido para a variável em questão), do ponto de centro de área correspondente, e a utiliza como um valor escalar de saída.

Produzindo uma ação de controle com uma função de pertinência dada por $\mu_c(z)$, o método do centro de área calcula o centro de gravidade para a ação de controle utilizando a seguinte expressão:

$$Z^* = \frac{\sum_{j=1}^q z_j \mu_c(z_j)}{\sum_{j=1}^q \mu_c(z_j)} \quad (2.43)$$

em que o termo q corresponde ao número de níveis de quantização de saída, ou seja; é o número de regras cujo o valor da função de pertinência é maior do que zero, z_j é a soma das saídas de controle no nível de quantização j , e $\mu_c(z_j)$ representa o valor da função de pertinência em c . Em outras palavras este método atribui o centro de área da saída difusa final ao valor que sofreu a defuzificação.

Aplicando a equação 2.43, tem-se:

$z_1 = 20$ - centróide da saída 1;

$z_2 = 50$ - centróide da saída 2;

$\mu_c(z_1) = 0,28$ - pertinência do centróide de saída 1;

$\mu_c(z_2) = 0,19$ - pertinência do centróide de saída 2.

$$Z^* = \frac{20 \times 0,28 + 50 \times 0,19}{0,28 + 0,19} \quad (2.44)$$

Outra maneira de determinar o valor das saídas é:

Supondo a competição das saídas 1 e 2 com aplicação das forças das regras de 0,6 e 0,4 respectivamente.

Defuzificação do método COA:

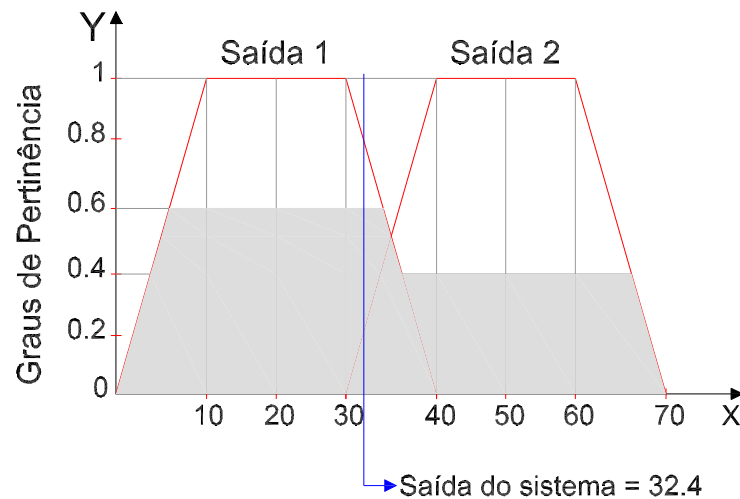


Figura 2.22: Desfuzzificação pelo método COA.

- 1) Eixo - X centróide da saída 1 = 20
- 2) Eixo - X centróide da saída 2 = 50
- 3) Força aplicada na saída 1 = 0,6
- 4) Força aplicada na saída 2 = 0,4
- 5) Área sombreada da saída 1 = $0,6(40+28)/2 = 20,4$
- 6) Área sombreada da saída 2 = $0,4(40+32)/2 = 14,4$
- 7) Média ponderada

$$\frac{20,4(20) + 14,4(50)}{20,4 + 14,4} = 32,4 \quad (2.45)$$

2.10.2 Método da média dos máximos - MOM

A aplicação do método da média dos máximos, é o valor para realizar a ação de controle obtido tomando-se o ponto médio dos valores de pertinência máximos.

Este método gera como valor da desfuzzificação a média de todos os valores que alcançam o mesmo máximo na saída difusa final, como mostra a Figura 2.23.

Para este caso calcula-se

$$Z^* = \sum_{j=1}^l \frac{z_j}{l} \quad (2.46)$$

Sendo l é o número de valores quantizados, cuja função de pertinência é máxima conforme Oliveira(2003). No método da média dos máximos, o valor numérico da saída correspondente ao ponto do universo de discurso que corresponde à média dos pontos de máximos locais da função de pertinência do conjunto de saída, produzida pelo processo de inferência.

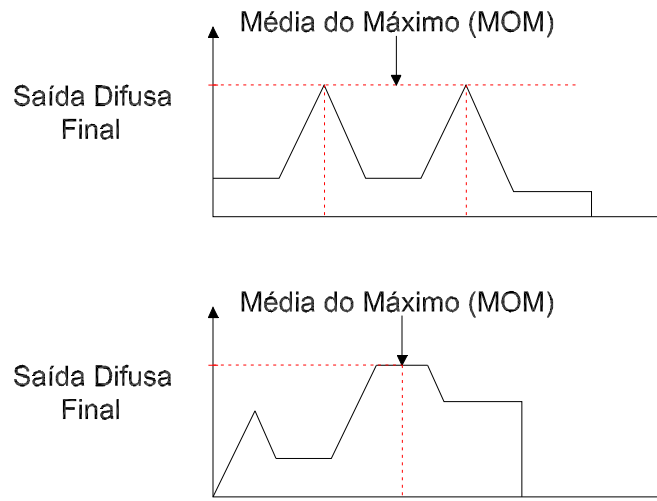


Figura 2.23: Defuzificação pelo método da média dos máximos MOM.

2.11 Alguns modelos Fuzzy

Alguns modelos fuzzy são largamente utilizados em várias aplicações. Geralmente as diferenças entre os sistemas estão na sua parte consequente, no processo de agregação das várias regras, e na "defuzificação" dos mesmos.

2.11.1 Modelo Fuzzy de Mandani

Neste modelo as implicações fuzzy são modeladas pelo operador de Mandani (mim) e as regras são agregadas através do operador de união (max), sendo denominado de método composicional de inferência max-mim. Assume portanto duas regras "Se-Então" da seguinte forma:

$$R_1 : \text{Se } x \text{ } A_1 \text{ e } y \text{ } B_1 \text{ então } z \text{ } C_1 \quad (2.47)$$

$$R_2 : \text{Se } x \text{ } A_2 \text{ e } y \text{ } B_2 \text{ então } z \text{ } C_2 \quad (2.48)$$

Fato : X é X_0 ' e Y é Y_0 '

Consequência : z é C A avaliação de cada regra, denotada por a_i , com $i=1,2,\dots$; é calculada por:

$$a_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0) (\text{conectivo AND}) \quad (2.49)$$

$$a_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0) (\text{conectivo AND}) \quad (2.50)$$

onde x_0 e y_0 são as entradas X_0 ' e Y_0 ' fuzzificadas.

A saída de cada regra é dada por:

$$C_1(W) = a_1 \wedge C_1(W) \text{ (operador Mandani)}$$

$$C_2(W) = a_2 \wedge C_2(W) \text{ (operador Mandani)}$$

E a saída geral do sistema é calculada pelo operador de união, da seguinte forma:

$$C(W) = C_1'(W) \vee C_2'(W) = (a_1 \wedge C_1(W)) \vee (a_2 \wedge C_2(W))$$

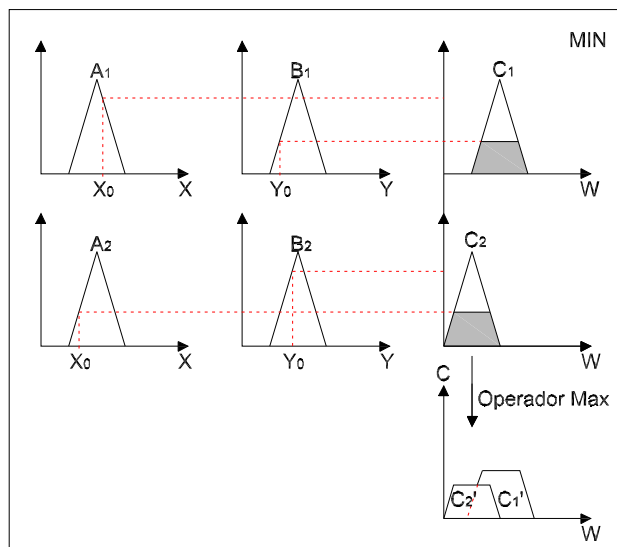


Figura 2.24: Modelo de raciocínio de Mandani.

2.11.2 Modelo Fuzzy de Larsen

Este método é uma variação do modelo de Mandani, em que se utiliza o operador de Larsen (prod), ao invés do min, sendo, portanto, chamado de método composicional de inferência

max-prod.

Então o modelo emprega, a implicação de Larsen para escalonar, o consequente por um certo grau de pertinência, resultante em um subconjunto envolvido no consequente da regra.

Esses subconjuntos de cada regra são agregados pelo operador união para obtenção de um único conjunto fuzzy.

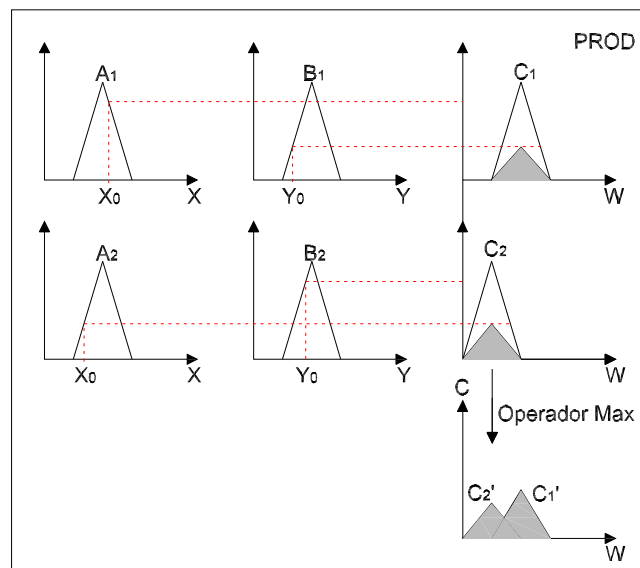


Figura 2.25: Modelo de raciocínio de Larsen.

2.11.3 Modelo Fuzzy de Sugeno

De acordo com Ferreira e Paranhos (2004) Sugeno e Takagi usaram a seguinte arquitetura:

$$R_1 : \text{Se } x \text{ é } A_1 \text{ e } y \text{ é } B_1 \text{ então } z_1 = a_1x + b_1y + r_1 \quad (2.51)$$

$$R_2 : \text{Se } x \text{ é } A_2 \text{ e } y \text{ é } B_2 \text{ então } z_2 = a_2x + b_2y + r_2 \quad (2.52)$$

Fato: X é X_0 e Y é Y_0

Consequência : z é z_0

Ativação de cada regra ocorre através de uma relação polinomial dada por:

$$z_1 = a_1x_0 + b_1y_1 + r_1 \quad (2.53)$$

$$z_2 = a_2x_0 + b_2y_2 + r_2 \quad (2.54)$$

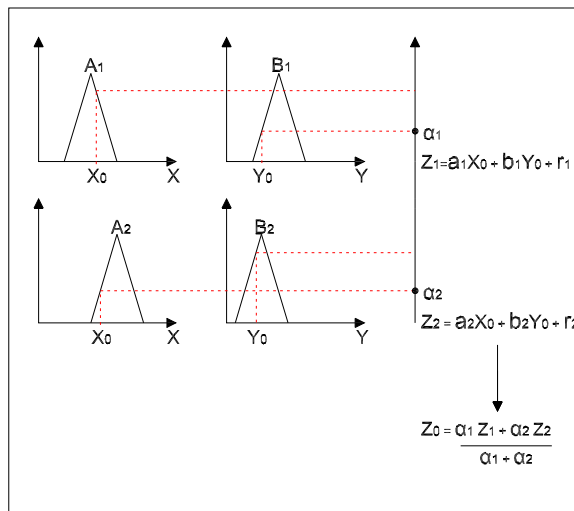


Figura 2.26: Modelo de raciocínio de Sugeno.

Capítulo 3

SISTEMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE

3.1 Introdução

Esse capítulo trata da modelagem analítica e computacional de um sistema com dois graus de liberdade utilizando a linguagem *ANSYS*[®] de desenhos paramétricos (APDL) e o simulink do *MATLAB*[®]. Um controlador proporcional, integral e derivativo (PID) e um controlador Fuzzy são utilizados com a finalidade de reduzir os níveis de vibração do sistema de acordo com um referencial.

3.1.1 Sistema com dois graus de liberdade

O sistema proposto por Karagulle (2004) é representado por um sistema massa, mola e amortecedor com dois graus de liberdade como mostra a Figura 3.1 Aplicando a segunda lei de Newton encontra-se a equação de movimento que rege o comportamento do sistema.

- Somatório das forças em relação massa 1 do sistema.

$$\Sigma F = m_1 \ddot{x}_1(t) \quad (3.1)$$

então

$$m_1 \ddot{x}_1(t) = -k_1 x_1(t) - k_2 x_1(t) + k_2 x_2(t) - c_1 \dot{x}_1(t) - c_2 \dot{x}_1(t) + c_2 \dot{x}_2(t) \quad (3.2)$$

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_2 x_1(t) - k_2 x_2(t) + c_1 \dot{x}_1(t) + c_2 \dot{x}_1(t) - c_2 \dot{x}_2(t) = 0 \quad (3.3)$$

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + (c_1 + c_2) \dot{x}_1(t) - c_2 \dot{x}_2(t) + (k_1 + k_2) x_1(t) - k_2 x_2(t) = 0 \quad (3.4)$$

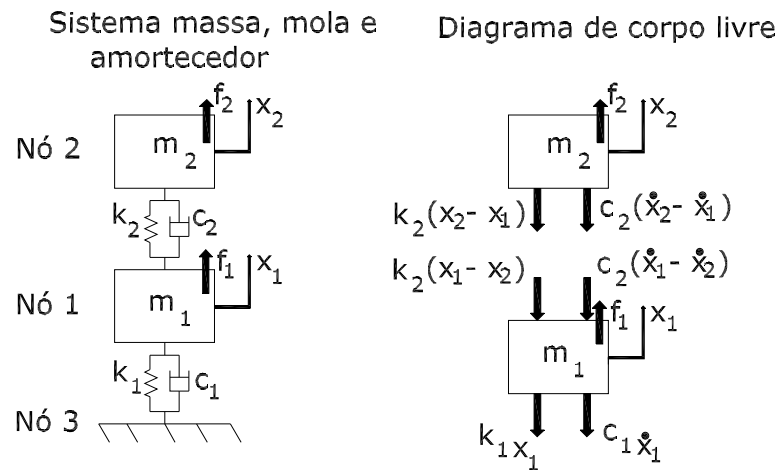


Figura 3.1: Sistema massa mola com dois graus de liberdade.

- Somatório das forças em relação massa 2 do sistema.

$$\Sigma F = m_2 \ddot{x}_2(t) \quad (3.5)$$

então

$$m_2 \ddot{x}_2(t) = -c_2 \dot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_1(t) - k_2 x_2(t) + k_2 x_1(t) \quad (3.6)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_2(t) - c_2 \dot{x}_1(t) + k_2 x_2(t) - k_2 x_1(t) = 0 \quad (3.7)$$

Utiliza-se as Equações 3.4 e 3.7 para obter as matrizes de massa $[M]$, amortecimento $[C]$ e rigidez $[K]$, com os seguintes valores numéricos:

$$m_1 = 1,2 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, k_1 = 350 \text{ Nm}^{-1}, k_2 = 300 \text{ Nm}^{-1}, c_1 = 4 \text{ Nsm}^{-1}, c_2 = 3 \text{ Nsm}^{-1} \quad (3.8)$$

logo

$$\begin{bmatrix} 1,2 & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 650 & -300 \\ -300 & 300 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f(t) \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

então

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [C] \{\dot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.10)$$

Com Após encontrar a equação de movimento que rege os sistema utilizaremos o modelo espaço de estado onde a equação de movimento de segunda ordem sofrerá uma redução, passando a ser

representada por uma Equação de primeira ordem Equação 3.11.

$$[\widetilde{M}] \{ \dot{y}(t) \} + [\widetilde{K}] \{ y(t) \} = \{ \widetilde{F}(t) \} \quad (3.11)$$

Com

$$\{ \dot{y}(t) \} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\{ y(t) \} = \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ x(t) \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

Substituindo a Equações 3.12, 3.13, 3.11 tem-se:

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [0] \\ [F] \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

Agora montaremos as matrizes espaço de estado com os demais valores: Substituindo os valores numéricos apresentados nas Equações 3.8, na Equação 3.14, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \\ 1,2 & 0 & 7 & -3 \\ 0 & 1,0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -1,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 650 & -300 \\ 0 & 0 & -300 & 300 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta(t) \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Nessa etapa trata-se-á de solucionar o problema referente ao autovalor. Seja a solução

$$\{ y(t) \} = \{ \phi \} e^{-\gamma t} \quad (3.16)$$

$$\{ \dot{y}(t) \} = -\gamma \{ \phi \} e^{-\gamma t} \quad (3.17)$$

Substituindo as Equações 3.16 e 3.17 na Equação 3.11, vem

$$(-\gamma[\widetilde{M}] + [\widetilde{K}])\{\phi\}e^{-\gamma t} = \{0\} \quad (3.18)$$

Multiplicando a Equação (3.21) por $[\widetilde{M}]^{-1}$

Obtém-se

$$(-\gamma[I] + [\widetilde{M}]^{-1}[\widetilde{K}])\{\phi\}e^{-\gamma t} = \{0\} \quad (3.19)$$

Como $e^{\gamma t} \neq 0 \forall t \geq 0$, então

$$(-\gamma[\widetilde{M}] + [\widetilde{K}])\{\phi\} = \{0\} \quad (3.20)$$

Se $\{\phi\} = \{0\}$ implica que $y(t) = \{0\}$, isto é, o sistema não possui movimento (solução trivial). A solução não trivial, é:

$$|-\gamma[\widetilde{M}] + [\widetilde{K}]| = 0 \quad (3.21)$$

Substituindo os valores da Equação 3.14 na Equação 3.21, vem

$$\begin{bmatrix} 5,833 - \gamma & -2,5 & 541,67 & -250 \\ -3 & 3 - \gamma & -300 & 300 \\ -1 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} = 0 \quad (3.22)$$

Solucionando o determinante da Equação 3.23obtemos a Equação característica do sistema.

$$\gamma^4 - 8,833\gamma^3 + 851,67\gamma^2 - 1,875x10^3\gamma + 8,75x10^4 = 0 \quad (3.23)$$

Após a solução da equação característica encontrou-se quatro raízes, a saber:

$$\gamma_1 = 0,6696 - 11,0027j \quad (3.24)$$

$$\gamma_2 = 0,6696 + 11,0027j \quad (3.25)$$

$$\gamma_3 = 3,7470 - 26,5722j \quad (3.26)$$

$$\gamma_4 = 3,7470 + 26,5722j \quad (3.27)$$

Tem a forma apresentada na Equação 3.28.

$$\gamma = \xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}j \quad (3.28)$$

γ é um número complexo

$$\gamma = a \pm bj \quad (3.29)$$

Fazendo

$$\xi\omega_n = a \Rightarrow \omega_n = \frac{a}{\xi} \quad e \quad (3.30)$$

$$\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = b \Rightarrow a\sqrt{1-\xi^2} = \xi b \quad (3.31)$$

então

$$\xi^2 = \frac{a^2}{(a^2 + b^2)} \quad (3.32)$$

Para $a = 0,6696$ e $b = 11,0027 \Rightarrow \xi = 0,0607$

Para $a = 3,7470$ e $b = 26,5722 \Rightarrow \xi = 0,1396$. Então

$$\omega_n = \frac{a}{\xi} \quad (3.33)$$

$$\omega_{n1} = \frac{0,6696}{0,0607} \Rightarrow \omega_{n1} = 11,03138 \text{ (rad/s)} \quad (3.34)$$

$$\omega_{n2} = \frac{3,7470}{0,1396} \Rightarrow \omega_{n2} = 26,8410 \text{ (rad/s)} \quad (3.35)$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (3.36)$$

$$f_{n1} = \frac{11,03130}{2\pi} \Rightarrow f_{n1} = 1,75 \text{ (Hz)} \quad (3.37)$$

$$f_{n2} = \frac{26,8410}{2\pi} \Rightarrow f_{n2} = 4,27 \text{ (Hz)} \quad (3.38)$$

O vetor $\{\phi\}$ é descritos pela Equação 3.39:

$$\{\phi\} = \begin{bmatrix} -\gamma_i \\ -\gamma_i z_i \\ 1 \\ z_i \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Resolvendo a Equação 3.21 com a substituição da Equação 3.40, vem:

$$\begin{bmatrix} 5,833 - \gamma_i & -2,5 & 541,67 & -250 \\ -3 & 3 - \gamma_i & -300 & 300 \\ -1 & 0 & -\gamma_i & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\gamma_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\gamma_i \\ -\gamma_i z_i \\ 1 \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

A Equação 3.41 é utilizada para obter a variável z_i ,

$$z_i = \frac{(5,833 - \gamma_i)\gamma_i - 541,67}{-250 + 2,5\gamma_i} \quad (3.41)$$

Variando-se o índice i de 1 a 4 obtém-se os seguintes valores para z_i :

$$z_4 = 0,714 - 0,0132j \quad (3.42)$$

$$z_3 = 0,7121 + 0,0132j \quad (3.43)$$

$$z_2 = 1,6813 - 0,0129j \quad (3.44)$$

$$z_1 = 1,6813 + 0,0129j \quad (3.45)$$

A matriz $[P]$ é formada pelos valores de $\{\phi\}_1$ a $\{\phi\}_4$, da Equação 3.39.

$$[P] = [\{\phi\}_1 \{\phi\}_2 \{\phi\}_3 \{\phi\}_4] \quad (3.46)$$

Substituindo os valores de z_i encontrados nas Equações 3.42 a 3.45, vem:

$$[P] = \begin{bmatrix} -0,6696 + 11,0027j & -0,6696 - 11,0027j & -3,7470 + 26,5722j & -3,7470 - 26,5722j \\ -1,2676 + 18,4899j & -1,2676 - 18,4899j & 2,3176 - 18,9718j & 2,3176 + 18,9718j \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1,6813 + 0,0129j & 1,6813 - 0,0129j & -0,7121 + 0,0132j & -0,7121 - 0,0132j \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

A matriz $[P]^T$, é:

$$[P]^T = \begin{bmatrix} -0,6696 + 11,0027j & -1,2676 + 18,4899j & 1 & 1,6813 + 0,0129j \\ -0,6696 - 11,0027j & -1,2676 - 18,4899j & 1 & 1,6813 - 0,0129j \\ -3,7470 + 26,5722j & 2,3176 - 18,9718j & 1 & -0,7121 + 0,0132j \\ -3,7470 - 26,5722j & 2,3176 + 18,9718j & 1 & -0,7121 - 0,0132j \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Fazendo-se a transformação de coordenadas

$$\{y(t)\} = [P]\{\eta(t)\} \quad (3.49)$$

então

$$\{\eta(t)\} = [P]^T\{y(t)\} \quad (3.50)$$

Substituindo a Equação 3.48 na Equação 3.11, vem:

$$[\widetilde{M}][P]\{\ddot{\eta}(t)\} + [\widetilde{K}][P]\{\eta(t)\} = \{\widetilde{F}\} \quad (3.51)$$

Pré-multiplicando por $[P]^T$, vem:

$$[P]^T[\widetilde{M}][P]\{\ddot{\eta}(t)\} + [P]^T[\widetilde{K}][P]\{\eta(t)\} = [P]^T\{\widetilde{F}\} \quad (3.52)$$

$$[M] = [P]^T[\widetilde{M}][P] \quad (3.53)$$

$$[M] = ([M]^{1/2})^{-1} \quad (3.54)$$

$$[P] = [P][M] \quad (3.55)$$

obtem-se a seguinte matriz $[P]$ normalizada.

$$[P] = \begin{bmatrix} 0,7809 + 0,8726j & 0,7809 - 0,8726j & 1,6820 + 2,2601j & 1,6820 - 2,2601j \\ 1,3017 + 1,4772j & 1,3017 - 1,4772j & -1,2276 - 1,5873j & -1,2276 + 1,5873j \\ 0,0747 - 0,0755j & 0,0747 + 0,0755j & 0,0746 - 0,0738j & 0,0746 + 0,0738j \\ 0,1266 - 0,1260j & 0,1266 + 0,1260j & -0,0522 + 0,0536j & -0,0522 - 0,0536j \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Com a normalizada de $[P]$ e por consequência de $[P]^T$ a Equação 3.52 fica desacoplada a saber Onde as equações diferenciais ficam desacopladas, como:

$$\{\ddot{\eta}_i(t)\} - \gamma_i \eta_i(t) = g_i(t) \quad (3.57)$$

cuja solução é:

$$\eta_i(t) = \int_0^t g_i(\tau) e^{-\gamma_i(t-\tau)} d\tau \quad (3.58)$$

Com

$$[G] = [P]^T[\widetilde{F}] \quad (3.59)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} -0,6696 + 11,0027j & -1,2676 + 18,4899j & 1 & 1,6813 + 0,0129j \\ -0,6696 - 11,0027j & -1,2676 - 18,4899j & 1 & 1,6813 - 0,0129j \\ -3,7470 + 26,5722j & 2,3176 - 18,9718j & 1 & -0,7121 + 0,0132j \\ -3,7470 - 26,5722j & 2,3176 + 18,9718j & 1 & -0,7121 - 0,0132j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta(t) \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

em seguida

$$[g] = \begin{bmatrix} -0,0522 - 0,0536j \\ -0,0522 + 0,0536j \\ 0,1266 - 0,1260j \\ 0,1266 + 0,1260j \end{bmatrix} \delta(t) \quad (3.61)$$

Em seguida utiliza-se a Equação 3.57 para encontrar o valor de $\eta_i(t)$.

$$\eta_i(t) = \int_0^t g_i(\tau) e^{-\gamma_i(t-\tau)} d\tau \quad (3.62)$$

Como neste caso $g_i(\tau)$ é uma constante ao longo do tempo, tem-se:

$$\eta_i(t) = g_i e^{-\gamma_i t} \quad (3.63)$$

Agora calcula-se o valor de $\eta_i(t)$ variando o seu índice i que começa em 1 até 4.

$$\eta_4(t) = (-0,0522 - 0,0536j) e^{-(0,6696 - 11,0027j)t} \quad (3.64)$$

$$\eta_3(t) = (-0,0522 + 0,0536j) e^{-(0,6696 + 11,0027j)t} \quad (3.65)$$

$$\eta_2(t) = (0,1266 + 0,1260j) e^{-(3,7470 - 26,5722j)t} \quad (3.66)$$

$$\eta_1(t) = (0,1266 - 0,1260j) e^{-(3,7470 + 26,5722j)t} \quad (3.67)$$

Utiliza-se a Equação 3.66.

$$\{y(t)\} = [P]\{\eta(t)\} \quad (3.68)$$

Com

$$\{y(t)\} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 e^{-\gamma_1 t} \\ g_2 e^{-\gamma_2 t} \\ g_3 e^{-\gamma_3 t} \\ g_4 e^{-\gamma_4 t} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

onde

$$x_1(t) = P_{31}g_1 e^{-\gamma_1 t} + P_{32}g_2 e^{-\gamma_2 t} + P_{33}g_3 e^{-\gamma_3 t} + P_{34}g_4 e^{-\gamma_4 t} \quad (3.70)$$

$$x_2(t) = P_{41}g_1 e^{-\gamma_1 t} + P_{42}g_2 e^{-\gamma_2 t} + P_{43}g_3 e^{-\gamma_3 t} + P_{44}g_4 e^{-\gamma_4 t} \quad (3.71)$$

3.2 Controle Ativo do Sistema com dois graus de liberdade

3.2.1 Controlador proporcional, integral e derivativo (PID)

Considerando que f_2 é a força externa de perturbação e f_1 é a força de controle do sistema, conforme a Figura 3.1.

O controlador PID, é representado por suas constantes proporcional K_p , integral K_i e derivativa K_d .

Aplicamos a teoria de controle clássico baseada na transformada de Laplace.

Agora vamos aplicar Laplace na equação que rege o comportamento do sistema.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \mathcal{L} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \mathcal{L} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \mathcal{L} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \mathcal{L} \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} \quad (3.72)$$

Aplicando Laplace para o deslocamento, velocidade e aceleração, temos:

$$\mathcal{L}\{x_1(t)\} \longrightarrow X_1(s) \quad (3.73)$$

$$\mathcal{L}\{\dot{x}_1(t)\} \longrightarrow sX_1(s) - x_1(0) \quad (3.74)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{x}_1(t)\} \longrightarrow s^2X_1(s) - sx_1(0) - \dot{x}_1(0) \quad (3.75)$$

com condições iniciais nulas, vem:

$$\mathcal{L} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} = s \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} \quad (3.76)$$

$$\mathcal{L} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} = s^2 \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} \quad (3.77)$$

$$\mathcal{L} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} \quad (3.78)$$

e, com $f_2(t)=\delta(t)$ implica que $F_2(s) = 1$.

$$s^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} + s \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} = \mathcal{L} \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.79)$$

logo

$$\begin{bmatrix} s^2m_1 + k_1 + k_2 + s(c_1 + c_2) & -k_2 - sc_2 \\ -k_2 - sc_2 & s^2m_2 + k_2 + sc_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(s) \\ F_2(s) \end{Bmatrix} \quad (3.80)$$

O determinante da matriz da Equação 3.80, é:

$$D(s) = [s^2m_1 + (k_1 + k_2) + s(c_1 + c_2)][s^2m_2 + k_2 + sc_2] - [-k_2 - sc_2][-k_2 - sc_2] \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} D(s) = & s^4m_1m_2 + s^2m_1k_2 + s^3m_1c_2 + s^s(k_1 + k_2)m_2 + k_2(k_1 + k_2) + k_2(k_1 + k_2) + \\ & + sc_2(k_1 + k_2) + s^3m_2(c_1 + c_2)] + sk_2(c_1 + c_2) + sc_2(c_1 + c_2) - k_2^2 - sc_2k - 2 - sc_2k_2 - \\ & - s^2c_2^2 \end{aligned} \quad (3.82)$$

Substituindo os valores da massa, do amortecimento e rigidez, vem:

$$m_1 = 1, 2 \text{ kg}, m_2 = 1, 0 \text{ kg} \quad (3.83)$$

$$c_1 = 4 \text{ Nsm}^{-1}, c_2 = 3 \text{ Nsm}^{-1} \quad (3.84)$$

$$k_1 = 350 \text{ Nm}^{-1}, k_2 = 300 \text{ Nm}^{-1} \quad (3.85)$$

Obtémms

$$D(s) = 6s^4 + 53s^3 + 5, 110s^2 + 11, 250s + 525, 000 \quad (3.86)$$

Fazendo na Equação 3.80

$$a = s^2m_1 + k_1 + k_2 + s(c_1 + c_2) \quad (3.87)$$

$$b = s^2m_2 + k_2 + sc_2 \quad (3.88)$$

resulta em

$$\begin{bmatrix} a & -k_2 - sc_2 \\ -k_2 - sc_2 & b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(s) \\ F_2(s) \end{Bmatrix} \quad (3.89)$$

Realizando o produto matricial, Equação 3.89.

$$\begin{cases} aX_1(s) + (-k_2 - sc_2s)X_2(s) = F_1(s) \\ (-k_2 - sc_2s)X_1(s) + bX_2(s) = F_2(s) \end{cases} \quad (3.90)$$

Aplicando a regra de Cramer, vem:

$$D(s) = ab - (-k_2 - c_2s)(-k_2 - c_2s) \quad (3.91)$$

$$X_1(s) = \begin{bmatrix} a & -k_2 - sc_2 \\ -k_2 - sc_2 & b \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

$$X_1(s) = \frac{bF_1(s) + (k_2 + c_2s)F_2(s)}{D(s)} \quad (3.93)$$

$$X_2(s) = \begin{bmatrix} a & F_1(s) \\ -k_2 - sc_2 & F_2(s) \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

$$X_2(s) = \frac{(k_2 + c_2s)F_1(s) + aF_2(s)}{D(s)} \quad (3.95)$$

Definindo a função transferência $H_{ij}(s)$, com i índice da saída e j índice da entrada, vem:

$$H_{ij}(s) = \frac{X_i(s)}{F_j(s)} \quad (3.96)$$

Substituindo-se os valores de m_1, m_2, c_1, c_2, k_1 e k_2 , vem:

$$D(s) = 6s^4 + 53s^3 + 5,110s^2 + 11,250s + 525,000 \quad (3.97)$$

$$D'(s) = \frac{D(s)}{s} \quad (3.98)$$

$$D'(s) = 1,2s^4 + 10,6s^3 + 1,022s^2 + 2,250s + 105,000 \quad (3.99)$$

$$H_{21}(s) = \frac{X_2(s)}{F_1(s)} = \frac{3s + 300}{1,2s^4 + 10,6s^3 + 1,022s^2 + 2,250s + 105,000} \quad (3.100)$$

$$H_{22}(s) = \frac{X_2(s)}{F_2(s)} = \frac{1,2s^2 + 7s + 650}{1,2s^4 + 10,6s^3 + 1,022s^2 + 2,250s + 105,000} \quad (3.101)$$

Para o sistema em malha fechada considerando $F_2(s)$ como o distúrbio, $F_1(s)$ força de controle, $X_2(s)$ variável controlada, $X_r(s)$ a referência e $G_1(s)$ compensador PID, tem-se:

Da Figura (3.2), tem-se:

$$X_2(s) = H_{22}(s)F_2(s) + H_{21}(s)G_1(s)E(s) \quad (3.102)$$

$$E(s) = X_r(s) - X_2(s) \quad (3.103)$$

logo

$$X_2(s) = H_{22}(s)F_2(s) + H_{21}(s)G_1(s)X_r(s) - H_{21}(s)G_1(s)X_2(s) \quad (3.104)$$

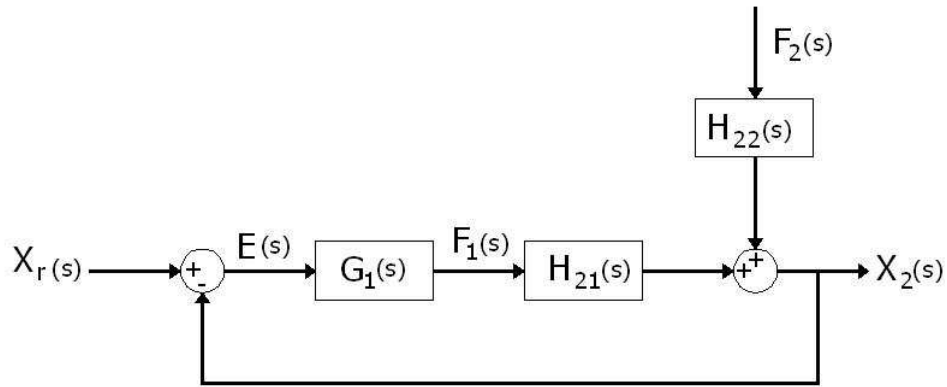


Figura 3.2: Sistema em malha fechada.

$$(1 + H_{21}(s)G_1(s))X_2(s) = H_{22}(s)F_2(s) + H_{21}(s)G_1(s)X_r(s) \quad (3.105)$$

$$X_2(s) = \frac{H_{22}(s)}{1 + H_{21}(s)G_1(s)}F_2(s) + \frac{H_{21}(s)G_1(s)}{1 + H_{21}(s)G_1(s)}X_r(s) \quad (3.106)$$

A função transferência entre a referência e a variável controlada, é:

$$\frac{X_2(s)}{X_r(s)} = \frac{H_{21}(s)G_1(s)}{1 + H_{21}(s)G_1(s)} \quad (3.107)$$

A função transferência entre a perturbação e a variável controlada, é:

$$\frac{X_2(s)}{F_2(s)} = \frac{H_{22}(s)}{1 + H_{21}(s)G_1(s)} \quad (3.108)$$

Com

$$G_1(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3.109)$$

Fazendo $X_r(s) = 0$ $F_2(s) = 1$, a Equação 3.108 vem:

$$X_2(s) = \frac{s(1, 2s^2 + 7s + 650)}{D'(s) + 3[K_d s^3 + (K_p + 100K_d)s^2 + (100K_p + K_i)s + 100K_i]} \quad (3.110)$$

A Figura 3.3 apresenta a resposta do sistema da Figura 3.1 quando se aplica uma excitação impulsiva na massa 2.

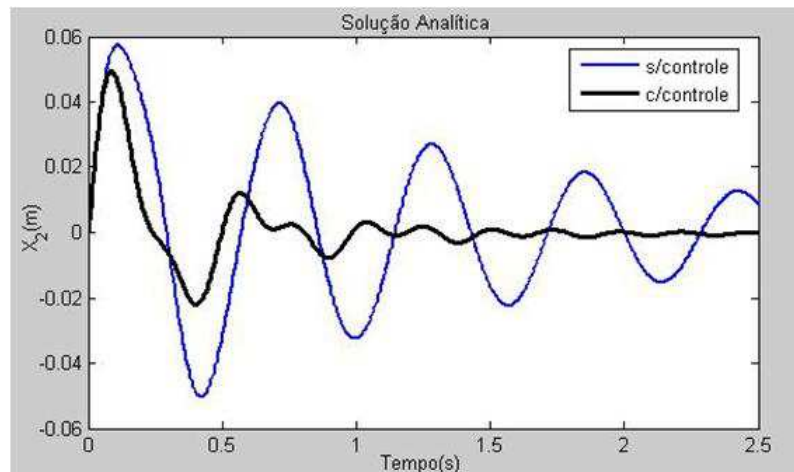


Figura 3.3: Solução analítica para o sistema massa, mola e amortecedor utilizando um compensador PID.

3.3 Modelagem no ANSYS®

3.3.1 Modelagem

Utiliza-se o software *Ansys*® para a simulação computacional, de um sistema com dois graus de liberdade como mostra a Figura 3.1.

Inicializa-se este processo através do elemento conhecido como COMBIN40. Esse elemento é uma combinação de uma mola deslizante, mola e amortecedor em paralelos ligados a uma abertura em série. A massa pode ser associada a um ou ambos os pontos nodais. O elemento tem um grau de liberdade em cada nó, o COMBIN40 pode ser visualizado na Figura 3.4.

Para desenvolver a etapa estrutural do sistema massa, amortecedor e rigidez do comando

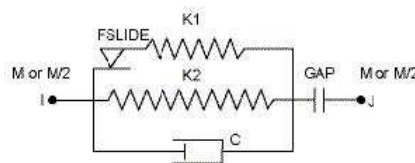


Figura 3.4: Elemento composto por um sistema massa mola e amortecedor COMBIN40.

COMBIN40 vamos descrever algumas linhas de comando no software *Ansys*® por meio da linguagem APDL para representar a estrutura com dois graus de liberdade.

!Montagem da estrutura massa,mola e rigidez.

/CLEAR

! Limpa a memória

/PREP7

! Pré processamento

ET,1,COMBIN40,0,0,2,0,0,2 **! Tipo de elemento(ET),UY DOF em massa na posição(j)**

R,1,350,4,1,2

! Rigidez, amortecimento e massa para o elemento 1

```

R,2,300,3,1.0      ! Rigidez, amortecimento e massa para o elemento 2
N,1,0,2           ! Define o nó a ser atribuído
N,2,0,3           ! Define o nó a ser atribuído
REAL,1            ! Define o elemento ponteiro
E,3,1             ! Define um elemento de conectividade no nó
REAL,2            ! Define o elemento ponteiro
E,1,2             ! Define um elemento de conectividade no nó
M,1,UY,2         ! Análise da geração dos elementos
D,3,ALL           ! Define as restrições dos graus de liberdade nos nós
FINISH
/SOLU

```

Após o desenvolvimento das linhas de comando no *Ansys*® é possível observar a criação da estrutura na Figura 3.6.

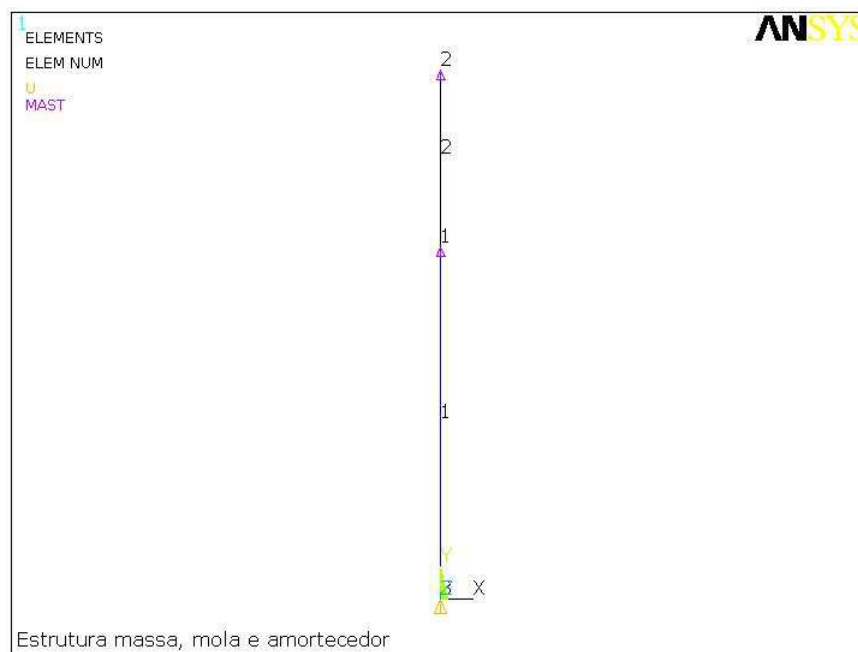


Figura 3.5: Estrutura do sistema com dois graus de liberdade

3.3.2 Análise Modal

Realizamos uma análise modal para determinarmos a primeira e a segunda frequência natural não amortecida.

```

! Análise Modal
ANTYPE,MODAL

```

```

MODOPT,LAMB,2
MXPAND,2
TOTAL,2
SOLVE
FINISH

```

De acordo com a análise modal as frequências naturais não amortecidas para o sistema da Figura 3.1 é de 1.75Hz e 4.27Hz.

Em seguida realiza-se os cálculos para calcular a resposta do sistema em malha fechada utilizando o Ansys. O valor da força impulsiva f_2 é determinada utilizando um valor de $\Delta t = 0,0039s$ e fazendo $f_2 = 1/\Delta t$.

3.4 Controle PID ANSYS®

O controlador proporcional integral derivativo (PID) que é e tendo como finalidade reduzir o deslocamento estrutural do sistema, levando esse sistema ao regime de acordo com a sua referência.

```

/CLEAR
/UNITS,SI
/PREP7
ANTYPE,4
TRNOPT,FULL
! APLICANDO UM IMPULSO NO SISTEMA
SUM=0.0           ! Declarando a soma
ERRP=0.0         ! Erro proporcional
KP=100.0         ! Ganho proporcional
KI=40.0          ! Ganho integral
KD=10.0          ! Ganho derivativo
DT=0.0039        ! Intervalo de tempo
TIME,DT
DELTIM,DT
F,2,FY,1/DT      ! Aplicando força sobre o nó 2
TIME,dt
SOLVE
ts=2.5           ! Tempo de simulação
*do,t,2*DT,ts,DT ! Loop após o impulso unitário
F,2,FY,0.0       ! Aplicando força igual a zero sobre o nó 2

```

! APLICANDO CONTROLE

***GET,E2,NODE,2,U,Y**

ERR=0-E2

SUM=SUM+(ERR*DT)

DIF=(ERR-ERRP)/DT

FC=(KP*ERR)+(KI*SUM)+(KD*DIF) ! Força de controle

F,1,FY,FC ! Força de controle sobre o nó um

ERRP=ERR

TIME,t

SOLVE ! Resolvendo

***ENDDO**

FINISH ! Finalizando o programa

/POST26

/GROPTS,VIEW,1

NSOL,2,2,U,Y

PLVAR,2

Os registros temporais de $x_2(t)$ obtidos pelo *Ansys*® é dado pela Figura 3.6 malha aberta.

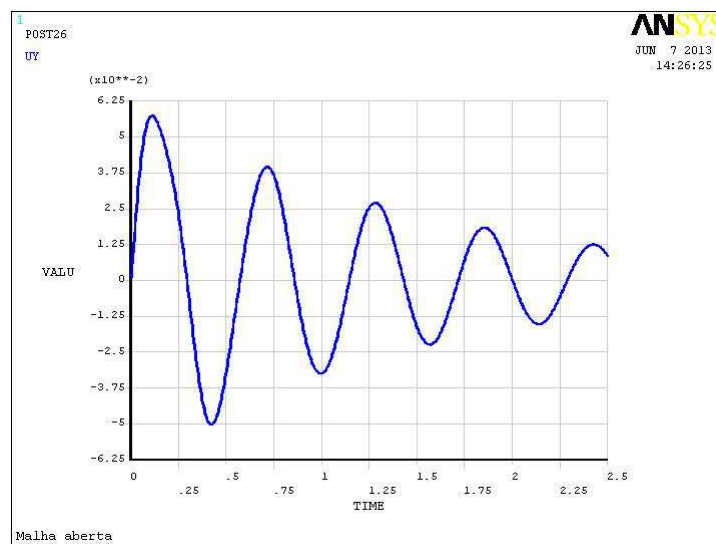


Figura 3.6: Deslocamento no tempo da variável $x_2(t)$.

A Figura 3.7 mostra resposta do sistema em malha aberta para a variável $x_2(t)$, através da solução analítica e solução numérica do sistema.

A Figura 3.8 mostra a resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$.

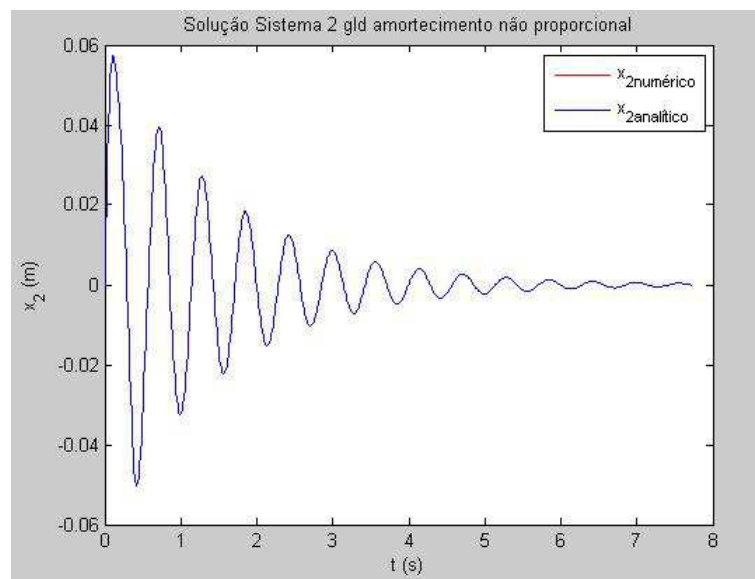


Figura 3.7: Solução analítica e numérica do sistema em malha aberta para a variável $x_2(t)$.

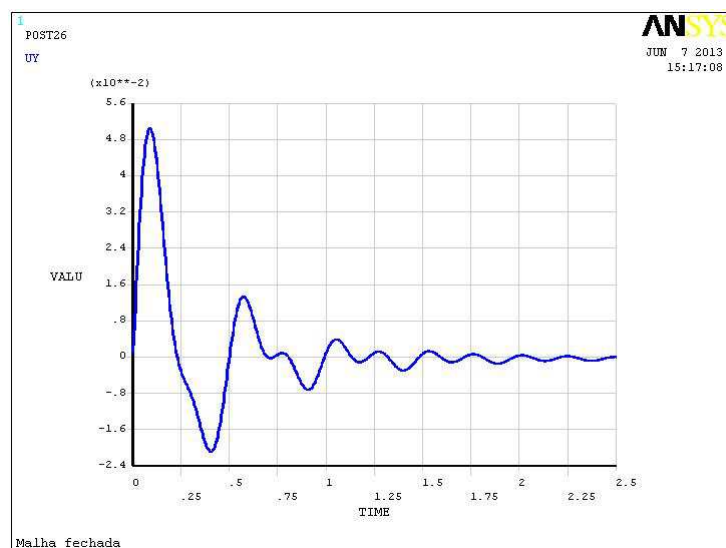


Figura 3.8: Resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$.

3.5 CONTROLADORES FUZZY

Inicialmente, para se desenvolver o controlador Fuzzy é de extrema importância que se tenha um bom conhecimento do sistema a ser controlado. Um parâmetro importante para o compensador Fuzzy é a determinação da variação do erro. Considerou-se como erro a diferença entre o valor da referência e o valor da variável controlada. Aplicou-se no sistema uma força impulsiva.

O bloco "Fuzzy with rules", é utilizado para representar o sistema do modelo de inferência Fuzzy de Mamdani. Esse bloco é utilizado no simulink *MATLAB*[®]. Através desse bloco pode-se escolher quais os tipos de funções a serem utilizadas para o compensador Fuzzy, como mostra a Figura 3.9.

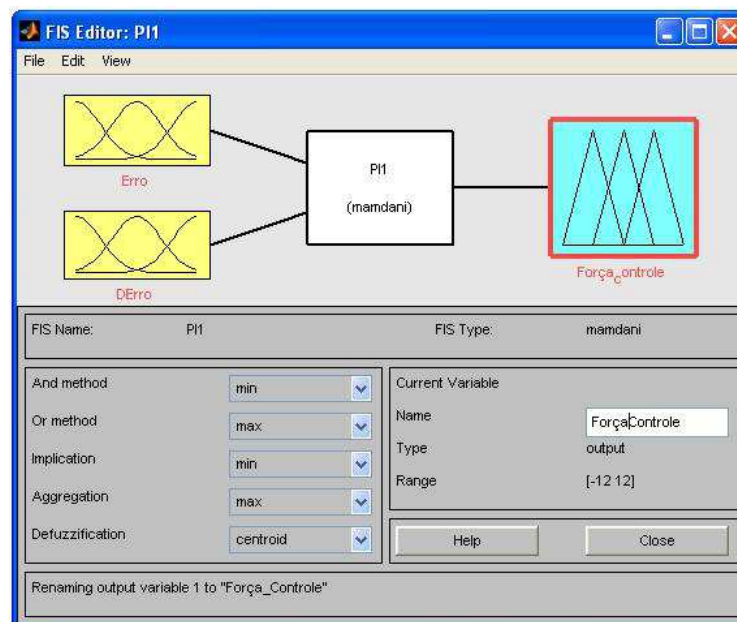


Figura 3.9: Sistema Fuzzy de inferência.

Utilizou-se como valor de entrada a variável *erro* e *derivada do erro*, e como variável de saída para desenvolvermos as funções de pertinências triangulares a variável *força de controle*.

As variáveis lingüísticas que compoem as funções de pertinência são:

Erro pequeno (Errop), erro zero (Erroz) e erro grande (Errog);

Derivada do erro pequeno (DErrop), derivada do erro zero (DErroz);

Força de controle pequeno (FCp), força de controle zero (FCz) e força de controle grande (FCg).

A Figura 3.10 demonstra como ficaram as funções de pertinência triangulares referentes ao *erro* a *derivada do erro* e a *força de controle*.

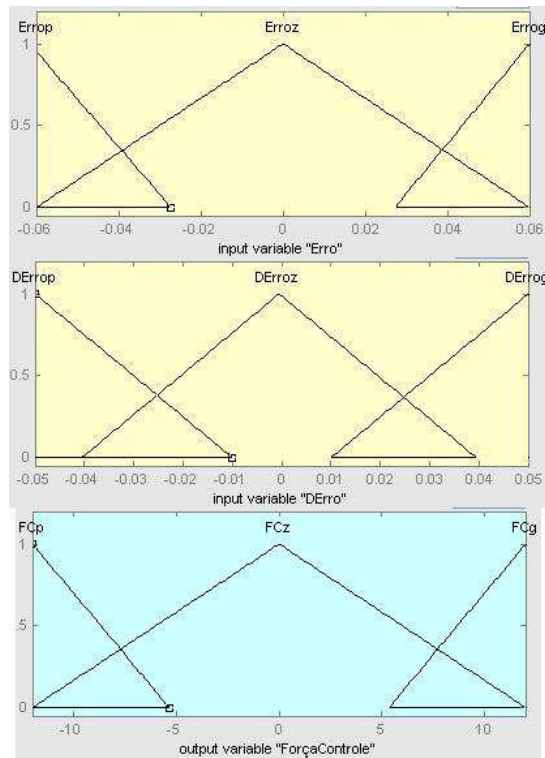


Figura 3.10: Funções de pertinência das variáveis erro, derivada do erro e força de controle.

Após desenvolver as funções de pertinência de entrada e saída do sistema, deve-se gerar as regras que são utilizadas pelo controlador. A Tabela 1 demonstra o conjunto de regras para as variáveis de entrada do sistema.

Tabela 3.1: Regras Fuzzy das variáveis de entrada e saída do sistema

	$DERrop$	$DERroz$	$DERrog$
$Errop$	FCp	FCp	FCz
$Erroz$	FCp	FCz	FCg
$Errog$	FCz	FCg	FCg

Depois de realizar todas as combinações necessárias para gerar as regras Fuzzy pode-se realizar a simulação do controlador. A Figura 3.11 mostra como ficou a resposta do sistema massa, mola e amortecedor sobre a influência do compensador Fuzzy.

A Figura 3.12 demonstra a resposta do sistema massa, mola e amortecedor sobre a influência do compensador Fuzzy e PID.

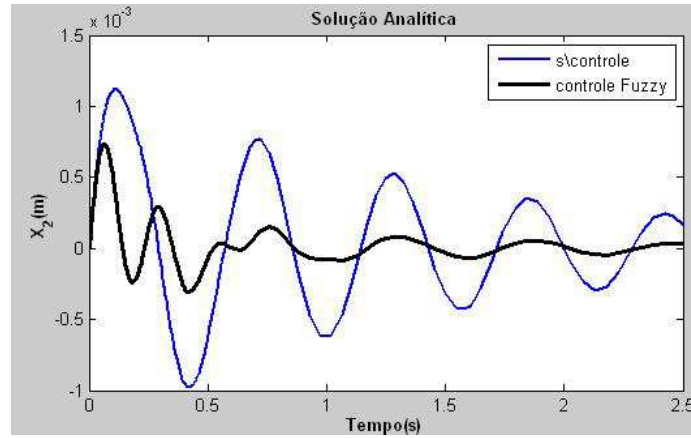


Figura 3.11: Resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$ utilizando compensador Fuzzy.

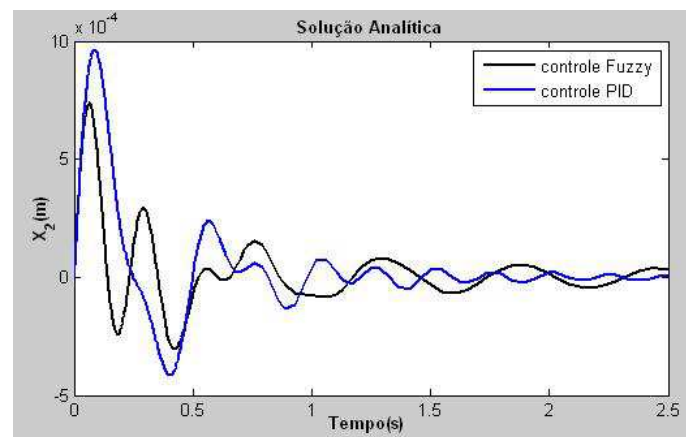


Figura 3.12: Resposta do sistema em malha fechada da variável $x_2(t)$ utilizando compensador Fuzzy e PID.

Capítulo 4

MODELAGEM DA VIGA NO ANSYS

4.1 Estruturas Inteligentes no Ansys

Consiste em realizar análise dinâmica para o controle ativo de uma estrutura tipo viga utilizando atuadores piezoelétricos através da linguagem *Ansys*[®] de desenhos paramétricos (APDL).

Para a modelagem da viga utilizou-se um elemento cúbico denominado SOLID45, utilizado para a modelagem 3-D de estruturas sólidas.

O SOLID45 é composto de oito nós, cada nó possui três graus de liberdade, com as respectivas coordenadas x, y e z.

Com isso um elemento têm 24 graus de liberdade.

O elemento SOLID45 pode ser visualizado na Figura 4.1.

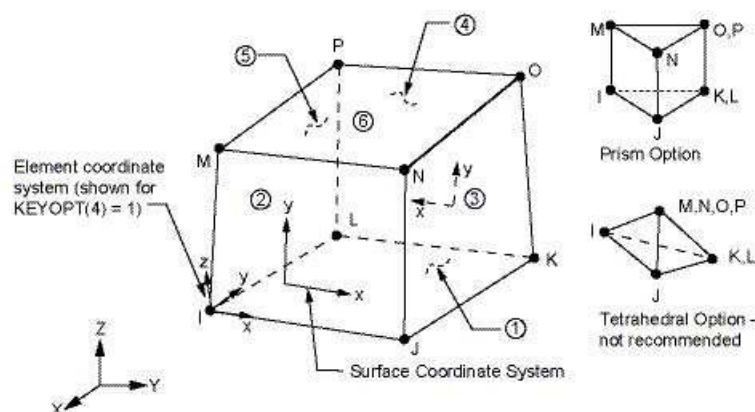


Figura 4.1: Elemento utilizado para modelar a viga SOLID45.

Para a modelagem do elemento piezoelétrico utilizou-se o SOLID5, que possui a capacidade de campo 3-D, térmica, magnética, elétrica, piezoelétrico, com acoplamento estrutural

limitados entre os campos.

O elemento tem oito nós, cada nó tem no máximo seis graus de liberdade em cada nó, conforme a Figura (4.2).

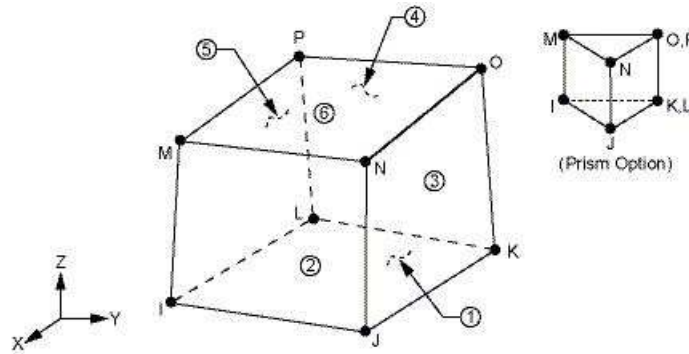


Figura 4.2: Elemento utilizado para modelar o piezelétrico SOLID5.

A Figura 4.3 mostra a estrutura tipo viga com elementos piezoelétricos que é modelada no Ansys.

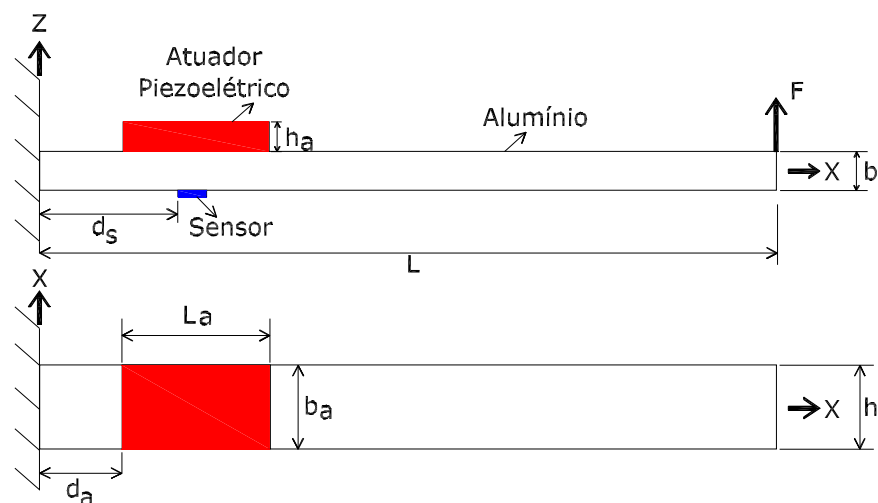


Figura 4.3: Configuração da estrutura tipo viga, vista frontal e vista superior.

A Tabela 4.1 apresenta as dimensões da viga do sensor e atuador piezoelétrico utilizados.

Para a modelagem estrutural da viga e do atuador piezoelétrico, utilizou-se o software Ansys por meio da linguagem de programação, APDL. Na primeira etapa define-se o tipo de elemento que será utilizado, na sequência entra-se com as propriedades da viga como o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson e a densidade do material, na próxima etapa entra-se com as propriedades do piezoelétrico, com a matriz de permissividade, a matriz de deformação piezoelétrico $[e]$, declara-se as variáveis referentes as dimensões estruturais da viga e do piezoelétrico, em seguida define-se o acoplamento dos nós, entra-se com as condições de contorno e em seguida finaliza-se o programa com o comando finish.

Tabela 4.1: Dimensões da viga, piezoelétrico e sensor.

Caso	Dimensões estrutural L x h x b (mm)	Dimensões atuador La x ha x ba (mm)	Atuador distância d_a (mm)	Sensor distância d_s (mm)
1	504x25,4x0,7	72x25,4x0,61	12	48

A parte do programa onde as propriedades dos materiais são atribuídos é descrito, o material tipo 1 é o metal, material tipo 2 é o material referente ao atuador.

/UNITS,SI ! Sistema de unidades.

/PREP7

ET,1,SOLID45 ! solido com 8 nós e gdl UX,UY,UZ.

ET,2,SOLID5 ! Solido piezo com 8 gdl/nó UX,UY,UZ,TEMP,VOLT,MAG.

! Propriedades da viga.

MP,EX,1,71.89E9 ! modulo de elasticidade do (aluminium). N/mm

MP,NUXY,1,0.32 ! coeficiente de Poisson.

MP,DENS,1,2584.6 ! densidade do (aluminium).

! Propriedades da PZT.

MP,DENS,2,7500 ! densidade do (piezo).

! Permissividade da cerâmica

MP,PERX,2,15.03E-9 ! permissividade na direção x.

MP,PERY,2,15.03E-9 ! permissividade na direção y.

MP,PERZ,2,13E-9 ! permissividade na direção z.

! Matriz deformação piezoelétrico,[e].

TB,PIEZ,2

TBDATA,16,17 ! E16 constantes piezoelétrico.

TBDATA,14,17 ! E25.

TBDATA,3,-6.5 ! E31.

TBDATA,6,-6.5 ! E32.

TBDATA,9,23.3 ! E33.

! montagem da matriz

TB,ANEL,2

TBDATA,1,126E9,79.5E9,84.1E9 ! C11,C12,C13

TBDATA,7,126E9,84.1E9 ! C22,C23

TBDATA,12,117E9 ! C33

TBDATA,16,23.3E9 ! C44

TBDATA,19,23E9 ! C55

TBDATA,21,23E9 ! * Dados da viga**

ALTURA=.7E-3 ! direcao Z

```

LARGURA=25.4E-3      ! direcao Y
COMPR=504E-3        ! direcao X
mx=42              ! n. blocos na direcao x
my=4              ! n. blocos na direcao y
mz=1              ! n. blocos na direcao z
DX=COMPR/mx
DY=LARGURA/my
DZ=ALTURA/mz
!*** dados do pzt
DSA=DX
ALTURAA=.61E-3      direcao Z
LARGURAA=25.4E-3    ! direcao Y
COMPRA=72E-3       ! direcao X
nx=6              ! n. blocos na direcao z
ny=4              ! n. blocos na direcao x
nz=1              ! n. blocos na direcao y
DXA=COMPRA/nx
DYA=LARGURAA/ny
DZA=ALTURAA/nz
!primeiro gerar o material 2 e usar o comando vatt (piezo)
! gerando ny blocos na direcao y
*DO,i,1,nx
*DO,j,1,ny
*DO,k,1,nz
BLOCK,DSA+(i-1)*DXA,DSA+i*DXA,(j-1)*DYA,j*DYA,ALTURA+(k-1)*DZA,ALTURA+k*DZA
*ENDDO
*ENDDO
*ENDDO
VATT,2,,2
! automaticamente será material 1
! gerando ny blocos na direcao y (viga)
*DO,i,1,mx
*DO,j,1,my
*DO,k,1,mz
BLOCK,(i-1)*DX,i*DX,(j-1)*DY,j*DY,(k-1)*DZ,k*DZ
*ENDDO
*ENDDO
*ENDDO

```



```

ESIZE,DSA           ! gera outros blocos de dimensões proporcionais.
NUMMERG,ALL        ! merge pontos duplicados.
NUMCOMP,ALL        ! comprime elementos
VMESH,ALL
! NÓS NA PARTE INFERIOR DO PZT
NSEL,S,LOC,Z,,ALTURA
NSEL,R,LOC,X,DSA,DSA+COMPRA
CP,1,VOLT,ALL      ! acopla o DOF volt aos nos da superficie inferior e sup. dos
PZT
CM,AREAUP,NODE     ! cria componentes para a superfice inferior
*GET,N1,NODE,,NUM,MIN
! NÓS NA PARTE SUPERIOR DO PZT
NSEL,S,LOC,Z,ALTURA+ALTURAA
CP,2,VOLT,ALL
CM,INTRFC,NODE
*GET,N2,NODE,,NUM,MIN
! Restrições dos DOF DA ESTRUTURA
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UZ
DSYM,SYMM,X ! SYMMETRY BOUNDARY CONSTRAINTS
DSYM,SYMM,Y
NSEL,ALL
FINISH
/SOLU

```

A Figura 4.4 mostra a viga modelada no *Ansys*[®], no seu estado indeformada.

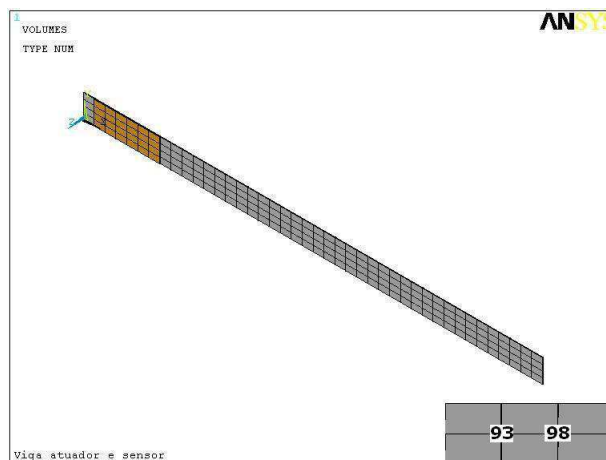


Figura 4.4: Viga com atuador e sensor .

4.2 Análise modal

Através da análise modal realizada, obteve-se a primeira, a segunda e a terceira frequência natural da viga apresentada na Tabela (4.2).

Tabela 4.2: Frequências naturais, para o sistema sem amortecimento e sem controle.

Caso	Primeira	Segunda	Terceira
1	3,15	18,12	45,97

Pode visualizar nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 os três primeiros modos de vibrar da estrutura.

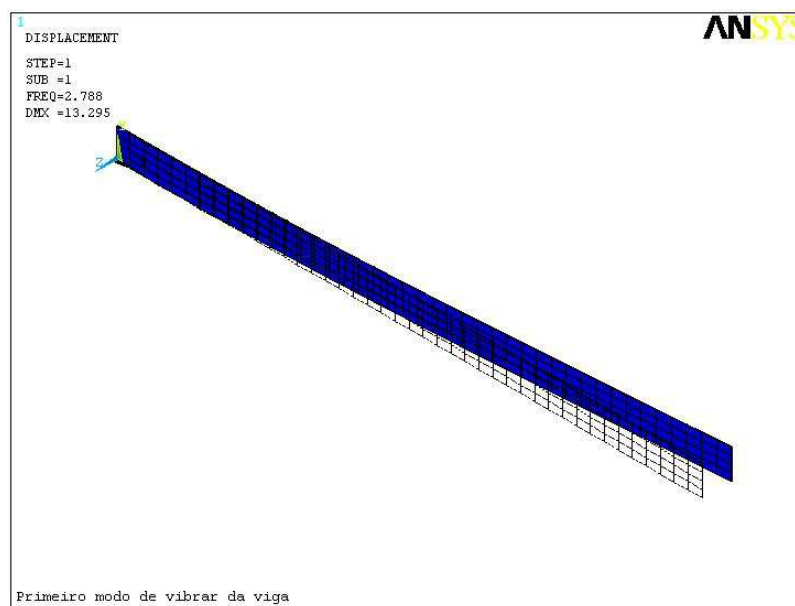


Figura 4.5: Primeiro modo de vibrar da viga.

4.3 Controle PID

O segundo sistema trata-se da modelagem do controle ativo de vibrações de uma estrutura do tipo viga com piezoelétrico.

O lugar para melhor fixação do sensor e do atuador é próximo ao engastamento da viga.

É aplicado um controlador proporcional a fim de se reduzir os níveis de vibração na estrutura.

Os resultados analíticos são comparados com os resultados computacionais, segundo Karagulle (2004). O diagrama de blocos representando a dinâmica do sistema controlado é mostrado na Figura 4.8.

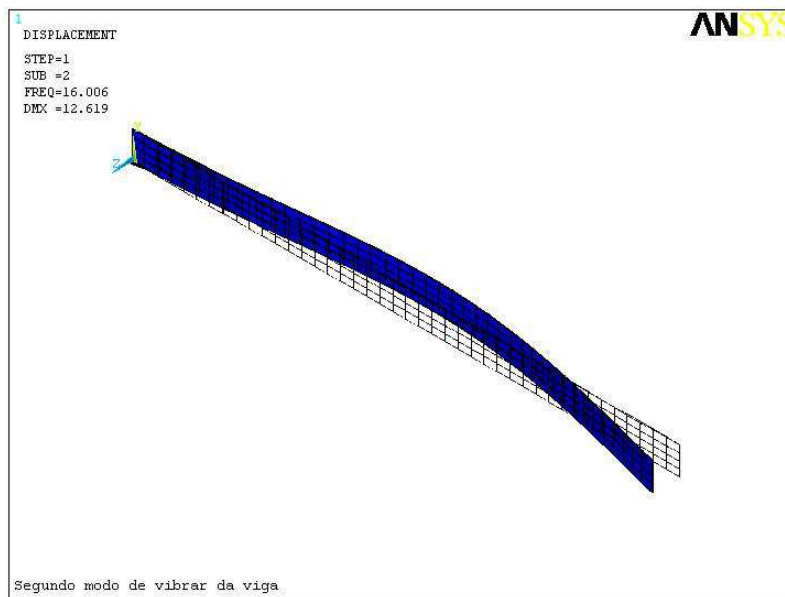


Figura 4.6: Segundo modo de vibrar da viga.

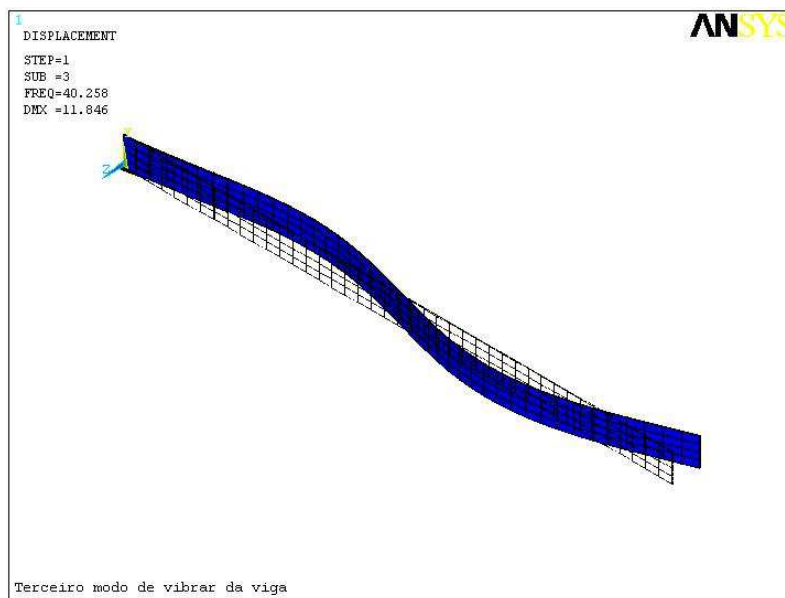


Figura 4.7: Terceiro modo de vibrar da viga.

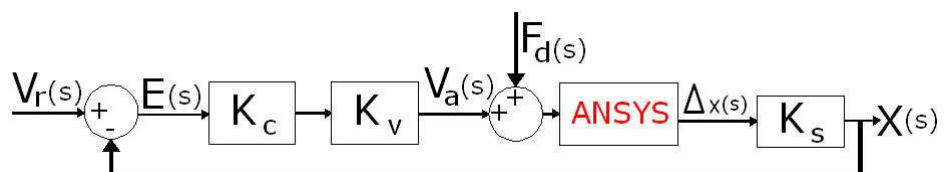


Figura 4.8: Bloco para controle da viga.

F_d é uma força geradora de vibração, distúrbio representado por um impulso de amplitude F_0 . O valor da vibração gerado pela força F_d pode ser definido em cada passo de tempo. Para $t=\Delta t$ o valor é F_0 , e para outros passos de tempo $F_0 = 0$.

A deformação no sensor é dado por ε . K_s , K_c e K_v , são utilizados pelo controlador como fatores de amplificação, onde K_s e K_v são tomados como 1000, já K_c é o ganho do compensador. A multiplicação de K_s , K_c e K_v é proporcional a constante de tensão V_a do atuador.

A deformação é determinada para a localização ds , isto é, nós 93 e 98 do modelo. O intervalo de tempo considerado nos cálculos é Δt igual a 0,0169.

Na análise transiente, os coeficientes de Rayleigh, o amortecimento proporcional (α e β), são definidos. Com $\alpha = \beta=0,001$ neste estudo. $F_d = F_0=1$ para $t = \Delta t$ e $F_d = 0$ para os passos de tempos subsequentes. A tensão elétrica resultante é calculada de acordo com a localização ds do sensor e depois é multiplicada por K_s e em seguida é subtraído a partir de zero. Onde zero é tomado como valor de entrada para a referência do controle de vibração, isto é, deseja-se colocar a viga em repouso.

A diferença entre o valor de referência e o sinal do sensor é conhecida como sinal de erro.

O valor do erro é multiplicado por K_c e K_v para determinar V_a em determinado intervalo de tempo.

A parte do programa que determina os cálculos para a malha fechada para $t > \Delta t$ é mostrado.

! Análise transiente

ANTYPE,TRANS,NEW

OUTRES,ALL,ALL

f1=2.7

DT=1/(20*f1)

D,N1,VOLT,0

D,N2,VOLT,0

betad,0.001

ks=1000

kc=5

kv=1000

TINTP,,0.25,0.5,0.5

DELTIM,DT

F,461,FZ,0.1

t=DT

TIME,DT

SOLVE

```

ts=1.6
F,461,FZ,0
*do,t,2*DT,ts,DT
*get,u1,node,93,u,x
*get,u2,node,98,u,x
err=0-ks*(u2-u1)/DX
va=kc*kv*err
D,N2,VOLT,va
TIME,t
SOLVE
*ENDDO
FINISH
/POST26
/GROPTS,VIEW,1
NSOL,2,461,U,Z
PLVAR,2

```

As variáveis k_s , k_c e k_v correspondem a K_s , K_c e K_v , respectivamente. Os nós 93 e 98 usados para calcular a deformação. Esses nós são adjacentes na direção x , dx é a distância entre eles. Os valores dos coeficientes de Rayleigh, α e β , a força impulsiva F_0 , e o ganho do controle K_c , são diferentes para cada caso. O valor de F_0 e K_c são limitados por um valor máximo da tensão a ser aplicada no atuador para que o mesmo não seja danificado.

A máxima tensão a ser aplicada no atuador por espessura do material piezoelétrico (0,61 mm) é de 235 V mm^{-1} . Assim, as tensões são mantidas em até de 143,4; 176,3; 117,5 V para o caso 1.

Manning (2000) realizou o controle ativo de uma estrutura e comparou seu desempenho a um controlador utilizando a velocidade como uma resposta empírica. A estrutura é composta por piezocerâmicos, atuador e sensor e um *strain gauge* todos colocados a uma viga. Os sinais elétricos do atuador, sensor e *strain gauge* são conectados a um computador que proporcina uma plataforma de controle.

A Figura 4.9 trata-se resposta impulsiva da viga que teve as linhas de comando descrita no item 4.1 sem a presença de alguma técnica de controle, isto é, malha aberta.

A Figura 4.10 trata-se da viga que teve as linhas de comando descrita no item 4.3 com controlador proporcional derivativo (PD) utilizando a linguagem Ansys.

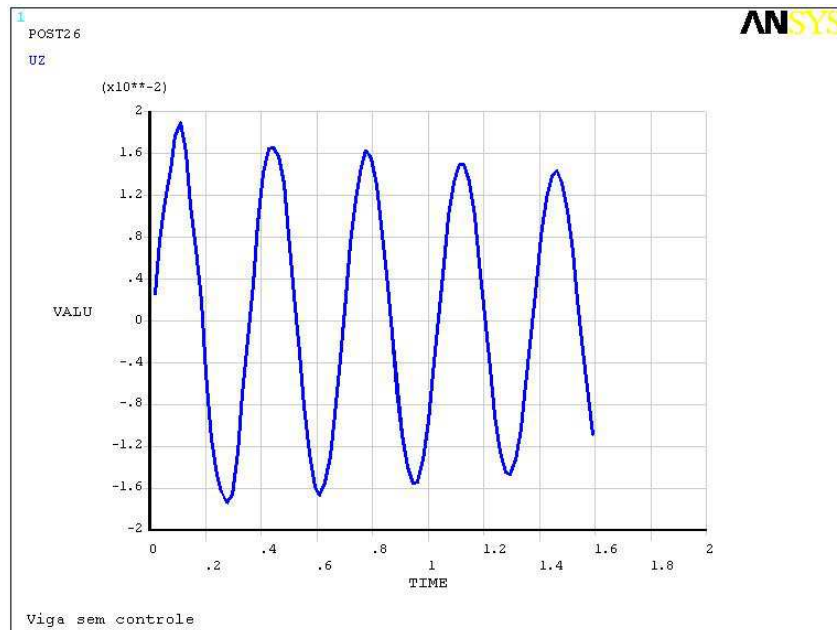


Figura 4.9: Viga sem controle (malha aberta)

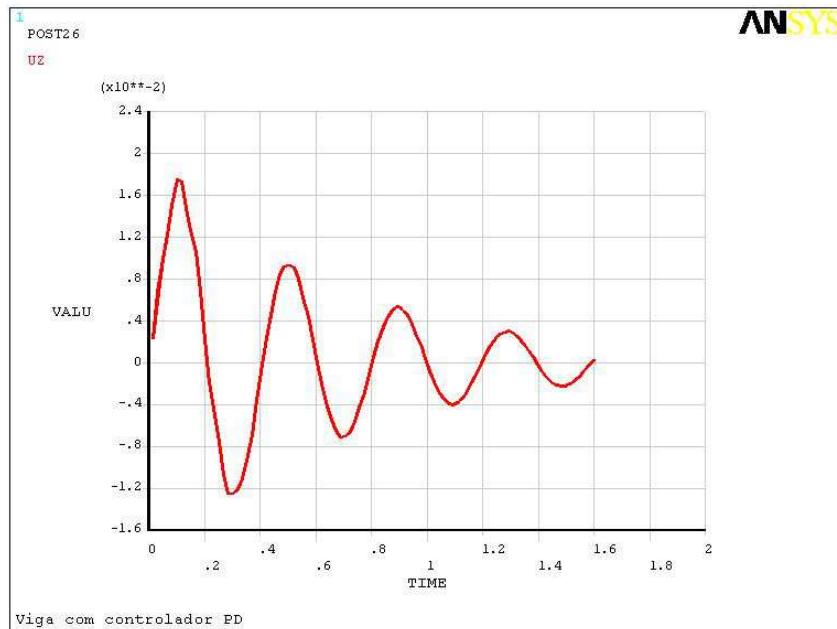


Figura 4.10: Viga com controlador (malha fechada).

Capítulo 5

Análise Experimental

5.1 Introdução

Esse capítulo tem como objetivo apresentar os procedimentos utilizados nos ensaios experimentais de uma viga em balanço, com a finalidade de se detectar as frequências naturais, através análise da resposta impulsiva e aplicação dos sinais chirp e ruído branco. Após determinarmos as frequências naturais foi utilizado o método do decremento logarítmico para encontrar o fator de amortecimento da estrutura.

Realizou-se um ensaio de controle da estrutura utilizando um controlador clássico do tipo proporcional integral derivativo (PID) e um controlador fuzzy.

5.2 Descrição do experimento

Uma estrutura do tipo viga em balanço foi fixada em um suporte de aço, sendo esse suporte fixado a uma base de concreto. As condições de contorno utilizadas é engastada livre. A viga foi instrumentada com um par de atuador piezolétrico. O atuador de controle se refere ao piezolétrico fixado na parte de trás da viga. A estrutura é excitada através de uma onda senoidal utilizando o bloco "*sine wave*" do simulink.

Ainda fazem parte da instrumentação, um computador, uma placa de aquisição de sinais com conversores analógicos e digitais "*Dspace (DS1104)*", um analisador de sinais Stanford Research Systems Model(SR780), dois amplificadores de ganho fixo para piezolétrico, Piezo Power Amplifier Quick Pack modelo (QPA202), dois atuadores piezoelétricos modelo (QP10-N11639)Midé, cabo para conexão dos autadores piezoelétricos modelo (CB14), um conjunto de filtros anti-aliasing, um vibrometro laser modelo (VQ-500-D) atuando como sensor e um osciloscópio Minipa modelo (M0-1231 30 MHz)

Bancada de ensaio 5.1.



Figura 5.1: Bancada de ensaio.

O diagrama de ensaio mostrado na Figura 5.2 ilustra o fluxo de dados entre os componentes. Linha preta contínua com duas setas, comunicação entre o computador e a placa de aquisição de sinais. Linha azul tracejada sinal de controle. Linha azul contínua sinal do distúrbio. Linha vermelha contínua sinal de saída Dspace. Linha vermelha tracejada leitura do laser.

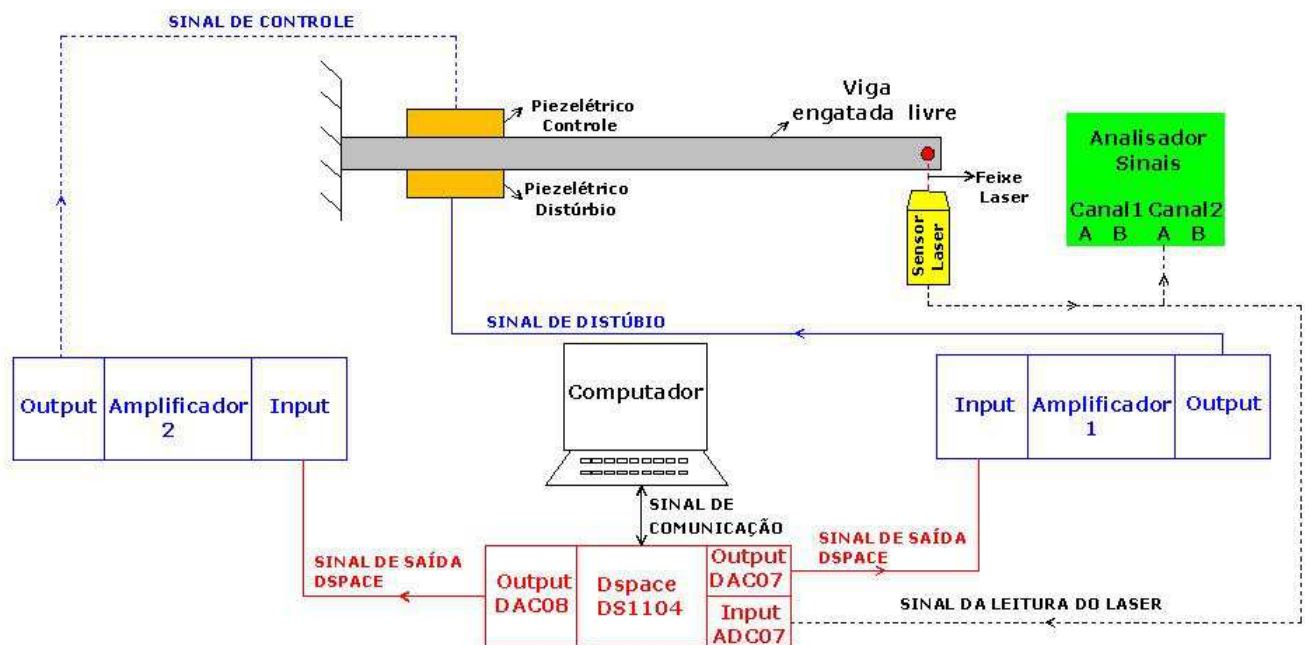


Figura 5.2: Esquema da montagem utilizada nos ensaios experimentais.

5.3 Análise experimental

Na primeira etapa da análise experimental realizou-se o ensaio com a viga engastada livre, aplicando excitações do tipo impulsiva, chirp e ruído branco. Com a finalidade de se determinar as frequências naturais experimentais.

Na segunda etapa do ensaio experimental implementou-se dois tipos de controladores, o controlador Fuzzy e o controlador PID, ambos com a finalidade de atenuar os níveis de vibração da estrutura, podendo assim levar a mesma para o regime de acordo com a referência do sistema de controle.

5.4 Ensaio de vibração livre

Para realizamos esse experimento, a viga foi engastada no suporte como mostrado na Figura 5.3 e uma excitação do tipo impulsiva foi aplicada através do piezelétrico posicionado perto do engaste da viga.

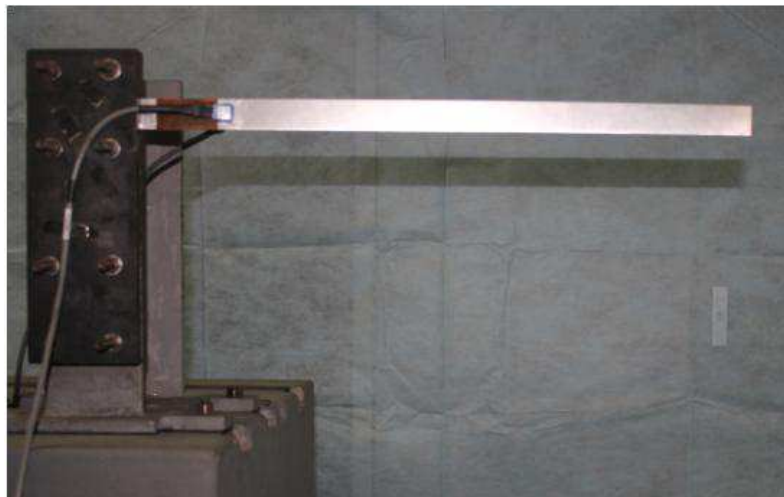


Figura 5.3: Viga engastada livre .

Posicionou-se o vibrômetro laser em frente a viga de maneira que o feixe laser ficasse apontado para a ponta da viga e centralizado conforme mostrado na Figura 5.4.

O sinal do vibrômetro laser é enviado através de um cabo que é conectado ao analisador de sinais, na entrada do canal A. O analisador de sinais mostra o espectro de frequência da



Figura 5.4: Vibrômetro laser - Ometron.

velocidade da extremidade, usando a transformada rápida de Fourier (FFT), em uma faixa de frequência de 0 a 50 Hz. Como mostrado na Figura 5.5.



Figura 5.5: Analisador de sinais modelo(SR780).

A Figura 5.6 apresenta o espectro de frequência, em tensão da extremidade da viga, em uma faixa de 0 a 50 Hz.

O gráfico da Figura 5.7 apresenta a resposta impulsiva da extremidade livre da viga no tempo.

A Tabela 5.1 mostra as três primeiras frequências naturais obtidas no ensaio de vibração livre.

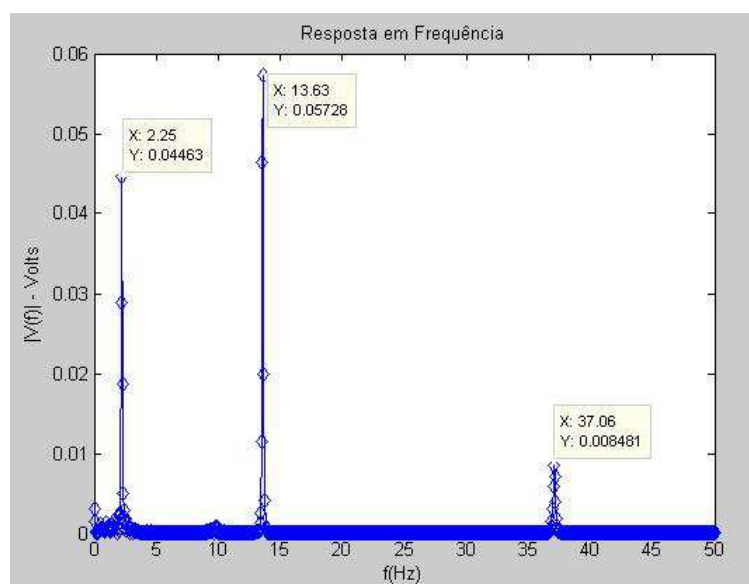


Figura 5.6: Espectro de frequência da resposta impulsiva da extremidade livre da viga.

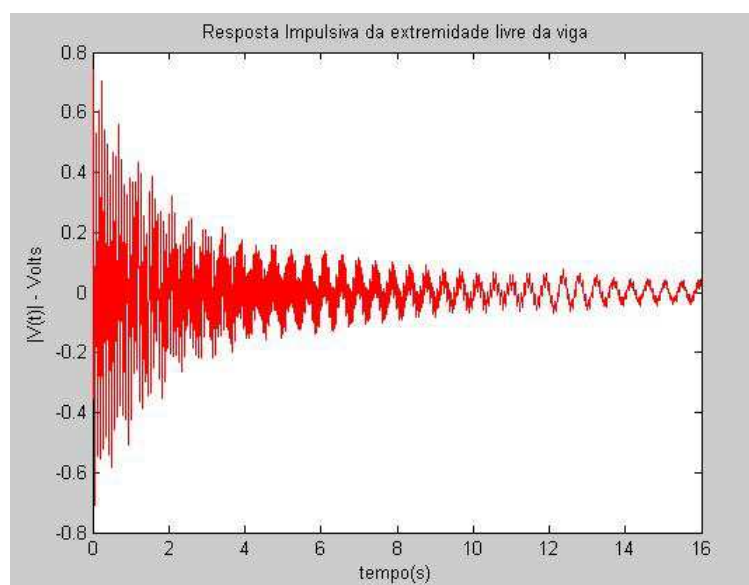


Figura 5.7: Resposta impulsiva da velocidade.

Tabela 5.1: Frequências naturais obtidas no ensaio de vibração livre

Modo	Frequência (Hz)
1	2,25
2	13,63
3	37,06

5.5 Ensaio com excitação chirp e ruído branco

Os ensaios chirp e ruído branco foram realizados com a finalidade de se determinar as frequências naturais da estrutura. O sinal chirp é um sinal que varre uma faixa de frequência pré-determinada. O sinal ruído branco é um tipo de ruído produzido pela combinação simultânea de sons de todas as frequências. O adjetivo branco é utilizado para descrever este tipo de ruído em analogia ao funcionamento da luz branca, dado que esta é obtida por meio da combinação simultânea de todas as frequências cromáticas. Nesse ensaio é obtido a função resposta em frequência da estrutura.

O sinal chirp foi gerado pelo analisador de sinais. Essa saída é enviada ao amplificador de sinal que possui o ganho fixo de 50 vezes. Ocorre uma derivação desse sinal onde uma parte vai para o elemento piezolétrico (pzt) de perturbação fazendo com que a viga comece a vibrar. A outra parte vai para o canal *A*. A saída do vibrômetro laser referente a velocidade é conectada no analisador de sinais no canal *B*.

O ruído branco foi gerado utilizando o bloco do simulink no *MATLAB*[®]. O sinal do ruído branco passou pela saída da dspace. Em seguida é derivado para o amplificador de sinal com ganho fixo de 50 vezes que enviou o ruído branco para o elemento piezolétrico (pzt) fixado na viga, fazendo com que a mesma comece a vibrar. A derivação desse sinal é conectada no canal *A* do analisador de sinais. Já a saída do vibrômetro laser referente a velocidade é conectado no canal *B* do analisador de sinais. Foi necessário uma média com cinquenta repetições para ambos os sinais de excitação para se obter as frequências naturais.

As frequências naturais que incidem sobre da estrutura obtidas através do sinal chirp podem ser vistas na Figura 5.8.

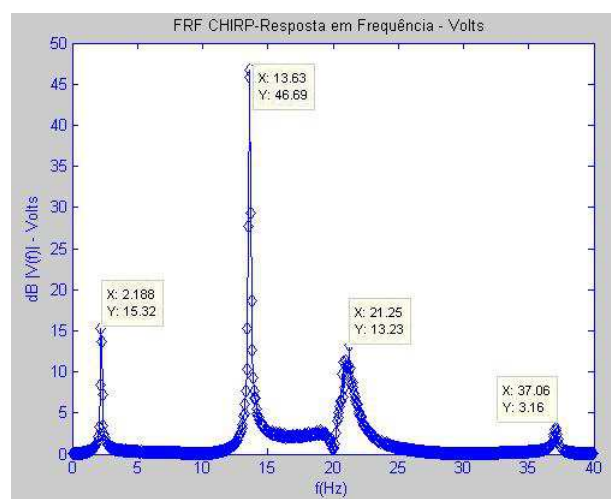


Figura 5.8: FRF CHIRP-Resposta em frequência, utilizando um sinal do tipo chirp.

As frequências naturais da estrutura utilizando a análise FRF Ruído branco podem ser

vistas na Figura 5.9.

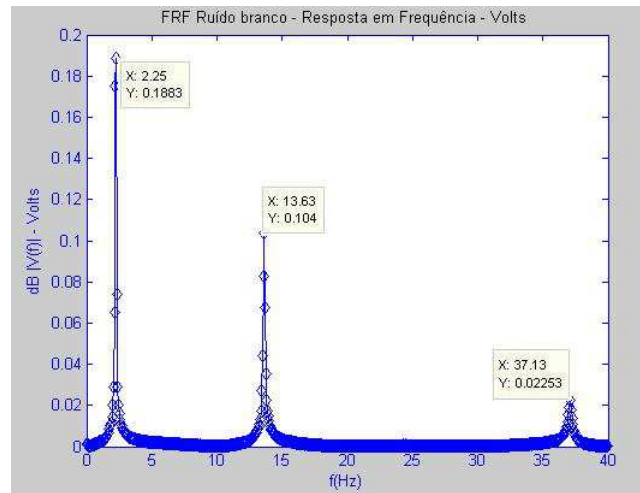


Figura 5.9: FRF Ruído branco-Resposta em frequência, utilizando um sinal do tipo ruído branco.

A Tabela 5.2 mostra as frequências naturais obtidas no ensaio de vibração livre.

Tabela 5.2: Frequências naturais obtidas no ensaio de vibração livre.

Modo	Chirp	Ruído Branco
1	2,18	2,25
2	13,63	13,63
3	37,06	37,13

5.6 Controlador Fuzzy

Inicialmente, para se desenvolver o controlador fuzzy é de extrema importância que se tenha um bom conhecimento do sistema a ser controlado. Um parâmetro importante para o compensador fuzzy é a determinação da variação do erro. Considerou-se como erro a diferença entre o valor da referência e o valor da variável controlada. Para obter esta informação foi aplicado uma excitação tipo harmônica na estrutura.

A escala para o sinal de tensão de saída e entrada na Dspace, é de 1 V para 10 V, isso quer dizer que, 0,1 V na placa corresponderá a 1 V de saída. A amplitude da função senoidal corresponde a 0,2 V resulta em uma tensão de saída na dspace de 2 V e uma frequência de 14 Hz. Essa frequência se refere ao segundo modo de vibração da estrutura. O sinal de tensão na saída da Dspace é amplificado pelo amplificador de sinais com o ganho fixo de 50 vezes. Com isso estaremos aplicando um sinal de 100 V no piezelétrico. O vibrômetro laser foi utilizado como

sensor, para determinar a velocidade da extremidade livre da viga. O vibrômetro laser utilizou a escala de 500 mm/s.

De acordo com o manual do vibrômetro laser a máxima saída em tensão é de ± 4 V.

Para determinar a relação entre o erro e a força de controle aplicou-se uma entrada de 0,22 V que resultou em uma força de controle equivalente a 96,5 V.

Depois de encontrar o valor da força de controle, utiliza-se o bloco do simulink referente as funções fuzzy.

O bloco "fuzzy with rules", foi utilizado para representar o sistema do modelo de inferência fuzzy de Mamdani. Esse bloco foi utilizado no simulink *MATLAB*[®]. Através desse bloco pode-se escolher quais os tipos de funções a serem utilizadas para o compensador Fuzzy, como mostra a Figura 5.10.

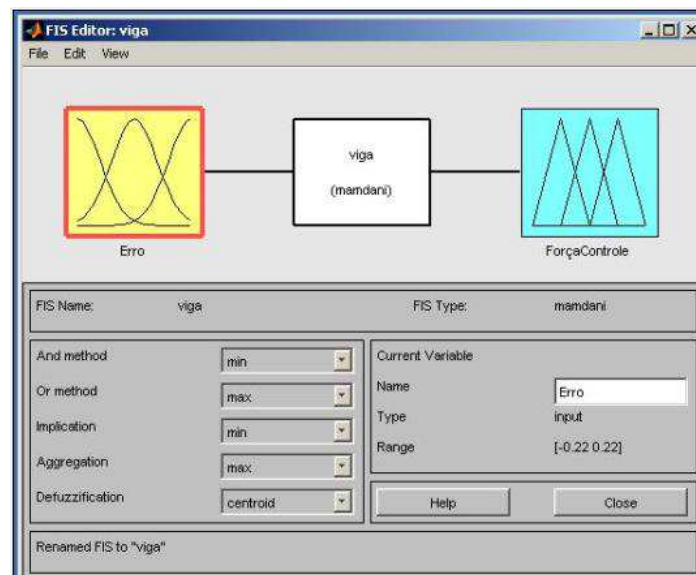


Figura 5.10: Sistema Fuzzy de inferência.

Utilizou como variável de entrada para desenvolvermos as funções de pertinências triangulares o valor encontrado através da variável "erro". A primeira função é representada através do erro negativo (ErroN), a segunda função é representada através do erro zero (ErroZ) e a terceira função representa o erro positivo (ErroP) como mostra a figura 5.11.

Utilizou como variável de saída a tensão no piezoelétrico para desenvolvermos as funções de pertinências triangulares. O valor encontrado 96,5 V que representa a "força de controle do sistema" representada pelas funções de pertinência através das variáveis linguísticas força negativa (ForçaN), força zero (ForçaZ) e força positiva (ForçaP) como mostra a figura 5.12.

Depois de se desenvolver as funções de pertinência de entrada e saída do sistema, deve-se

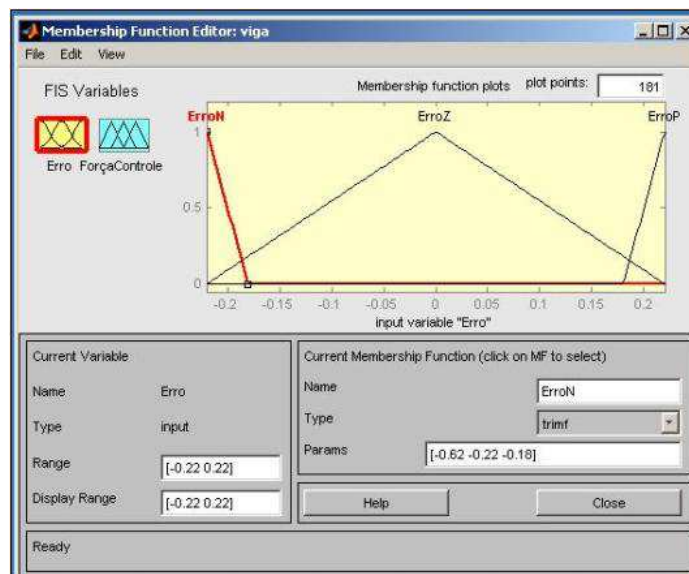


Figura 5.11: Erro como variável de entrada do controlador Fuzzy.

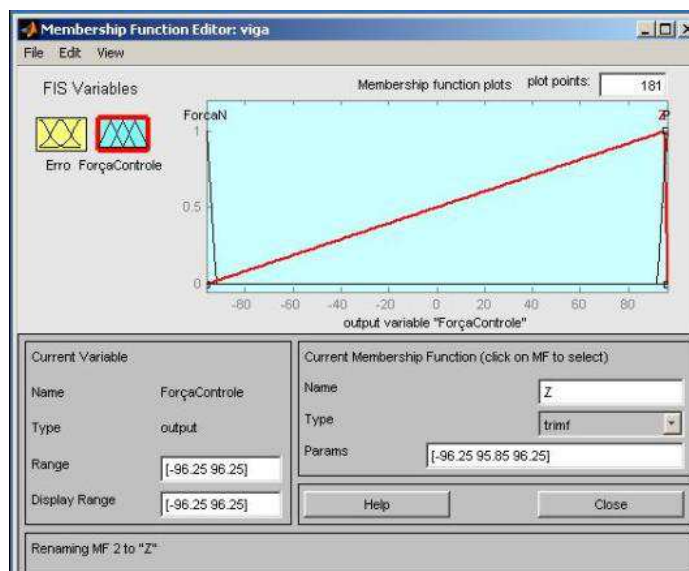


Figura 5.12: Força de controle como variável de saída do controlador Fuzzy.

gerar as regras que são utilizadas pelo controlador. A Figura 5.13 demonstra o conjunto de regras para as variáveis de entrada e saída.

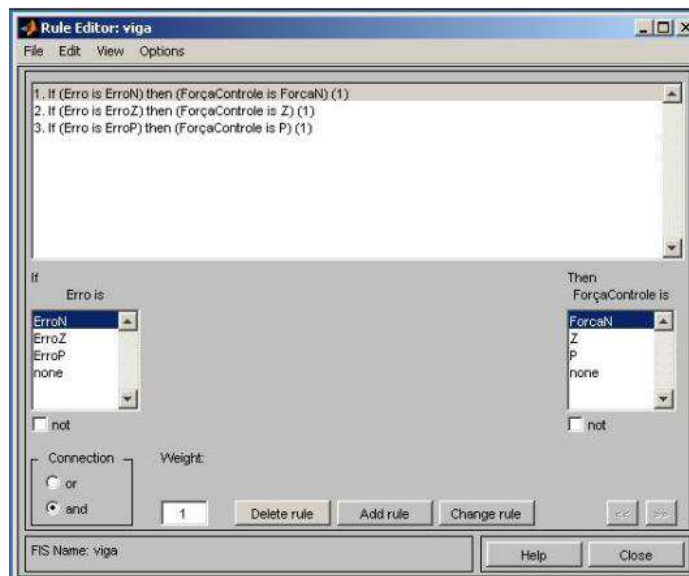


Figura 5.13: Regras Fuzzy.

A Figura 5.14 mostra o diagrama de controle implementado no simulink *MATLAB*[®]. O bloco da função senoidal como perturbação, utilizando a saída ADC07. A entrada DAC07 que recebe o sinal do sensor e compara com o sinal de referência do sistema, o bloco Fuzzy com as funções de entrada e saída do controlador, o ganho do controlador, o bloco de saturação é utilizado para evitar que a tensão de saída ultrapasse a tensão permitida pela Dspace e a saída ADC08 da Dspace por onde será enviado o sinal que anulará o sinal de perturbação, reduzindo assim a vibração do sistema.

5.7 Controlador PID Experimental

A equação de movimento da viga é uma equação complexa, tendo como base que a equação espacial do sistema é representada por uma equação de quarta ordem. Realizando o ensaio FRF, nos dá a resposta em frequência e no tempo do sistema. Pode-se obter também a resposta impulsiva em frequência (ifft).

É possível desenvolver um programa onde se compara a resposta impulsiva ideal com a resposta impulsiva estimada. Com isso obtém-se através desse programa as matrizes no espaço de estado. Aplicando-se Laplace nas matrizes espaço de estado para se obter as funções de transferência que regem o comportamento da viga. Com isso é possível calcular o valores dos ganhos para o controlador PID. Para o experimento desse trabalho o ganho do controlador PID,

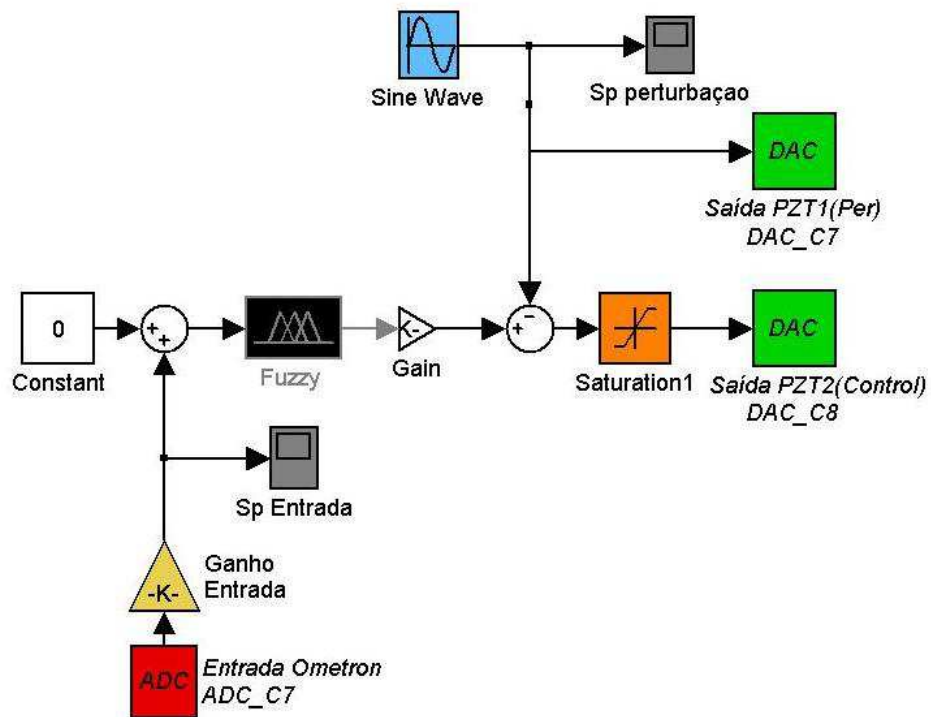


Figura 5.14: Diagrama de bloco do controlador Fuzzy.

foi determinado por tentativa e erro, mas pode ser obtido pelo método de avanço e atraso de fase, pelo diagrama de Bolde.

Os valores dos ganhos são: $K_p = 0,01$; $k_i = 0,001$; $k_d = 0,0001$.

Demonstra-se na Figura 5.15 um modelo desenvolvido no simulink do diagrama do controlador PID, para a redução dos níveis de vibração da viga.

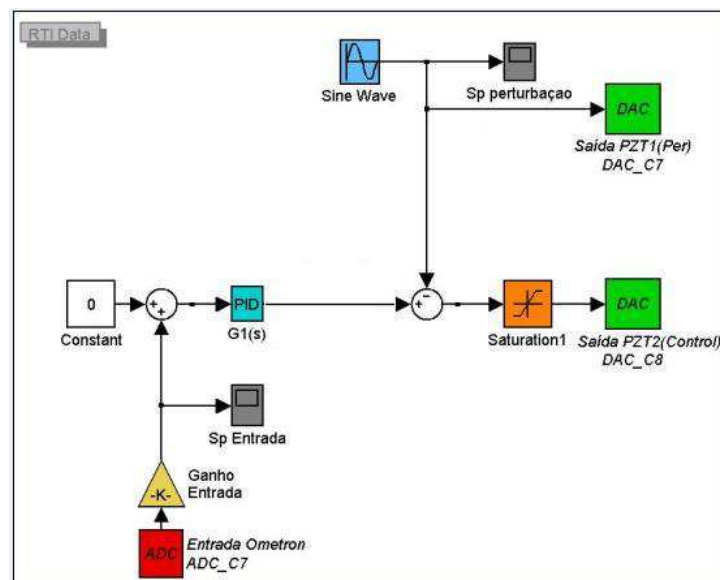


Figura 5.15: Diagrama de bloco do controlador PID.

Capítulo 6

Resultados e Discussões

6.1 Resultados

A validação do programa computacional desenvolvido, tendo como plataforma o software *MATLAB*[®] e *ANSYS*[®], foi realizada comparando dados disponíveis na literatura Karagulle (2004) com os dados gerados pelo programa desenvolvido neste trabalho.

O programa desenvolvido no Ansys tem a sua rotina descrita através da linguagem APDL e pode ser visto no "*capítulo 3 na seção modelagem no ansys*".

As propriedades do sistema massa, mola e amortecedor são vistos na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Propriedades referentes ao sistema massa, mola e amortecedor.

Massa (<i>kg</i>)	Amortecedor (<i>Nsm⁻¹</i>)	Mola (<i>Nm¹</i>)
$m_1 = 1,2$	$c_1 = 4$	$k_1 = 350$
$m_2 = 1,0$	$c_2 = 3$	$k_2 = 300$

6.1.1 Frequências Naturais

As frequências naturais que veremos na tabela 6.2 trata-se das frequências naturais obtidas por Karagulle(2004) e pelo autor desse trabalho utilizando o Matlab e Ansys.

A tabela 6.3 mostra as dimensõe para os casos 1 e 2.

As frequências naturais que veremos na tabela 6.4 se trata das frequências naturais obtidas por (Karagulle,2004) e pelo autor desse trabalho, para os casos 1 e 2, agora com a simulação

Tabela 6.2: Frequências naturais

Modo	Karagulle	Autor(Matlab)	Autor(Ansys)
1	1,75	1,75	1,75
2	4,27	4,27	4,27

Tabela 6.3: Dimensões da viga, piezoelétrico e sensor.

Caso	Dimensões da estrutura L x h x b (mm)	Dimensões do atuador La x ha x ba (mm)	Atuador distância, d_a (mm)	Sensor distância, d_s (mm)
1	504x25,4x0,8	72x25,4x0,61	12	48
2	224,25x25x0,965	39x25x0,75	9,8	29,3

feita no Ansys de uma viga engastada livre.

Tabela 6.4: Frequências naturais viga engastada livre

	Caso	F1	F2	F3
Karagulle(2004)	1	3,15	18,12	45,97
	2	19,85	104,78	259,22
Autor	1	3,15	18,12	46
	2	19,83	104,9	260,2

A tabela 6.5, trata-se das dimensões da viga utilizada pelo autor desse trabalho para realizar a análise experimental.

A tabela 6.6 refere-se as frequências naturais obtidas na análise experimental, que serão comparadas com as frequências naturais obtidas através da análise modal realizada no Ansys.

Veremos agora a validação dos resultados referentes ao sistema massa, mola e amortecedor. Com e sem a influência do controlador PID, utilizando o simulink e o ansys 6.1.

A figura 6.2 refere-se ao sistema massa mola e amortecedor modelado no Ansys sem controle.

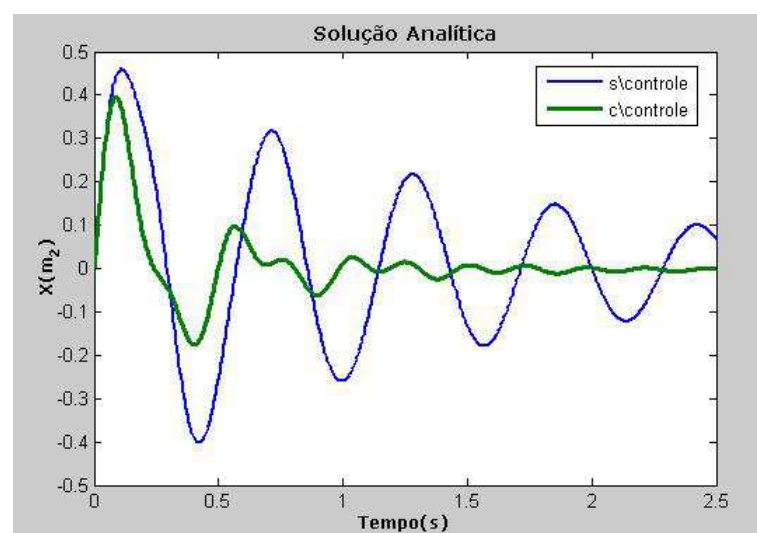
A figura 6.3 refere-se ao sistema massa mola e amortecedor modelado no Ansys com controle.

Tabela 6.5: Dimensões da viga, piezoelétrico e sensor.

Caso	Dimensões da viga L x h x b (mm)	Dimensões do atuador La x ha x ba (mm)	Atuador distância, d_a (mm)	Sensor distância, d_s (mm)
3	504x25,4x0,7	72x25,4x0,61	12	48

Tabela 6.6: Frequências naturais viga engastada livre

	Caso	F1	F2	F3
Experimental	3	2,25	13,63	37,06
Ansys	3	2,7	16	40

**Figura 6.1:** Resposta impulsiva no tempo, com e sem controle para o sistema massa, mola e amortecedor.

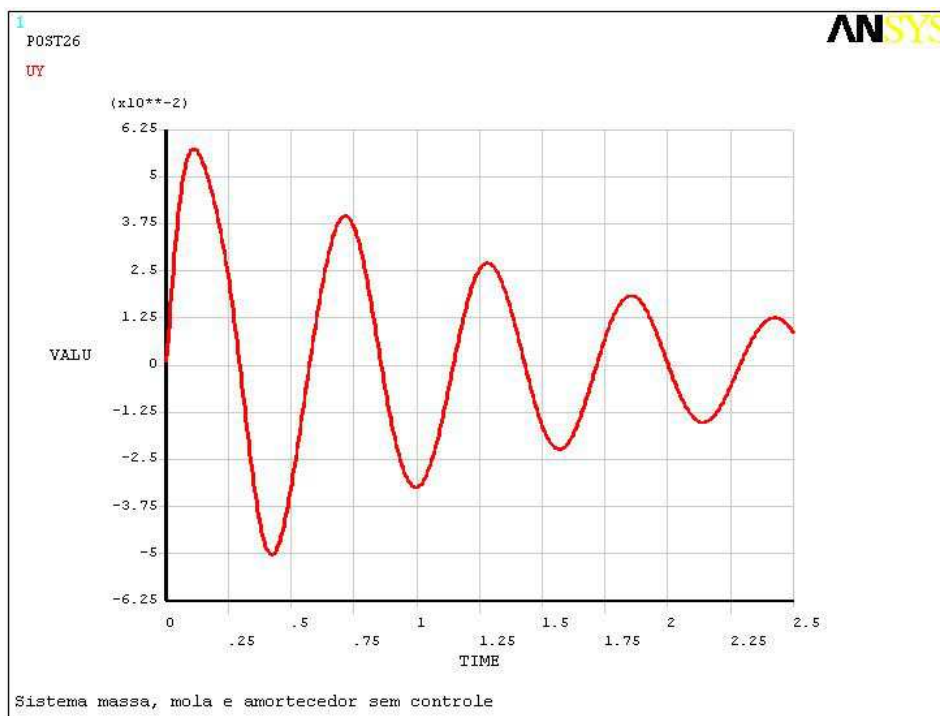


Figura 6.2: Massa, mola e amortecedor sem controle no Ansys.

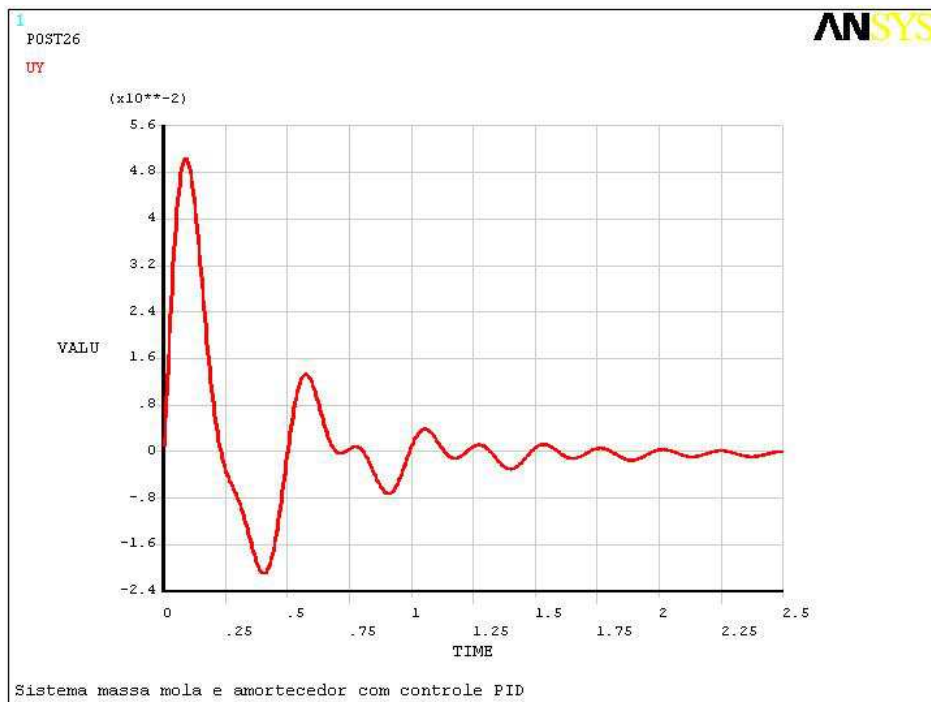


Figura 6.3: Massa, mola e amortecedor com controle no Ansys.

Trataremos agora dos resultados referentes as simulações feitas no Ansys, para modelo da viga engastada livre, onde mostraremos o deslocamento da extremidade da viga sem e com controle, usaremos um controlador PD, com a finalidade de reduzir os níveis de vibrações da viga levando a mesma para regime de acordo com a referência do sistema.

Veremos na figura 6.4 o deslocamento da ponta da viga sem controle.

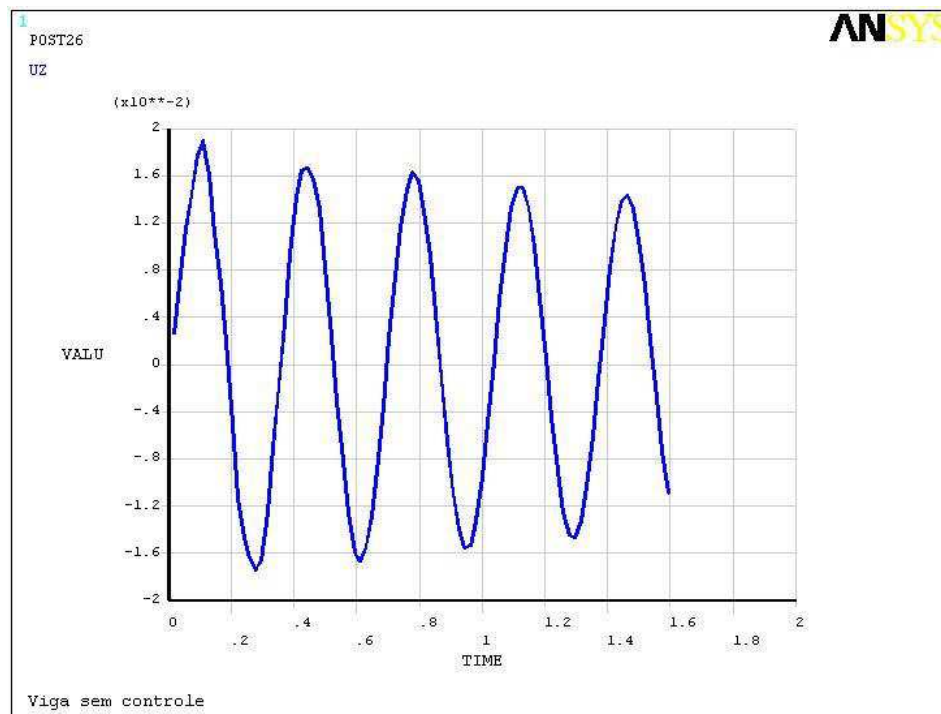


Figura 6.4: Deslocamento da extremidade da viga sem controle.

Veremos na figura 6.5 o deslocamento da extremidade da viga utilizando o controlador proporcional derivativo, com o valor do ganho k_c igual a 2.

Veremos na figura 6.6 o deslocamento da extremidade da viga utilizando o controlador proporcional derivativo, com o valor do ganho k_c igual a 3.3.

Veremos na figura 6.7 o deslocamento da extremidade da viga utilizando o controlador proporcional derivativo, com o valor do ganho k_c igual a 5.

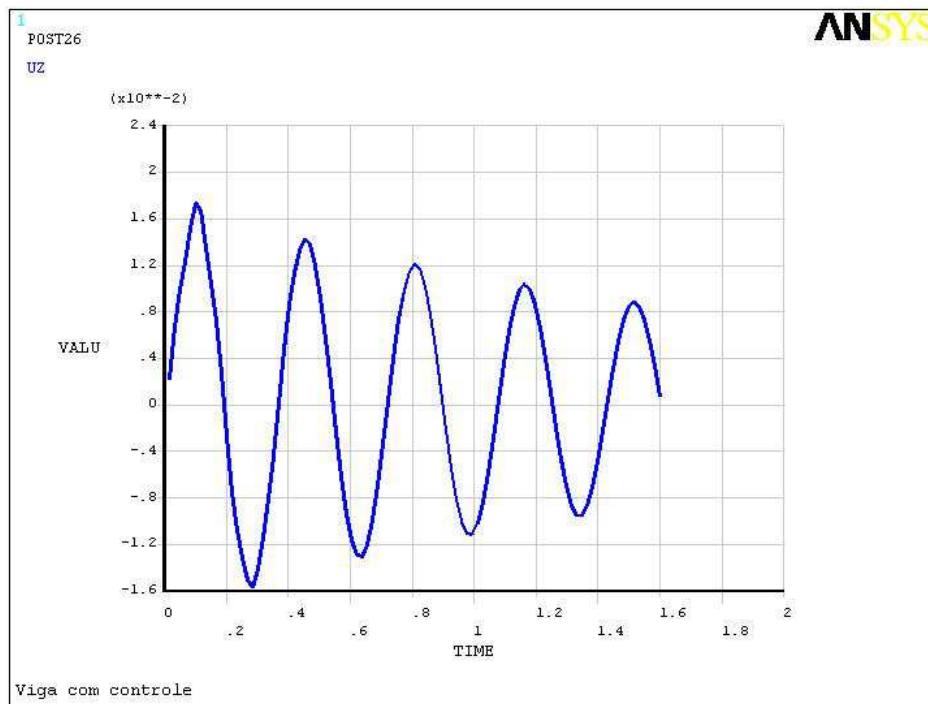


Figura 6.5: Deslocamento da extremidade da viga com controle com ganho $K_c=2$.

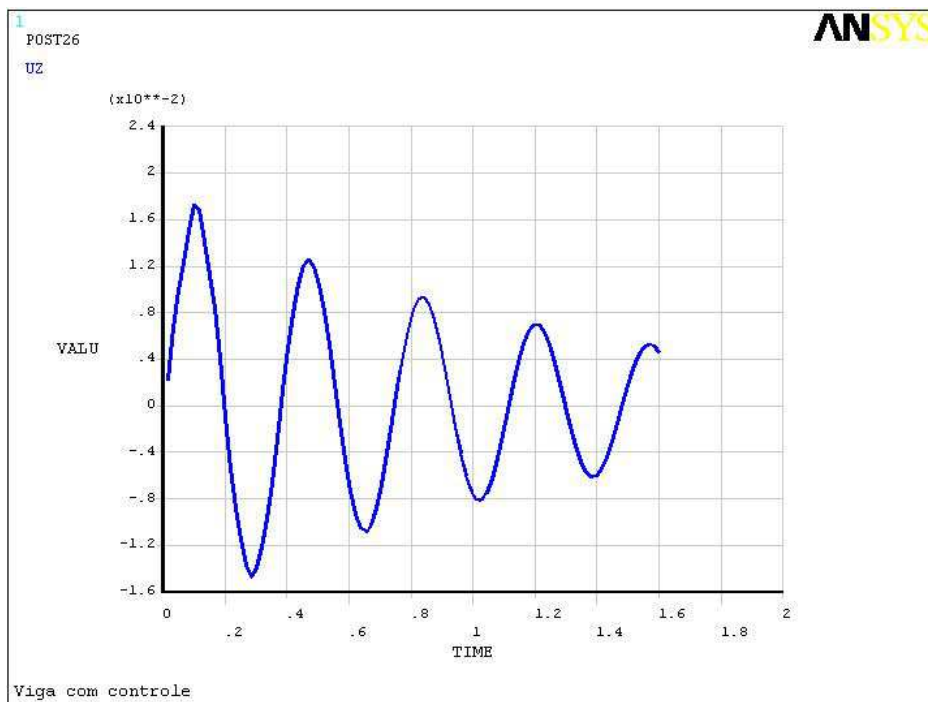


Figura 6.6: Deslocamento da extremidade da viga com controle com ganho $K_c=3.3$.

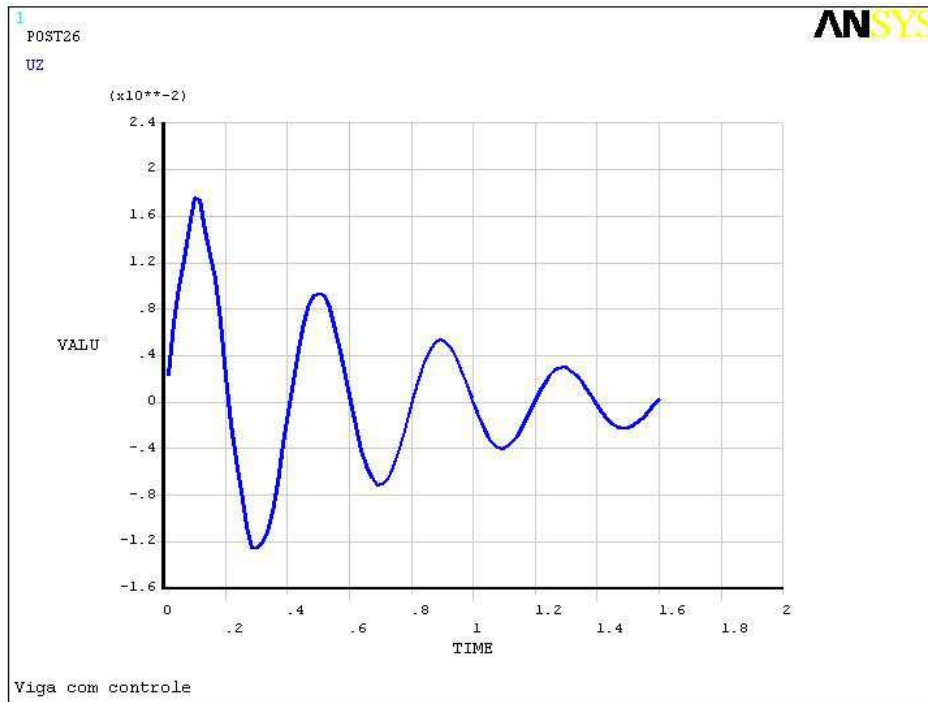


Figura 6.7: Deslocamento da extremidade da viga com controle com ganho $K_c=5$.

6.1.2 Validando o compensador PID através do experimento

A figura 6.8 demonstra a resposta impulsiva da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

A figura 6.9 demonstra a resposta impulsiva em frequência da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

A figura 6.10 demonstra a resposta harmônica no tempo da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

6.1.3 Validando o compensador Fuzzy através do experimento

A figura 6.11 demonstra a resposta impulsiva da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

A figura 6.12 demonstra a resposta impulsiva em frequência da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

A figura 6.13 demonstra a resposta harmônica no tempo da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

A figura 6.14 demonstra a resposta harmônica em frequência da extremidade livre da viga sem controle e com controle.

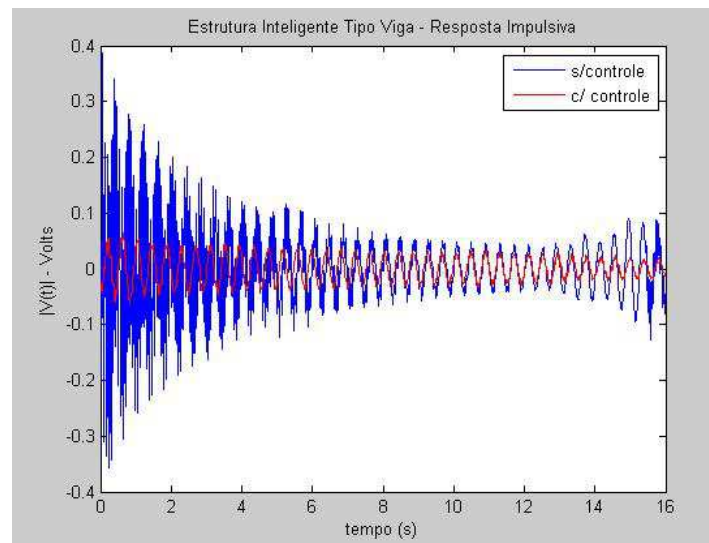


Figura 6.8: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva com controlador (PID).

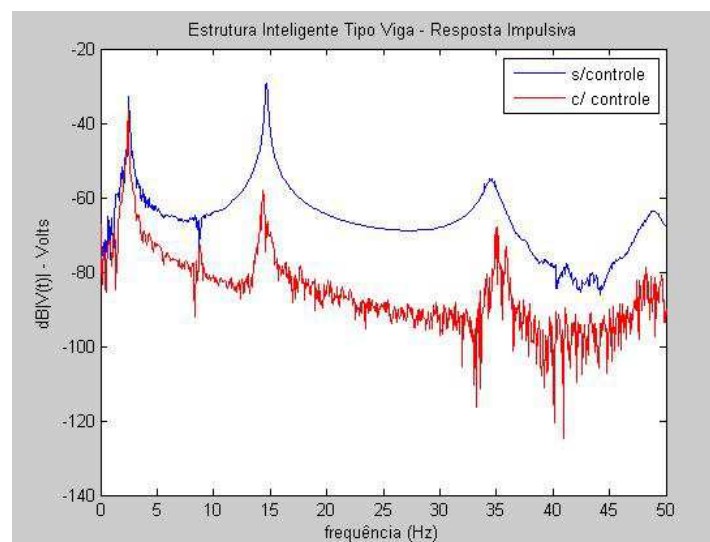


Figura 6.9: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva em frequência com controlador (PID).

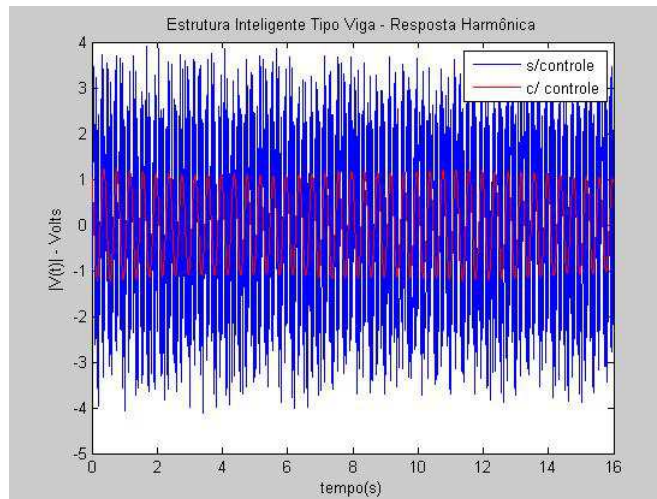


Figura 6.10: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Harmônica.

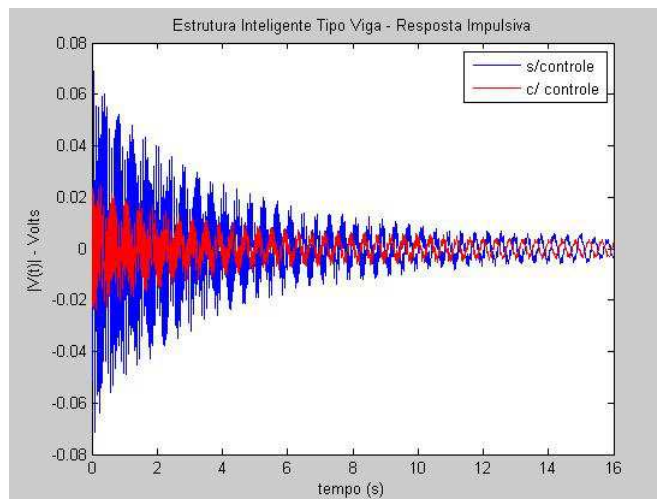


Figura 6.11: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva com controlador Fuzzy.

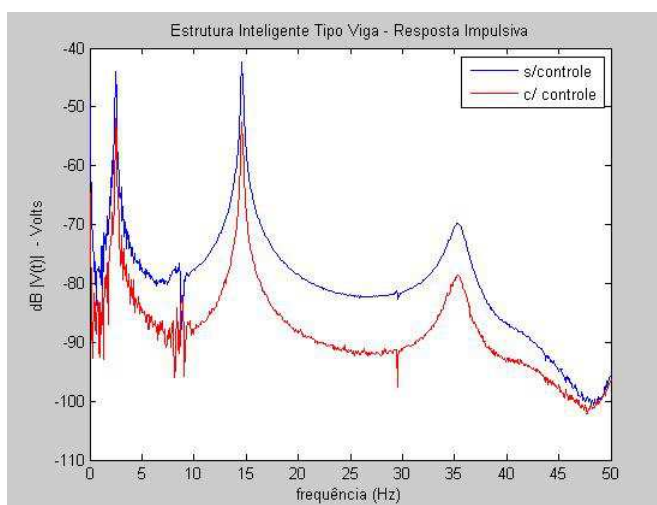


Figura 6.12: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Impulsiva em frequência com controlador Fuzzy.

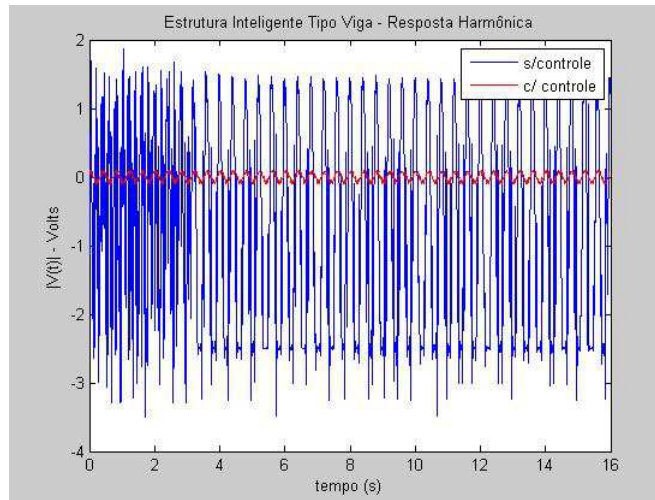


Figura 6.13: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Harmônica no tempo.

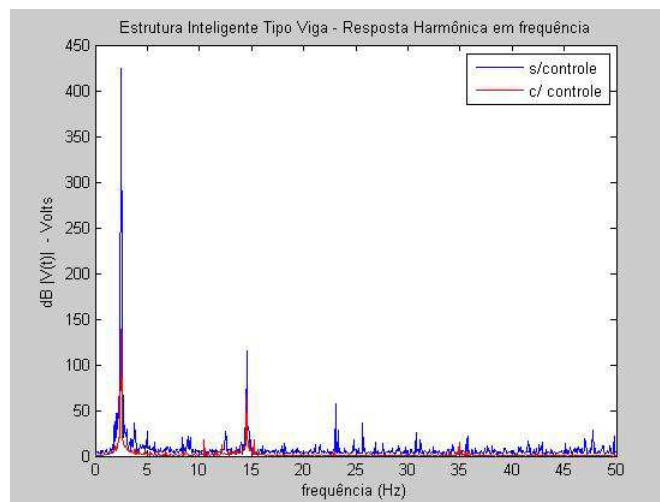


Figura 6.14: Estrutura Inteligente tipo viga - Resposta Harmônica em frequência.

Capítulo 7

Conclusões

Apresentou-se uma metodologia para a modelagem de viga com elementos piezelétricos utilizando a linguagem APDL do Ansys.

Os resultados obtidos da análise modal utilizando o método dos elementos finitos no Ansys mostrou-se efetivo em comparação com os resultados obtidos da análise modal experimental. É possível aplicar uma técnica de controle de elementos finitos usando a linguagem APDL do Ansys.

Os resultados obtidos por intermédio dos modelos estruturais desenvolvidos no Ansys e Matlab, mostraram-se muito efetivos em comparação com os resultados da literatura.

Para se realizar o projeto de um compensador fuzzy é de extrema importância que o projetista tenha um bom conhecimento do sistema a ser controlado, evitando assim que alguma informação passe despercebida podendo com isso prejudicar o desempenho do compensador.

O compensador fuzzy mostrou-se efetivo no controle ativo de vibração da viga.

7.1 Perspectivas futuras

Modelagem de outros tipos de estruturas tipo viga com diferentes condições de contorno. Desenvolvimento analítico do modelo de viga pelo método dos elementos finitos. Implementar uma rotina que represente o compensador fuzzy na linguagem APDL no Ansys. Implementar compensadores fuzzy PI, PD, PID e adaptativos.

Apêndice A

Viga de Euler-Bernoulli

Este apêndice apresenta o equacionamento dinâmico do modelo de viga de Euler Bernoulli, ilustrado na Figura A.1, considerando as seguintes hipóteses:

- As seções planas de uma viga, tomadas normalmente a seu eixo, permanecem planas após a viga ser submetida à flexão;
- Os deslocamentos verticais de todos os pontos de uma seção transversal são pequenos e iguais ao eixo da viga;
- O deslocamento lateral segundo o eixo z é nulo;
- Se $(b/L) < 0,1$ e $(h/L) < 0,1$ então, a influência de cisalhamento é desprezível e a hipótese de seções planas é satisfeita;
- A inércia de rotação é desprezível;
- A viga é composta por material elástico linear, homogêneo e isotrópico sem carregamento axial.

A vibração na Viga de Euler Bernoulli é geralmente, chamada de vibração transversal, ou vibrações de flexão. A Figura A.1 ilustra uma viga engastada com a direção da vibração transversal indicada pela deflexão, $v(x, t)$, visto que ocorre no sentido do eixo y . A viga em questão possui seção retangular $A(x)$, base, b , altura, h , comprimento, L e rigidez de flexão, $EI(x)$, de acordo com Inman (2001), Vaz (2008) e Rao (2008).

O momento fletor $M(x, t)$ é representado na Equação A.1.

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \quad (\text{A.1})$$

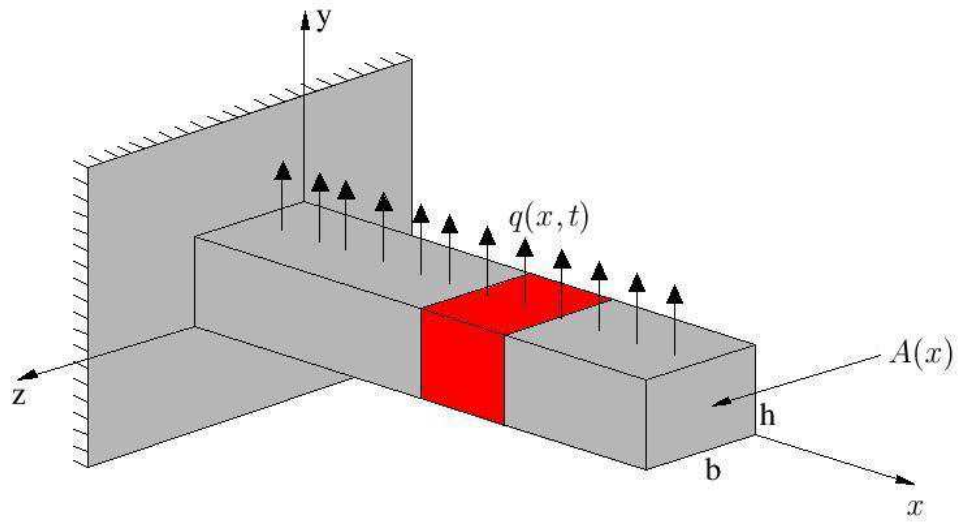


Figura A.1: Viga em balanço.

com: E - módulo de elasticidade longitudinal (GPa); $I(x)$ - momento de inércia de área com relação ao eixo z (m^4); $v(x, t)$ - deflexão ao longo do eixo y (m).

Através da segunda Lei de Newton aplicada a um elemento infinitesimal de uma viga como mostra a Figura A.2 obtém-se o seguinte somatório de forças na direção y .

$$\sum F_y = dm\ddot{v}(t) \quad (\text{A.2})$$

$$V(x + dx, t) - V(x, t) + q(x, t)dx = dm\ddot{v}(t) \quad (\text{A.3})$$

$$\left[V(x, t) + \frac{\partial V(x, t)dx}{\partial x} \right] - V(x, t) + q(x, t)dx = \rho A(x)dx \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.4})$$

com: $V(x, t)$ - esforço cortante (N), ρ - massa específica (kg/m^3), A - área da seção transversal (m^2), $q(x, t)$ - força distribuída por unidade de comprimento (N/m).

O somatório de momento em relação ao ponto Q segundo a Figura A.2 é :

$$M(x + dx, t) - M(x, t) + [q(x, t)dx] \frac{dx}{2} + V(x + dx, t)dx = 0 \quad (\text{A.5})$$

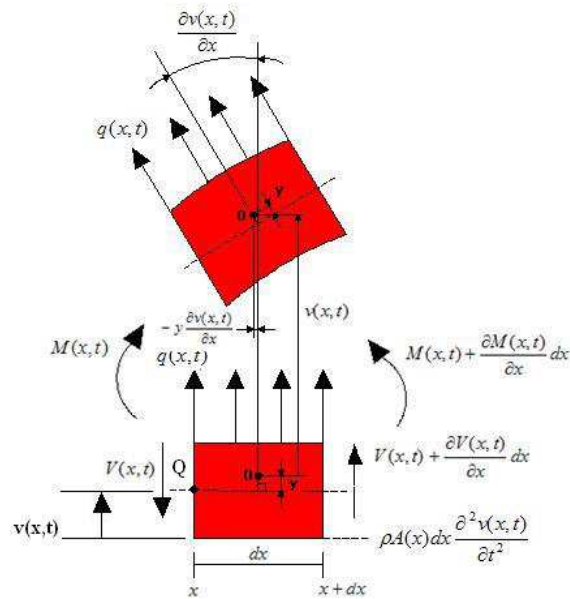


Figura A.2: Elemento infinitesimal da viga em balanço.

$$M(x, t) + \frac{\partial M(x, t) dx}{\partial x} - M(x, t) + q(x, t) \frac{dx^2}{2} + \left[V(x, t) + \frac{\partial V(x, t) dx}{\partial x} \right] dx = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\left[\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} + V(x, t) \right] dx + \left[\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} + \frac{q(x, t)}{2} \right] dx^2 = 0 \quad (\text{A.7})$$

Desprezando-se o termo diferencial de ordem superior ($dx^2 \cong 0$) para o momento, tem-se:

$$V(x, t) = -\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

Isso mostra que a força cortante é proporcional à derivada do momento fletor em relação a x . A substituição da expressão do momento fletor na equação A.4 resulta:

$$-\frac{\partial^2 M(x, t) dx}{\partial x^2} + q(x, t) dx = \rho A(x) dx \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.9})$$

A substituição da Equação A.1 na Equação A.9 dividindo-se toda a expressão por dx , resulta:

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right] = q(x, t) \quad (\text{A.10})$$

Se nenhuma força externa for aplicada, ou seja, $q(x, t) = 0$ e $EI(x)$ e $A(x)$ são admitidos constantes ao longo da viga, a Equação A.10 simplifica-se de modo que a vibração livre é governada por:

$$\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{A.11})$$

com:

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (\text{A.12})$$

Observa-se que a equação da vibração livre, Equação A.11, é uma equação de quarta ordem, logo exigindo quatro condições de contorno ao se determinar a solução. A presença das derivadas temporais de segunda ordem requer que sejam especificadas duas condições iniciais, uma para a deslocamento e outra para a velocidade. As condições de contorno necessárias para se resolver a Equação A.11 no contexto de uma solução por separação de variáveis são obtidas examinando-se a deflexão, a derivada da deflexão, o momento fletor, e a força cortante em cada extremidade da viga. Uma configuração comum é a viga em balanço, uma extremidade fixa e outra livre, conforme a Figura A.1. Outra condição típica é quando os extremos são apoiadas representando uma viga biapoiada.

Se uma viga sujeita a uma vibração transversal é livre em uma extremidade, as condições de contorno para o momento fletor e o esfoço cortante devem ser nulos.

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$V(x, t) = EI \frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (\text{A.14})$$

Se, por outro lado, a extremidade da viga for engastada, a condição de contorno impõe que a deflexão e a inclinação devem ser nulas nesse extremo:

$$v(x, t) = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.16})$$

Em uma extremidade simplesmente apoiada não existem restrições para a inclinação, a força cortante, a deflexão e o momento fletor os quais nesta condição são nulos:

$$v(x, t) = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{A.18})$$

Em um apoio deslizando, a inclinação e a força cortante são nulas.

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$V(x, t) = EI \frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (\text{A.20})$$

Outras condições de contorno são possíveis conectando-se as extremidades de uma viga a uma variedade de dispositivos, sendo determinadas por balanços de força e de momento (Rao,2008).

Além das condições de contorno, a solução da Equação A.11 para a vibração livre só pode ser calculada se duas condições iniciais forem especificadas.

$$v(x, 0) = v_0(x) \quad \text{e} \quad \dot{v}(x, 0) = \dot{v}_0(x) \quad (\text{A.21})$$

considerando-se que $t = 0$ é o tempo inicial.

Sabe-se que v_0 e \dot{v}_0 não podem ser ambos nulos ou não haveria movimento resultante.

A solução da Equação A.11 sujeita às condições de contorno e as condições iniciais seguem os passos convencionais usados nos problemas de contorno e de valor inicial, ou seja, são usadas para se obter um sistema de equações que determinam as constantes da solução geral.

Aqui será admitida a possibilidade de escrever a solução na forma de separação de variáveis como listado na Equação A.22:

$$v(x, t) = X(x) T(t) \quad (\text{A.22})$$

Substituindo a Equação A.22 na Equação A.11 obtém-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}[X(x) T(t)] + c^2 \frac{\partial^4}{\partial x^4}[X(x) T(t)] = 0 \quad (\text{A.23})$$

$$X(x) \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} + c^2 T(t) \frac{\partial^4 X(x)}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{A.24})$$

$$-\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = c^2 \frac{X^{(4)}(x)}{X(x)} = \omega_n^2 \quad (\text{A.25})$$

A escolha da constante de separação, ω_n^2 , é feita de maneira que a frequência natural seja obtida da equação temporal.

$$\frac{-\ddot{T}(t)}{T(t)} = \omega_n^2 \rightarrow \ddot{T}(t) + \omega_n^2 T(t) = 0 \quad (\text{A.26})$$

que é o lado esquerdo da Equação A.23.

A solução para a Equação A.26 é dada na forma:

$$T(t) = a e^{\lambda t} \quad (\text{A.27})$$

Então

$$a \lambda^2 e^{\lambda t} + \omega_n^2 a \lambda e^{\lambda t} = 0 \quad (\text{A.28})$$

$$a e^{\lambda t} (\lambda^2 + \omega_n^2) = 0 \quad (\text{A.29})$$

Como $a e^{\lambda t} \neq 0$ para todo t , vem que:

$$\lambda^2 + \omega_n^2 = 0 \quad (\text{A.30})$$

Cuja raízes, são:

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\omega_n^2} \implies \lambda_{1,2} = \pm \omega_n i \quad (\text{A.31})$$

Sabe-se que:

$$T(t) = a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t} \quad (\text{A.32})$$

Usando as relações de Euler :

$$e^{i\omega_n t} = \cos \omega_n t + i \operatorname{sen} \omega_n t \quad (\text{A.33})$$

$$e^{-i\omega_n t} = \cos \omega_n t - i \operatorname{sen} \omega_n t \quad (\text{A.34})$$

Substituindo as Equações A.33 e A.34 na Equação A.32 tem-se:

$$T(t) = a_1 (\cos \omega_n t + i \operatorname{sen} \omega_n t) + a_2 (\cos \omega_n t - i \operatorname{sen} \omega_n t) \quad (\text{A.35})$$

$$T(t) = a_1 \operatorname{sen} \omega_n t + a_2 \cos \omega_n t = a \operatorname{sen} (\omega_n t + \theta) \quad (\text{A.36})$$

As constantes a_1 , a_2 , a e θ serão determinadas usando-se as condições iniciais especificadas.

A equação espacial

$$c^2 \frac{X^{iv}(x)}{X(x)} = \omega_n^2 \implies X^{iv}(x) - \left(\frac{\omega_n}{c}\right)^2 X(x) = 0 \quad (\text{A.37})$$

tem solução:

$$X(x) = ce^{bx} \quad (\text{A.38})$$

Substituindo a Equação A.38 na Equação A.37

$$\beta^4 = \left(\frac{\omega_n}{c}\right)^2 \quad (\text{A.39})$$

resulta

$$X^{iv}(x) - \beta^4 X(x) = 0 \quad (\text{A.40})$$

$$c \lambda^4 e^{bx} - \beta^4 c e^{bx} = 0 \quad (\text{A.41})$$

$$(\lambda^4 - \beta^4) c e^{bx} = 0 \quad (\text{A.42})$$

Como $c e^{bx} \neq 0$ para qualquer x

$$\lambda^4 - \beta^4 = 0 \quad (\text{A.43})$$

cuja a solução é

$$b_{1,2} = \pm i\beta \quad (\text{A.44})$$

$$b_{3,4} = \pm \beta \quad (\text{A.45})$$

$$X(x) = c_1 e^{i\beta x} + c_2 e^{-i\beta x} + c_3 e^{\beta x} + c_4 e^{-\beta x} \quad (\text{A.46})$$

Aplicando-se as relações de Euler, vem:

$$X(x) = B_1 \operatorname{sen} \beta x + B_2 \operatorname{cos} \beta x + B_3 \operatorname{senh} \beta x + B_4 \operatorname{cosh} \beta x \quad (\text{A.47})$$

Diferenciando a Equação (A.47), três vezes, tem-se:

$$X'(x) = \beta B_1 \operatorname{cos} \beta x - \beta B_2 \operatorname{sen} \beta x + \beta B_3 \operatorname{cosh} \beta x + \beta B_4 \operatorname{senh} \beta x \quad (\text{A.48})$$

$$X''(x) = -\beta^2 B_1 \operatorname{sen} \beta x - \beta^2 B_2 \operatorname{cos} \beta x + \beta^2 B_3 \operatorname{senh} \beta x + \beta^2 B_4 \operatorname{cosh} \beta x \quad (\text{A.49})$$

$$X'''(x) = -\beta^3 B_1 \operatorname{cos} \beta x + \beta^3 B_2 \operatorname{sen} \beta x + \beta^3 B_3 \operatorname{cosh} \beta x + \beta^3 B_4 \operatorname{senh} \beta x \quad (\text{A.50})$$

Considerando as condições de contorno para uma viga fixa livre ou em balanço:

$$X(0) = 0 \quad (\text{A.51})$$

$$X'(0) = 0 \quad (\text{A.52})$$

$$X''(L) = 0 \quad (\text{A.53})$$

$$X'''(L) = 0 \quad (\text{A.54})$$

nas Equações A.47 a A.50:

$$X(0) = B_1 \operatorname{sen} \beta 0 + B_2 \operatorname{cos} \beta 0 + B_3 \operatorname{senh} \beta 0 + B_4 \operatorname{cosh} \beta 0 = 0 \quad (\text{A.55})$$

$$B_2 = -B_4 \quad (\text{A.56})$$

$$X'(0) = \beta B_1 \operatorname{cos} \beta 0 - \beta B_2 \operatorname{sen} \beta 0 + \beta B_3 \operatorname{cosh} \beta 0 + \beta B_4 \operatorname{senh} \beta 0 = 0 \quad (\text{A.57})$$

$$B_1 = -B_3 \quad (\text{A.58})$$

$$X''(L) = -\beta^2 B_1 \operatorname{sen} \beta L - \beta^2 B_2 \operatorname{cos} \beta L + \beta^2 B_3 \operatorname{senh} \beta L + \beta^2 B_4 \operatorname{cosh} \beta L = 0 \quad (\text{A.59})$$

$$X'''(L) = -\beta^3 B_1 \operatorname{cos} \beta L + \beta^3 B_2 \operatorname{sen} \beta L + \beta^3 B_3 \operatorname{cosh} \beta L + \beta^3 B_4 \operatorname{senh} \beta L = 0 \quad (\text{A.60})$$

Substituindo as Equações A.56 e A.58 na Equação A.59 resulta:

$$X''(L) = +\beta^2 B_3 \operatorname{sen} \beta L + \beta^2 B_4 \operatorname{cos} \beta L + \beta^2 B_3 \operatorname{senh} \beta L + \beta^2 B_4 \operatorname{cosh} \beta L = 0 \quad (\text{A.61})$$

$$B_3 \sin \beta L + B_3 \sinh \beta L = -B_4 \cos \beta L - B_4 \cosh \beta L \quad (\text{A.62})$$

$$B_3 (\sin \beta L + \sinh \beta L) = -B_4 (\cos \beta L + \cosh \beta L) \quad (\text{A.63})$$

$$B_3 = -B_4 \left[\frac{\cos \beta L + \cosh \beta L}{\sin \beta L + \sinh \beta L} \right] \quad (\text{A.64})$$

Substituindo as Equações A.58, A.60 e A.64 na Equação A.47 obtém-se:

$$X'''(L) = \beta^3 B_3 \cos \beta L - \beta^3 B_4 \sin \beta L + \beta^3 B_3 \cosh \beta L + \beta^3 B_4 \sinh \beta L = 0 \quad (\text{A.65})$$

Para a solução não trivial, o determinante da matriz de coeficientes dessas equações devem ser iguais à zero, isto é, para $X''(L)$ e $X'''(L)$.

$$B_B (\sin \beta L + \sinh \beta L) + B_4 (\cos \beta L + \cosh \beta L) = 0 \quad (\text{A.66})$$

$$B_3 (\cos \beta L + \cosh \beta L) - B_4 (\sin \beta L - \sinh \beta L) = 0 \quad (\text{A.67})$$

Calculando o determinante.

$$\begin{aligned} & - [(\sin \beta L + \sinh \beta L)(\sin \beta L - \sinh \beta L)] - [(\cos \beta L + \cosh \beta L)(\cos \beta L + \cosh \beta L)] = 0 \\ & - [\sin^2 \beta L - \sinh^2 \beta L + \sin \beta L - \sinh^2 \beta L] \\ & - [\cos^2 \beta L + \cos \beta L \cosh \beta L + \cosh \beta L \cos \beta L + \cosh^2 \beta L] = 0 \\ & - \sin^2 \beta L + \sinh^2 \beta L = \cos^2 \beta L + \cos \beta L \cosh \beta L + \cosh \beta L \cos \beta L + \cosh^2 \beta L \\ & - \sin^2 \beta L - \cos^2 \beta L + \sinh^2 \beta L - \cosh^2 \beta L = 2 \cos \beta L \cosh \beta L \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

resultando em

$$\cos \beta L \cosh \beta L + 1 = 0 \quad (\text{A.69})$$

Como

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (\text{A.70})$$

sendo $\hat{\beta} = \beta L$

$$\omega_n = \beta \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (\text{A.71})$$

Como existem infinitos valores do β , faz-se $\beta_n = \beta$, com n variando de 1 até ∞ , logo

$$\omega_n = (\beta_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \quad (\text{A.72})$$

Se o valor de B_3 corresponde a β_n , for denotado por B_{3n} , e B_4 denotado por B_{4n} tem-se:

$$B_{3n} = -B_{4n} \left[\frac{\cos \beta_n L + \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L + \sinh \beta_n L} \right] \quad (\text{A.73})$$

$$X_n(x) = B_{4n} \left[\frac{\cos \beta_n L + \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L + \sinh \beta_n L} \right] \sin \beta_n X + B_{4n} \cos \beta_n X \quad (\text{A.74})$$

$$- B_{4n} \left[\frac{\cos \beta_n X + \cosh \beta_n X}{\sin \beta_n X + \sinh \beta_n X} \right] \sinh \beta_n X + B_{4n} \cosh \beta_n X \quad (\text{A.75})$$

$$X_n(x) = B_{4n} \left[\frac{\cos \beta_n L + \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L + \sinh \beta_n L} \right] (\sin \beta_n X - \sinh \beta_n X) + (\cos \beta_n X + \cosh \beta_n X) \quad (\text{A.76})$$

$$T(t) = B_1 \sin \omega_n t + B_2 \cos \omega_n t \rightarrow T_n(t) = B_{1n} \sin \omega_n t + B_{2n} \cos \omega_n t \quad (\text{A.77})$$

A solução da equação de movimento, Equação A.11, é:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x)T_n(t) \quad (\text{A.78})$$

Substituindo as Equações A.75 e A.76 na Equação A.77, vem:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{4n} \left\{ \left[\frac{\cos \beta_n L + \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L + \sinh \beta_n L} \right] (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) + \right. \\ \left. (\cos \beta_n x + \cosh \beta_n x)(B_{1n} \sin \omega_n t + B_{2n} \cos \omega_n t) \right\} \quad (\text{A.79})$$

Por exemplo, as quatro primeiras frequências naturais e os quatro primeiros modos de vibração da viga, com: $L = 504$ mm; $h = 0,7$ mm; $b = 25,4$ mm; $\rho = 2584,6$ kg/m³; $A = bh$; $I = \frac{bh^3}{12}$.

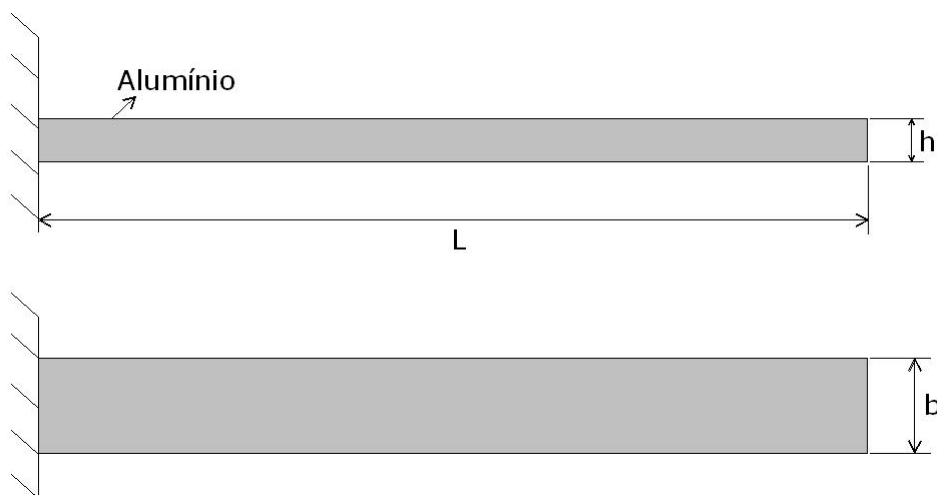


Figura A.3: Viga engastada livre.

O primeiro passo para calcular as frequências naturais da viga em balanço é resolver a Equação A.69. Sendo $L = 1$ para se calcular o lugar das raízes, utilizando o método de Newton Raphson, que consiste em um método de iteração, no qual utiliza um valor anterior para se estimar o próximo valor e assim por diante.

É necessário que se escolha um valor inicial para começar a resolver o método de Newton Raphson, por exemplo iniciando com $\beta = \pi/2$.

$$f(\beta L) = \cos \beta L \cosh \beta L + 1 \quad (\text{A.80})$$

$$f(\widehat{\beta}) = \cos \widehat{\beta} \cosh \widehat{\beta} + 1 \quad (\text{A.81})$$

$$f'(\beta) = -\text{sen } \beta \cosh \beta + \cos \beta \text{senh } \beta \quad (\text{A.82})$$

$$\widehat{\beta}_{n+1} = \widehat{\beta}_n - \frac{f(\widehat{\beta})}{f'(\widehat{\beta})} \quad (\text{A.83})$$

com

$$\widehat{\beta}_{n+1} = \widehat{\beta}_n - \frac{\cos \widehat{\beta} \cosh \widehat{\beta} + 1}{-\text{sen } \widehat{\beta} \cosh \widehat{\beta} \cos \widehat{\beta} \text{senh } \widehat{\beta}} \quad (\text{A.84})$$

Após aplicar o método de Newton Raphson, encontrou-se os valores de $\widehat{\beta} = 1,8751$; $\widehat{\beta} = 4,6941$; $\widehat{\beta} = 7,8584$; e $\widehat{\beta} = 10,9955$.

Após determinar os valores de βL , é possível determinar as frequências naturais da viga em balanço por meio da Equação A.70.

Os valores das frequências naturais podem ser vistos na Tabela A.1.

Tabela A.1: Frequências naturais analíticas.

Frequência	$\widehat{\beta} = \beta L$	Frequência(Hz)
1	1,8751	2,19
2	4,6941	13,74
3	7,8584	38,49
4	10,9955	75,43

É possível também encontrar os quatro primeiros modos de vibrar da viga em balanço por meio da Equação A.74.

Apêndice B

Dspace: placa de aquisição de sinais

Este apêndice trata-se da instalação do software e hardware da placa de aquisição de sinais, e do projeto de dois filtros eletrônicos passa baixa *anti-aliasing*, que não acompanham a placa.

O primeiro passo é verificar a compatibilidade do software que acompanham a placa com o sistema operacional no qual se vai instalar a hardware e o software.

Para a versão utilizada nesse trabalho, o modelo do software release 7.1 e o modelo do hardware da placa para aquisição de sinais é DS1104, que pode ser visto na Figura B.1.



Figura B.1: Dspace placa para aquisição de sinais.

Os requisitos utilizados para a instalação do software são:

- Windows XP, com server spack 3. (o control desk (NG) aceita interfaceamento com o *MATLAB*[®]);

- *MATLAB*[®] versão 2010a.

O hardware utilizado nesse trabalho possui as seguintes características técnicas:

B.1 Processador independente

- MPC8240, power pc603 e core de 250MHz;
- 32 KBytes de cache interno.

B.2 Temporizadores

- Um temporizador com taxa de amostragem de 32 bit;
- Quatro temporizadores gerais de 32 bit;
- Um temporizador para a base de tempo de 64 bit.

B.3 Memória

- 32 MBytes síncrono DRAM (SDRAM);

B.4 Interrupção através de unidade de controle

- Interrupção por tempo, interface serial, slave DSP, encoders incremental, ADC, quatro entradas externas e "hot" PC;
- Interrupção síncrono PWM.

B.5 Entradas analógicas

- Quatro entradas ADC multiplexadas, 16 bit;
- Range de entrada de ± 10 Volts;
- Tempo de leitura da porta 2 μ s;
- > 80 dB o sinal para ruído;

- Quatro canais ADC de entrada de 12 bit;
- Range de entrada de ± 10 Volts;
- Tempo de leitura da porta 800 ns;
- > 65 dB o sinal para ruído ;

B.6 Saídas analógicas

- Oito canais, 16 bit, tempo máximo de leitura da porta $10\mu s$;
- Range de saída de ± 10 volts.

B.7 Encoder incremental

- Duas entradas digitais, TTL ou RS422.

B.8 Interface

- Encoder digital de 24 bit;
- Frequência máxima de entrada 1,65 MHz;
- Tensão de alimentação do sensor 5V/0,5;

B.9 Entradas digitais I/O

- Entradas e saídas digitais I/O de 20 bits, com tabela de endereçamento;
- Frequência máxima de entrada 1,65 MHz;

B.10 Interface serial

- Serial UART (RS232, RS485 e RS422).

B.11 Subsistema *slave* DSP

- Texas instrumentos DSP TMS320F240;
- 4kWord dual-port RAM;
- Saída trifásica PWM, 4 sinal PWM de saída;
- Digital I/O (TTL), 14 bits.

B.12 Características físicas

- Fonte de alimentação 5V e 2,5A, 12V e 0,2A, 12V e 0,3A;
- *Slot* PCI de 32 bit.

B.13 Layout da placa de aquisição

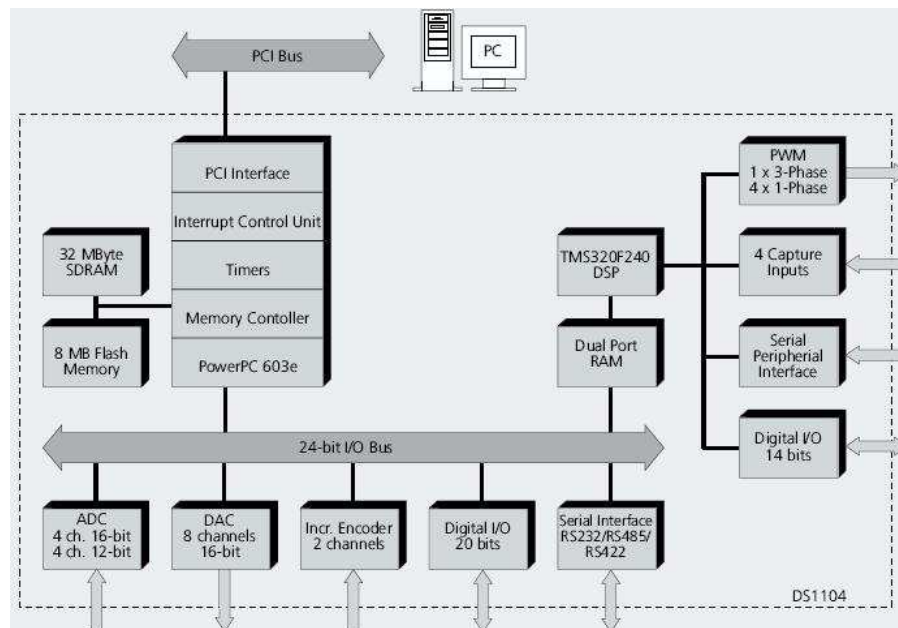


Figura B.2: Layout Dspace.

B.14 Filtro *anti-aliasing*

Filtros *anti-aliasing* são utilizados para atenuar ruídos ou transientes que possam dificultar a interpretação dos sinais do qual se tem o interesse em fazer a análise e também eliminar faixas

de frequências não desejadas.

O primeiro filtro referente as quatro entradas multiplexadas ADC de 16 bits, que possuem uma velocidade de $2 \mu s$.

O segundo filtro referente as quatro entradas ADC de 12 bits, que possuem uma velocidade de 800 ns.

A caixa projetada para a alocação dos filtros pode ser vista na Figura B.3.

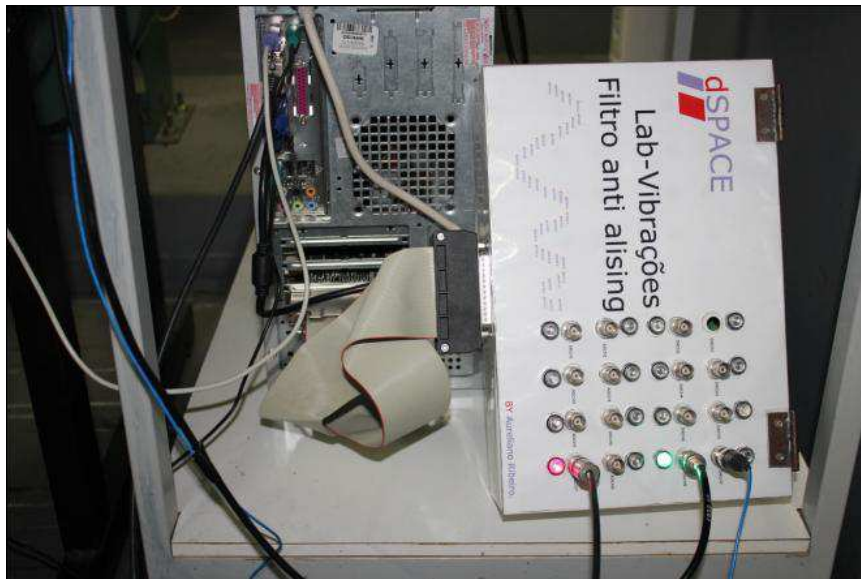


Figura B.3: Filtros *anti-aliasing*.

B.15 Resposta em tempo real (RTI) MATLAB®

Como a placa de aquisição de sinais Dspace permite realizar simulações em tempo real, utilizaremos o software *MATLAB*®, para acessarmos as RTI de entradas ADC e as saídas DAC, para aquisição de sinais.

O processo para inicializa-se o software *MATLAB*®, ocorre como mostrado na Figura B.4.



Figura B.4: Software *MATLAB*®.

Após a inicialização do software, aparecerá uma tela como a da Figura B.5, escolher-se a

opção que se refere a placa de aquisição que foi instalada no computador.



Figura B.5: Plataforma Dspace.

Muito importante observar os resultados do carregamento da placa do qual se escolheu como mostra a figura B.6. Caso algum dos itens não tenha carregado com a opção *Ok*, isso significa que algo deu errado na instalação do programa.

```

=====
Configuring dSPACE(R) Software for MATLAB(R) 7.10.0.499 (R2010a) ...
RTI           Real-Time Interface to Simulink (RTI1104)  6.7      23-May-2011 okay
RTIFPGA      RTI FPGA Programming Blockset  2.1      23-May-2011 okay
MLIB/MTRACE  MATLAB-dSPACE Interface Libraries  4.7.2    23-May-2011 okay
DSSIMULINK   ControlDesk to Simulink Interface  3.7.1    23-May-2011 okay
=====

```

Figura B.6: Confirmação do carregamento Dspace.

Com o *MATLAB*® carregado no menu da barra de ferramentas e seleciona-se o ícone simulik.

Após o carregamento do simulink aparecerá diversos tópicos, escolheu-se o RTI 1104 como mostrado na Figura B.7.



Figura B.7: Tópico para simulação em tempo real RTI 1104.

Dentro do tópico RTI 1104 selecione a opção master ppc. Na opção master ppc se encontra os ícones referentes as entradas ADCH e as saídas DAC das portas de aquisição de sinais como mostrado na Figura B.7.

Em seguida escolha uma guia nova no menu da barra de ferramentas. Selecione um tipo de entrada ou saída que se deseja trabalhar, arrastando o bloco para a nova folha em branco. Assim o esquemático desejado é mostrado na Figura A.8.

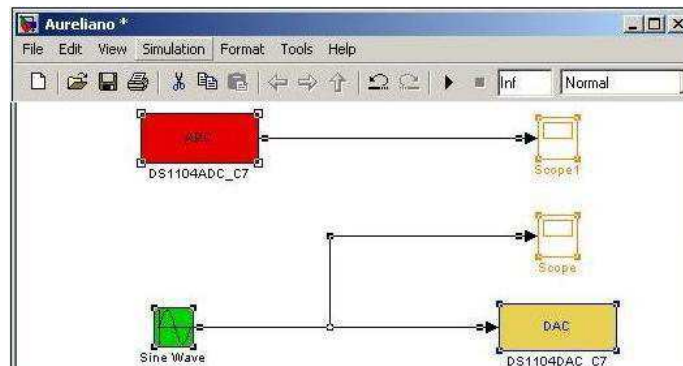


Figura B.8: Utilizando bloco no simulink.

O próximo passo é criar o elemento RTI. O elemento RTI aparecerá no canto superior esquerdo da folha onde se criou o esquemático como mostra a Figura B.9.

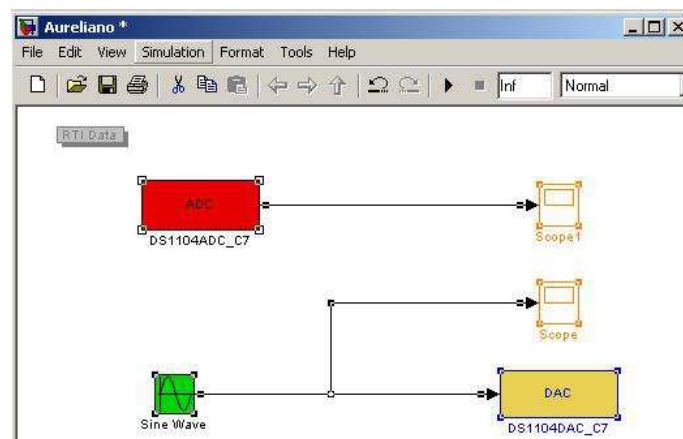


Figura B.9: Criando o ícone para simulação em tempo real.

A finalidade de se criar o RTI é gerar um arquivo de extensão ".sdf" como o da Figura B.10.

Caso não se crie o arquivo com extensão ".sdf" através do elemento RTI, não será possível passar para a próxima etapa. A etapa seguinte trata-se de criar um novo experimento no software controldesk. É através desse software que se transfere o arquivo de extensão ".sdf" gerado no MATLAB para a placa de aquisição de sinais, por intermédio do experimento criado. Caso isso não ocorra, a placa de aquisição de sinais não liberará nenhuma de suas entradas ou saídas para aquisição de sinais.

```

LOADING APPLICATION "Aureliano.sdf" ...
[#1] ds1104 - RTI: Initializing ... (720)
[#2] ds1104 - RTI: Initialization completed (721)
[#3] ds1104 - RTI: Simulation state: RUN (700)
LOADING FINISHED

MAKE PROCESS SUCCEEDED

### Successful completion of Real-Time Workshop build procedure for model: Aureliano
*** Finished RTI build procedure for model Aureliano

```

Figura B.10: Gerando o arquivo sdf.

B.16 Software ControlDesk

Monta-se agora um novo experimento no Controldesk. Esse experimento é quem vai fazer com que o arquivo de extensão "sdf" gerado no *MATLAB*[®] seja reconhecido pela Dspace para a liberação dos canais de aquisição.

Para inicialisar essa tarefa, abriremos o Controldesk, através do menu iniciar programas como mostrado na Figura B.11.



Figura B.11: Inicializando o software controldesk.

Em seguida aparecerá uma tela referente a algumas notificações sobre o Controldesk.

Selecione o ícone *accept*, para inicializar o Controldesk como mostrado na Figura B.12.

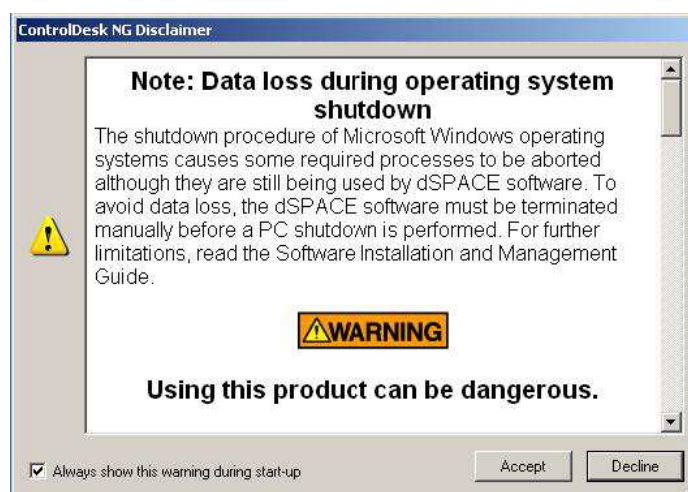


Figura B.12: Inicializando o Controldesk.

Após a inicialização do Controldesk parte-se para etapa de criação de um novo projeto

e um novo experimento. Acessando o ícone da barra de tarefas *file, new, project+experiment*, como mostrado na Figura B.13.



Figura B.13: Criando um novo projeto e um novo experimento.

A próxima etapa é de se criar um nome ao seu projeto, e escolher um local adequado para salvar o seu arquivo criado como mostra a Figura B.14.

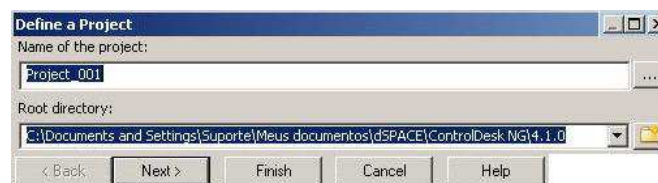


Figura B.14: Criando o nome e raiz onde o arquivo será armazenado.

Selecione a opção *next* para definir o novo nome para o experimento, como mostrado na Figura B.15.

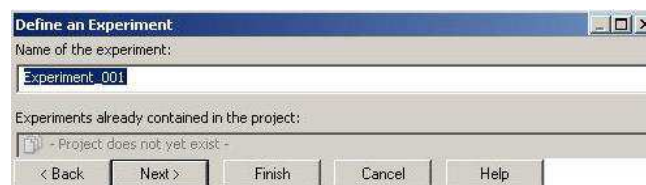


Figura B.15: Dando nome ao experimento.

Selecione a opção *next* para adicionar uma nova plataforma para o dispositivo, como mostrado na Figura B.16.



Figura B.16: Escolhendo a plataforma referente a sua placa de aquisição.

Após adicionar a plataforma, selecione a opção *import* para importar o arquivo com extensão ".sdf" criado no *MATLAB*[®] para o Controldesk, como mostrado na Figura B.17. Após importar o arquivo selecione a opção *finish* para finalizar o experimento.



Figura B.17: Importando o arquivo sdf para o experimento.

Em seguida aparecerá uma janela com o nome do projeto e o nome do experimento criado, como mostrado na Figura B.18.

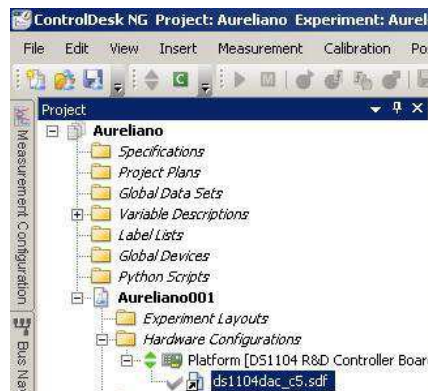


Figura B.18: Projeto e experimento criado.

Depois de criar o novo experimento é importante observar se a placa de aquisição de sinais aparecerá carregada na tela do computador. Caso não esteja carregada, aparecerá um ícone da placa com uma cor verde opaco como mostrado na Figura B.19.



Figura B.19: Placa de aquisição não inicializada.

Após observar que a placa de aquisição não está carregada, seleciona-se o ícone *start online* na barra de menu, esse ícone irá carregar a placa. Observe que aparecerá um ícone com duas setas verdes uma para cima e outra para baixo indicando que a placa já está reconhecida pelo programa como mostrado na Figura B.20.

Depois de carregado a placa aparecerá uma janela na parte inferior com o ícone "variáveis", a janela terá o nome do experimento criado anteriormente. Dentro do ícone "variáveis" contem todas as ferramentas criadas no *MATLAB*[®], como por exemplo o bloco da função seno, os osciloscópios, as portadas de entradas e saídas para leitura de dados. Para visualizar



Figura B.20: Placa de aquisição inicializada.

algun destes tópicos citados seleccione em *models root* que irá aparecer uma lista com as variáveis disponíveis. Caso queira visualizar alguma destas variáveis, seleccione a variável desejada dando um clique sobre a mesma, observe que os campos variáveis e *checked* variáveis estão seleccionados como mostrado na Figura B.21.

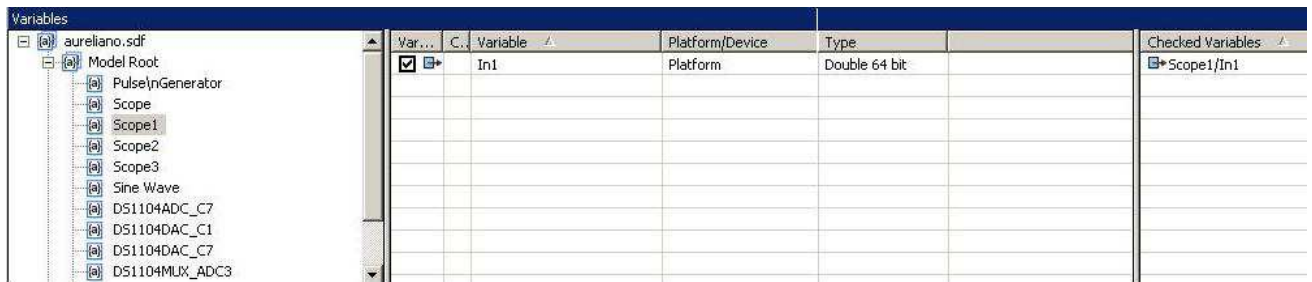


Figura B.21: Variáveis criadas no Matlab e carregadas no Controldesk.

Para visualizar o que foi seleccionado anteriormente deve-se ir no ícone do lado direito da tela do Controldesk em instrumentos, e escolher a opção plotar, em seguida aparecerá uma tela preta como mostrado na Figura B.22.

Após abrir a janela de plotagem vá até o ícone *checked* variáveis seleccione este ícone e o arraste para dentro da janela de plotagem, com isso conseguirá visualizar o que se criou para uma determinada variável.

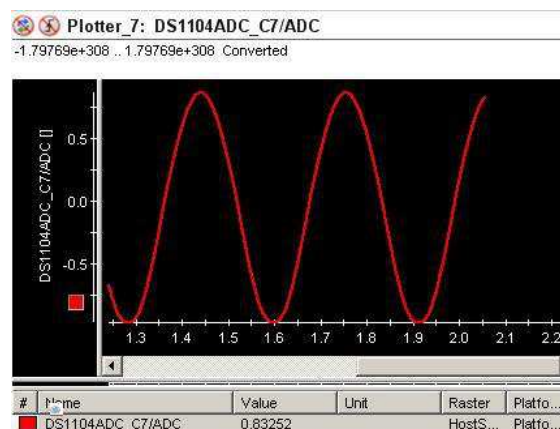


Figura B.22: Visualizando um sinal através do Controldesk.

Com isso finalizaremos a criação do experimento desenvolvido através do software Controldesk, onde é possível comunicar-se com os dados e modelos desenvolvidos no simulink

MATLAB[®] e transferir essa informação para o processador da Dspace, gerando assim uma relação de comunicação entre dos softwares.

Referências Bibliográficas

- Bellman(1973)** and Giertz M. Bellman, R.E. On the analitic formalism of the theory of fuzzy sets. *Information Science*, 5:141–164.
- Chiu(1994)** Chan S. Chiu, Chiu-Yu.Park. Fuzzy cash flow analysis using present worth criterion. *The Engineering Economist*, 39:113–137.
- Constantin(1997)** Von Altrock. Constantin. *Fuzzy Logic and NeuroFuzzy applications business and finance*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA. ISBN 0-13-591512-0.
- Cox(1995)** Earl D. Cox. *Fuzzy Logic for Business and Industry*. Charles River Media, Massachusetts. ISBN 1-886801-01-0.
- D.Chhabra(2011)** G.Bhushan D.Chhabra, P.Chandna. Design and analysis of smart structures for active vibration control using piezo-crystals. *International Journal of Engineering and Technology*, 1:1–11.
- Dombi(1982)** J. Dombi. A general class of fuzzy operators and fuzzines measures induced by fuzzy operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 8:149–163.
- Dubois(1982)** and Prade H. Dubois, D. A class of fuzzy measures based on tringular norms. *Int.J. of General Systems*, 8:43–61.
- Ferreira(2004)** Paranhos J.P.de S. Ferreira, A.L.G. Controle em tempo real por logica fuzzy. *Hemisphere Publ.Corp.,New York*.
- Hamacher(1975)** H. Hamacher. Progress cybernetics and systems research. *Hemisphere Publ.Corp.,New York*, páginas 276–287.
- Inman(2001)** D. J. Inman. *Engineering Vibration*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, USA. ISBN 0-13-726142-X.
- Jane(2004)** A. Jane, D. Uma introdução ao estudo da lógica fuzzy. *Hórus*, 02:1–16.
- J.W.Sohn(2006)** S.B.Choi J.W.Sohn, H.S.Kim. Active vibration control of smart hull structures using piezoelectric actuators. *Journal Mechanical Engineering Science*, 220:1–9.

- Kandel(1979)** and Lee S.C. Kandel, A. Fuzzy switching and automata. *Theory and Applications*.
- Lee(1990)** C.C. Lee. Fuzzy logic in control system. *Men and Cybernetics*, 20:404–435.
- L.Malgaca(2009)** L.Malgaca. Integration of active vibration control methods with finite element models of smart laminated composite structures. *Science Direct*, 92:1651–1663.
- Manu Sharma(2005)** B L Sachdeva. Manu Sharma, S P Singh. Fuzzy logic based modal space control of a cantilevered beam instrumented with piezoelectric patches. *IOPscience*, páginas 1–9.
- Meola(2005)** T. Meola. Monitoramento em tempo real da qualidade de sinais de vibrações, utilizando inteligência artificial. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- M.SAHIN(2006)** Y.YAMAN O.F.KIRCALI V. NALBANTOGLU F.D.ULKER T.CALISKAN M.SAHIN, F.M.KARADAL. Smart structures and their applications on active vibration control. *3rd International Workshop on Piezoelectric Materials and Applications in Actuators*, 6:1–13.
- Nauta Lemke(1999)** H.R.van Nauta Lemke. Syllabus control and system theory. *Science Direct Information and Control*, 1:4.
- P Mayhan(1998)** G Washington. P Mayhan. Fuzzy model reference learning control: a new control paradigm for smart structures. *IOPscience*, páginas 1–12.
- Pinho(1999)** Alexandre F. Pinho. Uma contribuição para a resolução de problemas de programação de operações de sistemas de produção flow-shop: A consideração de incertezas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá.
- Rao(2008)** S. S. Rao. *Vibrações Mecânicas*. Pearson Prentice Hall, Av Ermano Marchetti, 1435, São Paulo, SP, Brasil. ISBN 978-85-7605-200-5. Tradução Arlete Simille, Revisor Técnico José Juliano de Lima Junior.
- Schweitzer(1961)** and Sklar A. Schweitzer, B. Associative functions and statistical triangle inequalities. *Publications Mathematical Debrecen*, 8:1961–186.
- Sugeno(1985)** M.(ed) Sugeno. *Industrial Applications of Fuzzy Control*. Elsevier Science, New York, USA. ISBN 044-487-829-7.
- S.X.Xu(2004)** T.S.Koko S.X.Xu. Finite element analysis and design of actively controlled piezoelectric smart structures. *Science Direct*, páginas 241–262.

- Teixeira(2001)** R.L. Teixeira. Uma metodologia de projeto de controladores híbridos inteligentes com aplicações no controle ativo de vibrações mecânicas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- T.Kamada(1997)** T.Hatayama T.Arikabe N.Murai S.Aizawa K.Tohyama T.Kamada, T.Fujita. Active vibration control of frame structures with smart structures using piezoelectric actuators (vibration control by control of bending moments of columns). *Smart Materials Struct*, 6:448–456.
- T.Nestorovic(2010)** M.Trajkov T.Nestorovic. Active control of smart structures-an overall approach. *Architecture and Civil Engineering*, 8:35–44.
- Vaz(2008)** J. C. Vaz. Análise do comportamento dinâmico de uma viga de euler-bernoulli escalonada com apoios elasticamente variáveis. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG.
- X.M.Wang(2010)** Z.Y.Gao X.J.Zhu X.M.Wang, J.Z.Wang. Simulation and experimental study on active vibration control of piezoelectric smart plate based on ansys. *Advanced Computer Control (ICACC), 2010 2nd International Conference on*, 1:257–260.
- Yen(1994)** Reza.Zadeth Lotfi A. Yen, John.Langari. *Industrial Applications of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*. Inst Of Electrical, New York, USA. ISBN 078-031-048-9.
- Zadeh(1965)** L.A. Zadeh. Fuzzy sets. *Science Direct Information and Control*, 8:338–353.
- Zadeh(1997)** Md. e Titli A. Zadeh, L.A.;Jamshidi. *Applications of Fuzzy Logic: Towards High Machine Intelligence quotient systems*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA. ISBN 0-13-362831-0.
- Z.KIRAL(2008)** M.AKDAG Z.KIRAL, L.MALGACA. Active control of residual vibrations of a cantilever smart beam. *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 32:51–57.