

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Desenvolvimento de um Algoritmo
Acelerador da Modelagem de Turbulência
de um Método de Vórtices Discretos
Lagrangeano**

Autor: **Crystianne Lilian de Andrade**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Itajubá, Agosto de 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Desenvolvimento de um Algoritmo Acelerador da Modelagem de Turbulência de um Método de Vórtices Discretos Lagrangeano

Autor: **Crystianne Lilian de Andrade**
Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**
Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Agosto de 2017

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Desenvolvimento de um Algoritmo Acelerador da Modelagem de Turbulência de um Método de Vórtices Discretos Lagrangeano

Autor: **Crystianne Lilian de Andrade**
Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato	FEG/UNESP
Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho	IEM/UNIFEI
Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador)	IEM/UNIFEI

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família e aos meus afilhados Matheus Felipe Faria e Ygor Miguel Faria Ribeiro.

“Your work is going to fill a large part of your life, and the only way to be truly satisfied is to do what you believe is great work. And the only way to do great work is to love what you do. If you haven’t found it yet, keep looking. Don’t settle. As with all matters of the heart, you’ll know when you find it.”

Steve Jobs

“You can’t connect the dots looking forward; you can only connect them looking backwards. So you have to trust that the dots will somehow connect in your future. You have to trust in something - your gut, destiny, life, karma, whatever. This approach has never let me down, and it has made all the difference in my life.”

Steve Jobs

Agradecimentos

Agradeço a todos que direta ou indiretamente colaboraram para que este trabalho fosse possível.

Primeiramente a minha família, principalmente à minha vó Ana Maria Faria, à minha tia Milene Aparecida Faria e aos meus pais, por terem tornado possível os meus primeiros passos na universidade e pelo apoio inquestionável ao longo desta caminhada. Agradeço a compreensão por todas as vezes que a dedicação e atenção a este projeto fizeram com que a minha presença não fosse possível.

Ao professor Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira, pela orientação clara, sempre disposto em me ajudar e também pela confiança e apoio ao longo do mestrado.

Aos meus colegas do Laboratório Computacional de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI, Marcos Roselli, Daniel Spinola Martins e Douglas Avila Silva de Oliveira. E também aos meus colegas que ao longo do curso de mestrado fizeram com que este período fosse menos estressante: Ariane Neale Ramos Vieira, Fernando Batista Pinto, Gabriel de Oliveira Barbosa, Ielon de Oliveira Pereira, Ivan Felipe Silva dos Santos, Luiz Matheus Pereira Rodrigues, Roberto Meira Júnior entre outros.

À CAPES, pelo apoio financeiro ao longo do período de desenvolvimento deste Mestrado.

À FAPEMIG via Processo APQ-02175-14, pela concessão de recursos financeiros, que contribuíram para o fortalecimento da infraestrutura computacional no Laboratório de Métodos de Partículas no IEM/UNIFEI; sem esta infraestrutura computacional os resultados numéricos deste trabalho não poderiam ser obtidos.

Por fim, sou grata e honrada pelos professores que tive ao longo do curso de mestrado, pelos ensinamentos que colhi, principalmente ao professor Dr. Nelson Manzanares Filho, por ter feito do aprendizado não um trabalho, mas uma contemplação.

Este trabalho é resultado da confiança e da força de cada um de vocês, obrigada.

Resumo

O objetivo deste trabalho consiste no estudo numérico do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes ao redor de um cilindro circular estacionário e que se encontra isolado ou na presença do efeito solo. A técnica utilizada é uma versão puramente Lagrangeana do método de vórtices discretos para a análise do comportamento de grandezas de interesse para escoamentos com número de Reynolds elevado. O escoamento não permanente que se desenvolve a jusante do corpo induzirá flutuações nas forças de arrasto e de sustentação e este assunto tem recebido muita atenção dos pesquisadores devido a sua relevância para o cálculo do comportamento aerodinâmico de corpos rombudos, caracterizando-se como um problema típico de interação fluido-estrutura. A literatura está plena de resultados para cilindro circular isolado e estacionário e há poucos resultados disponíveis quando se incluem mecanismos do efeito solo e efeitos de rugosidade superficial da parede do corpo. Neste trabalho desenvolve-se um procedimento numérico para acelerar o cálculo do modelo de função estrutura de velocidade, que foi incorporado ao método de vórtices discretos para incluir a modelagem de turbulência. Os efeitos locais da turbulência no domínio fluido são calculados durante o processo de difusão molecular da vorticidade, criando-se uma conexão entre as grandes escalas do escoamento, que são resolvidas, e as escalas submalha através do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta. O cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta que utiliza a noção de diferenças de velocidades, é necessário para cada vórtice discreto de Lamb, que representa a discretização da esteira viscosa, durante cada incremento de tempo; o cálculo deste coeficiente faz-se necessário para a implementação do modelo de rugosidade superficial. Uma estrutura de caixas é criada no domínio fluido para organizar a nuvem de vórtices discretos e, desta maneira, acelerar o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta, o que reduz consideravelmente o tempo final de processamento. Resultados para carregamentos fluidodinâmicos e para número de Strouhal de um cilindro circular são apresentados e discutidos.

Palavras-chaves: Corpo rombudo, Aceleração do cálculo da viscosidade turbulenta, Modelo de rugosidade superficial, Cargas fluidodinâmicas, Método de vórtices discretos lagrangeano-lagrangeano.

Abstract

The aim of this work is to investigate numerically the two-dimensional, incompressible and unsteady-flow of a Newtonian fluid with constant properties around a stationary single circular cylinder that is either isolated or in the vicinity of a ground plane. A Lagrangian mesh-free vortex method is used to calculate global as well as local quantities in a high Reynolds number flow. The unsteady flow that develops downstream of the body induces fluctuating drag and lift forces and this topic has received much attention from researchers as a result of its relevance to computer aerodynamics of bluff bodies this problem represents a classical case of fluid-structure interaction. The literature is plenty with results for isolated stationary circular cylinder, however there is no much studies when are included ground effect and superficial roughness model. In this work is developed a numerical procedure that accelerates the second-order velocity structure function model calculation incorporated into the Lagrangian vortex method to include turbulence modeling. The local turbulence effects are computed during the vorticity diffusion process; as consequence a connection between the larger scales and the smaller ones is made by eddy viscosity. The eddy viscosity computation uses the concept of velocities difference for each Lamb vortex element that constructs the Kármán vortex street; it is also the key to take into account the roughness effects. A boxes structure is used to identify clusters of vortex elements confined in different regions of the fluid domain. The boxes structure is used to establish interaction lists between vortex elements in a lower computational cost. The CPU time necessary to compute the eddy viscosity is considerably reduced. Results for the fluid dynamic loads and Strouhal on a circular cylinder are presented and discussed.

Keywords: Bluff body, acceleration of Eddy viscosity computation, Surface roughness model, Aerodynamics loads, Lagrangian-Lagrangian Vortex Method.

Sumário

Lista de Figuras	VII
Lista de Tabelas	VIII
Simbologia	XV
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO	1
1.2 OBJETIVOS	3
1.3 METODOLOGIA	4
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 CARACTERÍSTICAS DOS REGIMES DE ESCOAMENTO EM TORNO DE UM CILINDRO CIRCULAR	7
2.1.1 Cilindro Circular Hidraulicamente Liso e Isolado	9
2.1.2 Efeito da rugosidade superficial	15
2.1.3 Efeito do solo	18
2.2 EVOLUÇÃO DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	23
3 FORMULAÇÃO GERAL DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	29
3.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES	29
3.2 SIMULAÇÃO DA TURBULÊNCIA (LES)	31
3.3 MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	36
3.4 DECOMPOSIÇÃO DE HELMHOLTZ	38
3.4.1 Lei de Biot-Savart	39
3.4.2 Método dos Painéis	40
3.5 DISCRETIZAÇÃO DO CAMPO DE VORTICIDADES	45
3.6 GERAÇÃO DE VORTICIDADE A PARTIR DE UMA FRONTEIRA SÓLIDA	47
3.7 MODELO DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL (Bimbato, 2012)	48
3.8 CONDIÇÃO DE ADERÊNCIA	50
3.9 ALGORITMO DE SEPARAÇÃO DA PARTE VISCOSA	55

3.9.1	Convecção da vorticidade	56
3.9.2	Difusão da vorticidade	57
3.10	CARGAS FLUIDODINÂMICAS	60
4	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO AO PROBLEMA PROPOSTO	63
4.1	GEOMETRIA E DEFINIÇÕES	63
4.2	HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS	64
4.3	CONDIÇÃO DE CONTORNO	65
4.4	ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA	66
4.5	ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO DE VÓRTICES	67
4.5.1	Descrição do Funcionamento do Programa	69
5	ANÁLISE DO TEMPO DE PROCESSAMENTO	77
5.1	TEMPO DE PROCESSAMENTO DO PROGRAMA	77
5.2	Aceleração do código	82
5.2.1	Aceleração da Turbulência	82
5.2.2	Aceleração da Condição de Aderência e Rugosidade	90
5.3	TEMPO DE PROCESSAMENTO APÓS A ACELERAÇÃO DO CÓDIGO	93
6	ANÁLISE DE RESULTADOS	101
6.1	PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	102
6.2	ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR ISOLADO	103
6.2.1	Cilindro Circular Hidraulicamente Liso	103
6.2.2	Cilindro Circular Hidraulicamente Rugoso	108
6.3	ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR NA PRESENÇA DO EFEITO SOLO	114
6.3.1	Cilindro Circular Hidraulicamente Liso	114
6.3.2	Cilindro Circular Hidraulicamente Rugoso	121
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	123
A	MODELO DE VÓRTICE DE LAMB	128
B	ALGORITMO PARA O CÁLCULO DA VISCOSIDADE TURBULENTA	133
B.1	ESTRUTURA DO PROGRAMA	133
B.2	DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DAS ROTINAS	134
B.2.1	Rotina para criação do domínio (DOMAIN.FOR)	134
B.2.2	Rotina que dimensiona o tamanho da matriz BOX (BOUNDARY.FOR)	134
B.2.3	Rotina que determina em qual caixa cada vórtice está (BOX_STRUCTURE.FOR)	135
B.2.4	Rotina que calcula a turbulência (TURBULENCE.FOR)	135

B.2.5	Rotina de saída de dados (OUTPUT_BOX.FOR)	136
C	ESTABELECIMENTO DA CONDIÇÃO DE ADERÊNCIA NO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	138
	Referências Bibliográficas	145

Lista de Figuras

2.1	Esquema das regiões que se formam em torno do cilindro circular.	8
2.2	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $Re < 5$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	9
2.3	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $5 < Re < 40$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	9
2.4	Mecanismo de desprendimento de vórtices no cilindro circular liso e isolado (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	10
2.5	Número de Strouhal para um cilindro circular liso. Dados experimentais de: curva sólida: Williamson (1989); curva tracejada: Roshko (1961); pontos: Schewe (1983) (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	10
2.6	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $40 \leq Re < 200$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	11
2.7	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $200 < Re < 300$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	11
2.8	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $300 < Re < 3 \cdot 10^5$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	11
2.9	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $3 \cdot 10^5 < Re < 3,5 \cdot 10^5$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	12
2.10	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $3,5 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	12
2.11	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $1,5 \cdot 10^6 < Re < 4 \cdot 10^6$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	12
2.12	Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $Re > 4 \cdot 10^6$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	13
2.13	Variação dos coeficientes de sustentação e de arrasto com o número de Reynolds para o cilindro circular; As regiões tracejadas representam a dispersão de dados experimentais (adaptada de Assi, 2009).	14
2.14	Coeficientes de sustentação e de arrasto instantâneo (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	15

2.15	Comportamento do número de Strouhal em função do número de Reynolds para um cilindro circular rugoso (adaptada de Achenbach & Heinecke, 1981).	16
2.16	Esquema de um escoamento ao redor de um cilindro circular isolado e sob efeito do solo. S é o ponto de separação (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	18
2.17	Coeficiente de Arrasto para o cilindro circular próximo ao solo - δ é a espessura da camada limite desenvolvida no solo (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).	20
3.1	Esquema do cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem adaptada ao método de vórtices discretos bidimensional.	35
3.2	Velocidade induzida no ponto $P(x,y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, distribuída ao longo de um painel de comprimento ds	42
3.3	Comportamento da velocidade tangencial induzida (retirada de Bimbato, 2012).	46
3.4	Procedimento para levar em conta o efeito da rugosidade de superfícies sólidas na determinação da atividade turbulenta em torno do ponto de desprendimento de vórtices discretos.	50
3.5	Discretização da fronteira sólida e ponto de geração de vórtices discretos de Lamb.	51
3.6	Esquema do processo de deslocamento dos vórtice discretos de Lamb (convecção + difusão).	59
4.1	Esquema do domínio simulado.	63
4.2	Esquema do algoritmo computacional	70
4.3	Representação esquemática do domínio discretizado (adaptado de Bimbato, 2012).	71
5.1	Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapa para cada incremento de tempo (step)	78
5.2	Tempo de processamento para cada incremento de tempo individual	81
5.3	Exemplo de estrutura de caixas para calcular a viscosidade turbulenta.	85
5.4	Estrutura das caixas no level 4 para a esteira no instante $t = 50$ (step=1000) - simulação para um cilindro circular isolado.	85
5.5	Comparação do tempo de processamento com alocação estática e dinâmica de memória e o modelo inicial, por step	87
5.6	Tempo de processamento para diferentes valores de level por step (Alocação dinâmica de memória).	88
5.7	Tempo total de processamento para diferentes valores de level.	88
5.8	Esquema das caixas para o caso em que a coroa circular e maior as caixas utilizadas para o cálculo da viscosidade turbulenta.	90
5.9	Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapas para o programa do cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado.	95

5.10	Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapas para o programa do cilindro circular hidraulicamente rugoso submetido ao efeito do solo.	96
5.11	Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapas para cada step após a aplicadas as modificações no código.	99
5.12	Tempo de processamento para cada incremento de tempo individual.	100
6.1	Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	104
6.2	Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	105
6.3	Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	106
6.4	Detalhes do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes representados pelos pontos A, B, C e D das figuras 6.2 e 6.3 ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	107
6.5	Detalhes da esteira de Von Kármán no instante representado pelo ponto D das figuras 6.2 e 6.3 ($mb1 = 300; t = 0,05; Re = 1,0 \cdot 10^5; t_D = 52,55$).	107
6.6	Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular isolado com: $\varepsilon/d = 0,000, 0,001$ e $0,002$ ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	109
6.7	Detalhes da esteira de Von Kármán no instante $t = 75,00$ ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; \varepsilon = 0,007; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	110
6.8	Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; \varepsilon = 0,007; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	111
6.9	Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; \varepsilon = 0,007; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	111
6.10	Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; \varepsilon = 0,007; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	112
6.11	Detalhes do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes representados pelos pontos A, B, C e D das figuras 6.9 e 6.10 ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; \varepsilon = 0,007; Re = 1,0 \cdot 10^5$).	113
6.12	Detalhes da esteira de Von Kármán no instante representado pelo ponto D das figuras 6.9 e 6.10 ($mb1 = 300; \Delta t = 0,05; \varepsilon = 0,007; Re = 1,0 \cdot 10^5; t_D = 52,55$).	113

6.13	Aparato experimental utilizado em testes em túnel de vento (adaptada de Nishino, 2007).	115
6.14	Comparação entre resultados numéricos e experimentais obtidos para o coeficiente de arrasto médio para o cilindro circular submetido ao efeito solo.	115
6.15	Cargas fluidodinâmicas exercidas sobre um cilindro circular hidraulicamente liso submetido ao efeito solo ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).	118
6.16	Detalhe do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes $t_A = 50,95$, $t_B = 51,80$, $t_C = 53,20$ e $t_D = 54,70$ ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).	119
6.17	Detalhe do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes $t_A = 52,00$, $t_B = 53,00$, $t_C = 54,20$ e $t_D = 55,85$ ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).	120
6.18	Detalhes da esteira de Von Kármán no instante $t = 55,85$ (representado pelo ponto D da figura 6.17, $mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).	121
A.1	Velocidade induzida (retirada de Alcântara Pereira, 1999).	129
A.2	Difusão radial da vorticidade.	129
A.3	Matriz dimensional para a difusão da vorticidade.	130
B.1	Estrutura do cálculo da turbulência no programa.	133
B.2	Esquema da etapa que delimita o domínio com vorticidade.	134
B.3	Esquema das caixas para o cálculo da turbulência.	136
B.4	Posição dos vórtices discretos no instante $t=40,00$ (STEP=800) para um cilindro isolado ($Re = 1,0 \cdot 10^5$).	137
C.1	Esquema do processo executado para garantir a condição de aderência.	142
C.2	Esquema do processo executado para garantir a condição de aderência com o efeito rugoso.	144

Lista de Tabelas

2.1	Síntese dos regimes de escoamento para um cilindro circular isolado (Zdravkovich, 1997)	13
5.1	Tempo de processamento gasto no último incremento de tempo (STEP =1000) para cada etapa	79
5.2	Tempo de processamento gasto em todo o programa para cada etapa	80
5.3	Tempo de processamento total para diferentes valores de level por tipo de alocação de memória e porcentagem do tempo gasto em relação ao level 0 ($t_{total\ level\ x}/t_{total\ level\ 0}$)	89
5.4	Tempo de processamento gasto no último incremento de tempo (STEP =1000) para cada etapa	97
5.5	Tempo de processamento gasto em todo o programa para cada etapa	97
6.1	Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($Re = 1,0 \cdot 10^5$).	104
6.2	Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($Re = 1,0 \cdot 10^5$).	108
6.3	Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para o cilindro circular hidraulicamente liso submetido ao efeito solo ($h/D = 0,45$ e $Re = 1,0 \cdot 10^5$).	117
6.4	Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para o cilindro circular hidraulicamente liso e rugoso submetido ao efeito solo ($h = 0,45$ e $Re = 1,0 \cdot 10^5$).	122

Simbologia

Letras Latinas

\vec{A}	Vetor potencial
b	Raio da semicircunferência utilizada no modelo de rugosidade
$BOX(i, j, m)$	Matriz que guarda o rótulo do vórtice discreto em cada caixa
C_D	Coefficiente de arrasto
\hat{C}_D	Magnitude da flutuação do coeficiente de arrasto
\bar{C}_{Df}	Coefficiente de arrasto devido ao atrito
\bar{C}_{Dp}	Coefficiente de arrasto devido à pressão
\bar{C}_D	Coefficiente de arrasto médio
C_{ij}	Tensor cruzado
C_k	Constante de Kolmogorov
C_L	Coefficiente de sustentação
\hat{C}_L	Magnitude da flutuação do coeficiente de sustentação
\bar{C}_L	Coefficiente de sustentação médio
C_p	Coefficiente de pressão
co	Ponto de controle de um painel plano
$COUP$	Matriz de influência para a determinação da condição de aderência
$COUPS$	Matriz de influência de fontes
$COUPV$	Matriz de influência de vórtices
d	Diâmetro do cilindro de seção circular

dS	Coordenada que percorre o perímetro das fronteiras sólidas
E	Espectro de energia cinética local
eps	Distância entre o ponto de controle e o ponto de desprendimento de um painel plano
f	Frequência de desprendimento de vórtices
\vec{F}	Conjunto de forças conservativas
\bar{F}_2	Função estrutura de velocidade de segunda ordem
$\bar{f}(\vec{x}, t)$	Parte, dita grandes escalas, da variável em questão
$f'(\vec{x}, t)$	Parte, dita pequenas escalas, da variável em questão
G	Função de Green
\bar{G}	Função filtro
$GAMMA$	Vetor incógnita, constituído pela intensidade dos vórtices desprendidos (Γ)
h	Distância entre o corpo e o solo ($h = g_{min}$)
k_c	Número de onda de corte
L_{ij}	Tensor de Leonard
LDF	Velocidade normal induzida no ponto de controle do painel devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb.
LDV	Velocidade tangencial induzida no ponto de controle do painel devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb.
$level$	Nível de divisão do domínio na estrutura de caixas
m	Rótulo do vórtice na caixa
Ma	Número de Mach
mb	Número total de painéis que discretizam as superfícies do corpo e do solo
$mb1$	Número de painéis que discretizam a superfície do corpo
$mb2$	Número de painéis que discretizam a superfície do solo
N	Número de vórtices discretos no interior da coroa circular
\hat{n}	Vetor unitário normal às fronteiras S_1 e S_2

n_x	Componente na direção x do vetor unitário \hat{n}
n_y	Componente na direção y do vetor unitário \hat{n}
NR	Número de pontos rugosos
NV	Número de vórtices discretos que compõem a nuvem
P	Número randômico entre 0 e 1
p	Campo de pressões
$pshed$	Ponto de desprendimento de vórtices discretos
Q	Número randômico entre 0 e 1
r	Distância do ponto extremo de um painel até um ponto arbitrário do domínio fluido
\vec{r}	Raio da esfera de centro em \vec{x}
r_{ext}	Raio externo da coroa circular
r_{int}	Raio interno da coroa circular
Re	Número de Reynolds
Re_m	Número de Reynolds modificado
$RHSF$	Vetor coluna lado direito fontes
$RHSV$	Vetor coluna lado direito vórtices
S_1	Contorno que delimita a superfície do corpo
S_2	Contorno que define o solo
S_3	Fronteira definida a grandes distâncias do corpo e do solo
$SIGMA$	Vetor incógnita, constituído pelas singularidades de fontes/sumidouros ($\sigma(x)$)
St	Número de Strouhal
$step$	Número do incremento de tempo
$stop$	Número máximo de iterações (step máximo)
t	Instante de tempo
\vec{u}	Campo de velocidades

u_∞	Componente na direção x da velocidade do escoamento incidente
u_θ	Velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto
u_{ik}	Componente na direção x da velocidade induzida por um vórtice discreto despreendido no ponto de controle k, no instante considerado, sobre o ponto de controle de um painel genérico i
u_{ik}^v	Componente na direção x da velocidade induzida por um vórtice discreto k sobre o ponto de controle de um painel genérico i
\vec{u}_f	Velocidade da partícula fluida nas fronteiras S_1 e S_2
\bar{u}_i	Componente filtrado da velocidade na direção i
u'_i	Componente da velocidade referente as pequenas escalas do escoamento, na direção i
\vec{u}_p	Parte potencial do campo de velocidades \vec{u}
\vec{u}_s	Parte senoidal do campo de velocidades \vec{u}
v_∞	Componente na direção y da velocidade do escoamento incidente
v_{ik}	Componente na direção y da velocidade induzida por um vórtice discreto despreendido no ponto de controle k, no instante considerado, sobre o ponto de controle de um painel genérico i
v_{ik}^v	Componente na direção y da velocidade induzida por um vórtice discreto k sobre o ponto de controle de um painel genérico i
x_{max}	Coordenada x do vórtice que delimita o domínio à direita
x_{min}	Coordenada x do vórtice que delimita o domínio à esquerda
\tilde{Y}	Energia de estagnação
y_{max}	Coordenada y do vórtice que delimita o domínio superiormente
y_{min}	Coordenada y do vórtice que delimita o domínio inferiormente

Letras Gregas

α	Ângulo de incidência do escoamento não perturbado
β	Ângulo de orientação de um painel plano
Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb

γ	Densidade de vórtices distribuída uniformemente sobre os painéis
$\Delta\theta_k$	Avanço angular de um vórtice discreto devido à difusão da vorticidade
ΔC_D	Coefficiente de arrasto elementar que atua em um painel plano
ΔC_L	Coefficiente de sustentação elementar que atua em um painel plano
Δr_k	Avanço na direção radial de um vórtice discreto devido à difusão da vorticidade
Δs	Comprimento de um painel plano
Δt	Incremento de tempo
Δx	Comprimento em x das caixas para o cálculo da viscosidade turbulenta
$\Delta x_{convecção_k}$	Deslocamento de um vórtice discreto k, na direção x, no processo de convecção
$\Delta x_{difusão_k}$	Deslocamento de um vórtice discreto k, na direção x, no processo de difusão
$\Delta y_{convecção_k}$	Deslocamento de um vórtice discreto k, na direção y, no processo de convecção
$\Delta y_{difusão_k}$	Deslocamento de um vórtice discreto k, na direção y, no processo de difusão
δ	Espessura da camada limite
ε	Rugosidade superficial
θ_i	Ângulo de orientação entre a reta que une o ponto extremo i de um painel a um ponto arbitrário do domínio fluido e o painel em questão
μ	Coefficiente de viscosidade dinâmica
ν	Coefficiente de viscosidade cinemática
ν_t	Coefficiente de viscosidade cinemática turbulenta
ξ	Constante que diferencia o domínio fluido da superfície sólida (utilizada no cálculo das cargas fluidodinâmicas) Constante que diferencia o domínio fluido da superfície sólida (utilizada no cálculo das cargas fluidodinâmicas)
ρ	Massa específica
Σ	Somatório
σ	Densidade constante de fontes/sumidouros
σ_0	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb

σ_{0m}	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb modificado pelo modelo de rugosidade
σ_{0N}	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb nominal
$\hat{\tau}$	Vetor tangente a fronteira S_1
τ_{ij}	Tensor de Reynolds submalha
Φ	Função escalar de velocidades
χ	Fator de controle do tamanho do raio do núcleo do vórtices discretos devido ao modelo de rugosidade
Ω	Domínio fluido semi-infinito
ω	Único componente não nulo do vetor vorticidade no escoamento bidimensional
$\vec{\omega}$	Campo de vorticidades
Δ	Tamanho característico da malha (Lesieur Metais, 1992)

Sobrescritos

* Designa variáveis dimensionais

Subscritos

τ Designa direção tangencial

n Designa direção normal

Abreviaturas

DNS	Direct Numerical Simulation (Simulação Numérica Direta)
FMM	Fast Multipole Method (método de expansão em multipolos)
GPU	Graphics Processing Unit (Unidade de Processamento Gráfico)
HPC	High-performance computing (Computação de alto desempenho)
LES	Large Eddy Simulation (Simulação de Grandes Escalas)
M.V.D.	Método de Vórtices Discretos
R.M.S	Root mean square (valor eficaz)
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations (Simulação via Equações Médias de Reynolds)

Siglas

CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

IEM Instituto de Engenharia Mecânica

UNIFEI Universidade Federal de Itajubá

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar as motivações tecnológicas e científicas que levaram ao interesse em desenvolver este trabalho bem como os objetivos traçados para a elaboração do mesmo. Neste capítulo também é apresentada uma descrição do problema, da metodologia usada e da estrutura deste texto.

1.1 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

Muitos objetos sólidos do dia a dia ficam expostos a algum tipo de movimento de fluido (ar, água etc.) nas suas vizinhanças e a maioria destes objetos são ditos corpos rombudos no contexto da mecânica dos fluidos; ou seja, quando submetidos ao escoamento ocorre a separação da camada limite e a consequente formação da esteira viscosa. Estes fatos evidenciam a importância de se analisar escoamentos em torno destes corpos, devido à sua complexidade e corrente uso prático.

O escoamento em torno destes corpos contém uma variedade de fenômenos não lineares importantes e de difícil análise como: separação, desprendimento de vórtices e transição para a turbulência. Como destaca Bimbato et al. (2009a), todos estes fenômenos têm importância prática na engenharia e relevância científica para a mecânica dos fluidos. Entender o fenômeno de desprendimento de vórtices é de grande interesse para o projeto de diversas estruturas na engenharia, como plataformas offshore, grandes prédios, chaminés, trocadores de calor do tipo casco e tubos, cabos de transmissão de eletricidade entre outros. O desprendimento alternado de vórtices próximos ao corpo leva à uma alta flutuação de forças de pressão na direção transversal ao escoamento, afetando inúmeros parâmetros como: os coeficientes de arrasto e de sustentação, vibração induzida por vórtice, ressonância, ruído e eficiência na transferência de calor e de massa.

Zdravkovich (1997) ressalta que apesar da diferença entre as formas dos corpos rombudos estes têm uma comum característica: o desenvolvimento de uma estrutura similar na região de separação. Assim, a análise do escoamento em torno de um cilindro circular é preferido, uma

vez que, sendo um corpo rombudo, apresenta todos os fenômenos descritos acima, embora este tenha uma forma simples. Neste sentido, o escoamento ao redor de estruturas cilíndricas tem sido amplamente estudado não somente para o entendimento geral de escoamentos ao redor destes corpos, mas também, pelo fato do escoamento ter grande relevância em inúmeras aplicações práticas.

Para escoamentos em torno de um cilindro circular hidraulicamente liso e isolado o parâmetro que governa os regimes de escoamento é o número de Reynolds, o qual representa uma relação entre os efeitos inerciais e os efeitos viscosos. Porém, em aplicações práticas o escoamento pode ser influenciado por outros fatores, como a rugosidade superficial e a transferência de calor entre o corpo e o fluido. Desta forma, não só o número de Reynolds pode determinar o padrão do escoamento como também outros parâmetros. Assim, os regimes de escoamento podem acontecer em uma faixa de números Reynolds diferente, podendo até mesmo ocorrer modificações em seu padrão. Quando o parâmetro influenciador excede certa magnitude, este pode se tornar o fator governante, determinando a transição entre os regimes de escoamento (descritos pelo números de Reynolds) ou, mesmo, sua extinção (Zdravkovich, 1997).

A rugosidade superficial é um dos tipos de perturbação mais comum nos problemas práticos de engenharia. Ela pode antecipar a transição da camada limite laminar para a camada limite turbulenta, fazendo com que a crise do arrasto ocorra a valores de número de Reynolds menores. Como aponta Bimbato (2012), aspectos referentes à rugosidade são importantes no que concerne à eficiência dos processos de transferência de calor, ao desempenho de propulsores de navios, à aerodinâmica de materiais esportivos e ao desempenho de turbinas eólicas. Devido à importância deste fator para predição de padrões de escoamentos, este é objeto de estudo neste trabalho.

Para um corpo rombudo movendo-se próximo ao solo, este influencia o escoamento próximo ao corpo e a esteira que se forma a sua jusante. Desta forma, a análise deste escoamento é complexa devido à inúmeros fatores influentes que governam o fenômeno, como o efeito de bloqueio imposto pelo solo, efeito de interferência de esteira, em que a esteira do corpo interage com a camada limite desenvolvida no solo, os efeitos tridimensionais e a distância entre o corpo e o solo (Bimbato et al., 2010a).

Quanto à aplicação deste estudo a problemas práticos, este pode ser extremamente útil para entender as características essenciais de escoamentos mais complexos, como: o escoamento ao redor de carros, de caminhões e de ônibus.

Além dos avanços obtidos no sentido de entender mais sobre o escoamento em torno de corpos rombudos sob o efeito solo e o efeito da rugosidade, este trabalho também pretende contribuir para o avanço da mecânica dos fluidos computacional na análise de escoamentos complexos. Para isso é utilizado o método de vórtices discretos, um método que utiliza uma descrição Lagrangeana, discretizando a vorticidade no domínio em estudo. O grande interesse neste método em relação aos métodos eulerianos (diferenças finitas, volumes finitos) é a possibilidade de contornar problemas encontrados nestes, como por exemplo: a, muitas vezes,

complexa geração da malha no domínio fluido; a necessidade de limitar um domínio maior de estudo afim de que as condições de contorno a grandes distâncias sejam satisfeitas; esforços computacionais são colocados em regiões de nenhum interesse no estudo, já que o domínio computacional é totalmente discretizado e este é bem maior do que a região de relevância; a difusão e dispersão do termo convectivo das equações de Navier-Stokes, o que faz com que seja necessário o uso de pequenos incremento de tempo afim de evitar instabilidades numéricas.

Porém o método de vórtices discretos é caro computacionalmente, destacando a importância deste trabalho no sentido de acelerá-lo. Desta forma, o presente trabalho contribui no sentido de acelerar o código já desenvolvido por Bimbato (2012), criando uma estrutura que calcule o efeito da turbulência e da rugosidade e garanta a condição de aderência em fronteiras sólidas de maneira mais eficiente em termos de tempo computacional.

1.2 OBJETIVOS

Podem-se destacar dois objetivos centrais deste trabalho:

- Aceleração do código computacional desenvolvido pelo Grupo de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI, pois um dos grandes desafios para o desenvolvimento deste método está relacionado ao elevado tempo de simulação numérica. O objetivo central desta etapa é acelerar o cálculo do modelo de função estrutura de velocidade, necessária para determinação do coeficiente de viscosidade turbulenta, e assim, para a modelagem sub-malha de turbulência.
- Mostrar a capacidade do método de vórtices discretos em prever corretamente o escoamento em torno de um cilindro circular levando em conta os efeitos do solo e da rugosidade superficial do corpo; para isto os resultados encontrados aqui são comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura (Blevins, 1984; Roshko et al., 1975; Nishino, 2007). Com o intuito de atingir esta finalidade, listam-se as seguintes etapas:
 - Investigação numérica do comportamento das cargas fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície de um cilindro circular sob o efeito do solo que se move com a mesma velocidade do escoamento incidente. Esta abordagem é preferida em relação ao solo fixo para evitar efeitos da formação da camada limite no solo, o que tornaria a análise mais complexa;
 - Análise da evolução temporal dos coeficientes de arrasto e de sustentação, do comportamento das distribuições de pressão média e instantânea em torno do corpo e cálculo do número de Strouhal para diferentes distâncias entre o cilindro circular e o solo;
 - Estudo do efeito de diferentes valores de rugosidade relativa sob o cilindro circular isolado no escoamento subcrítico ($Re = 1,0 \cdot 10^5$) com o intuito de obter padrões de

escoamentos supercríticos.

1.3 METODOLOGIA

Para cumprir os propósitos apresentados anteriormente utilizam-se:

- O método de vórtices discretos (M.V.D.) como ferramenta numérico computacional para resolver as grandes escalas do escoamento. Este método faz parte de uma classe de métodos numéricos que utilizam uma descrição puramente Lagrangeana, discretizando uma propriedade do escoamento, neste caso a vorticidade presente no escoamento, e representando-a por um conjunto de partículas (os vórtices discretos). Estes vórtices discretos são criados a partir de fronteiras sólidas formando a camada limite e, posteriormente, são transportados formando a esteira viscosa;
- O modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem, para modelar as pequenas escalas do escoamento. Este modelo determina um coeficiente de viscosidade turbulenta responsável por fazer a transferência de energia entre as grandes escalas do escoamento, as quais são resolvidas, e as pequenas escalas, as quais são modeladas. O modelo foi originalmente adaptado para ser incorporado ao método de vórtices discretos por Alcântara Pereira et al. (2002) e, posteriormente, Bimbatto et al., (2012a) apresentaram algumas modificações;
- A estratégia de aceleração do cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem como artifício para a obtenção da viscosidade turbulenta de uma maneira mais eficiente. Para isso, criou-se uma estrutura de caixas para identificar conjuntos de vórtices discretos próximos em diferentes regiões do domínio fluido. Uma determinada caixa e suas vizinhas estabelecem listas de interação entre os vórtices discretos em um menor custo computacional e, desta maneira, o tempo de processamento necessário para calcular a viscosidade de turbulenta é consideravelmente reduzido;
- O modelo de rugosidade proposto por Bimbatto (2012). O autor adaptou o modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem para simular os efeitos da rugosidade superficial no escoamento. Este modelo é baseado no senso físico de que a rugosidade superficial pode gerar turbulência. Como destacam Fage & Warsap (1929), esta turbulência gerada afeta o escoamento ao redor do cilindro circular de uma maneira análoga a corrente livre turbulenta. A diferença é que a camada limite é perturbada pela corrente livre turbulenta pelo lado de fora enquanto a superfície rugosa age por dentro. Este modelo altera o valor da intensidade dos vórtices discretos nascentes na superfície hidraulicamente rugosa, impondo um efeito inercial adicional que está associado a um aumento da taxa de transferência de quantidade de movimento entre camadas adjacentes de fluido próximas a esta superfície;

- O Método de Painéis para a representação das fronteiras sólidas presentes no problema (Katz & Plotkin, 1991). Neste trabalho, as fronteiras sólidas são discretizadas com a utilização de painéis planos, nos quais são distribuídas singularidades do tipo fontes com densidade constante para impor a condição de impermeabilidade sobre cada ponto de controle;
- O artifício de aceleração da obtenção da condição de aderência em cada ponto de controle. O mecanismo criado leva em conta, simultaneamente, a velocidade total normal e tangencial induzida em cada ponto de controle devido à nuvem de vórtices discretos, à fronteira sólida e ao escoamento incidente;
- A formulação integral apresentada por Shintani & Akamatsu (1994) para o cálculo das cargas fluidodinâmicas distribuídas (coeficiente de pressão) e integradas (forças de arrasto e de sustentação). Esta formulação é baseada na solução de uma equação de Poisson em termos de pressão a qual é resolvida utilizando elementos de contorno. Esta equação é obtida aplicando-se o divergente nas equações de Navier-Stokes. Neste esquema, a pressão é calculada em função de toda a vorticidade distribuída no campo, minimizando as oscilações no resultado (Ricci, 2002);
- A simplificação desenvolvida por Bimbato et al. (2009b) para simular o movimento do solo com a mesma velocidade do escoamento incidente. Nesta simplificação o movimento relativo entre o corpo e o solo é representado deixando-se de gerar vórtices discretos sobre a fronteira que representa a superfície do solo. Esta abordagem foi feita com base no trabalho experimental de Nishino (2007), em que foi constatado que, quando o solo se move com a mesma velocidade do escoamento incidente, praticamente não há formação de camada limite junto a ele.

Este trabalho parte de um programa computacional desenvolvido por Bimbato (2012) que simula o escoamento ao redor de um cilindro circular estacionado nas proximidades de uma superfície plana que se move com a mesma velocidade do escoamento incidente. Este programa faz parte da biblioteca de rotinas disponibilizada pelo Grupo de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI para simular problemas de mecânica dos fluidos.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está dividida em sete capítulos, incluindo esta introdução.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica específica sobre o fenômeno estudado, na qual se destacam a física envolvendo o escoamento sobre um cilindro circular liso e isolado, considerações sobre os efeitos da rugosidade e do solo no padrão do escoamento. Como a ferramenta utilizada para obter as soluções do padrão de escoamento é o método de vórti-

ces discretos, neste capítulo são mencionados alguns trabalhos importantes que utilizaram esta ferramenta.

No Capítulo 3 é mostrada a formulação geral para simular escoamentos bidimensionais, incompressíveis, turbulentos e isotérmicos, utilizando como ferramenta o método de vórtices discretos. Assim se dá a noção geral de como este método é capaz de simular as equações de Navier-Stokes e reconstruir o campo de velocidades a partir da distribuição de vorticidade no domínio fluido.

No Capítulo 4 aplica-se a ferramenta descrita no capítulo anterior ao problema em questão (escoamento turbulento ao redor de um cilindro circular com o efeito solo e o efeito da rugosidade). Assim, neste capítulo apresenta-se a definição da geometria em estudo, as condições de contorno, as hipóteses simplificadoras, a adimensionalização do problema e o fluxograma do programa com uma explicação das etapas numéricas de cálculo.

No Capítulo 5 é feita a análise do tempo de processamento do programa base, identificando as etapas de cálculo mais onerosas e em seguida são apresentadas as mudanças realizadas para a diminuição do tempo computacional. Ao final, uma nova análise é feita apontando a redução do tempo em virtude da aceleração do código.

No Capítulo 6 está contida uma análise dos resultados obtidos (cargas fluidodinâmicas e número de Strouhal) e da física do problema. Também procura-se mostrar que as modificações aplicadas no código não produzem perda de informação ou generalidade do programa original.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões mais importantes do trabalho e as sugestões para o desenvolvimento de futuras pesquisas.

No Apêndice A são apresentadas as construções dos modelos do vórtice potencial e do vórtice de Lamb para o cálculo da velocidade induzida pela distribuição de vorticidade no domínio fluido. O objetivo é mostrar que o modelo de vórtice de Lamb é a solução da equação do transporte de vorticidade bidimensional.

O Apêndice B é um complemento da subseção 5.2.1 e apresenta uma descrição detalhada das rotinas responsáveis pelo cálculo da viscosidade turbulenta no domínio fluido.

No Apêndice C são apresentadas as estruturas desenvolvidas por Bimbato (2012) para o cálculo da imposição da condição de contorno no ponto de controle e do efeito da rugosidade.

Ao final pode-se encontrar as referências bibliográficas de todos os trabalhos citados neste texto.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem por finalidade apresentar uma revisão bibliográfica sobre os tópicos tratados neste trabalho. Assim, inicialmente apresenta-se uma descrição dos regimes de escoamento para o cilindro circular liso e isolado, em seguida, uma descrição sobre os efeitos da rugosidade sobre a superfície do cilindro e o efeito solo. Também destaca-se comentários importantes sobre o método de vórtices discretos, que é a ferramenta numérica utilizada no desenvolvimento deste trabalho.

2.1 CARACTERÍSTICAS DOS REGIMES DE ESCOAMENTO EM TORNO DE UM CILINDRO CIRCULAR

Com a aproximação do escoamento em torno do cilindro circular forma-se uma região próxima à parede deste, onde as manifestações viscosas e, portanto, as forças viscosas, são importantes. Esta região, chamada de camada limite, se desenvolve do ponto de estagnação no cilindro até o ponto de separação, onde a camada limite se descola do cilindro. A espessura da camada limite é muito pequena quando comparada com o diâmetro do cilindro.

Devido à geometria do corpo, um gradiente de pressão adverso é gerado no cilindro fazendo com que o escoamento se descole da parede em cada um dos lados, formando uma região de alta recirculação, do ponto de separação para jusante do corpo; esta região recebe o nome de esteira de vórtices e estende-se a grandes distâncias do corpo (Figura (2.1)).

Observa-se que a vorticidade presente na camada limite se descola da parede do cilindro e convecta na esteira, formando uma camada cisalhante em cada um dos lados do cilindro. A interação entre estas duas camadas cisalhantes de sinais opostos dá origem ao mecanismo de desprendimento alternado de vórtices.

Quanto ao campo de pressão ao longo do corpo, tem-se um valor máximo no ponto de estagnação e mínimo a jusante do corpo; a integração desta pressão ao longo do corpo resulta na força de pressão à qual ele está submetido.

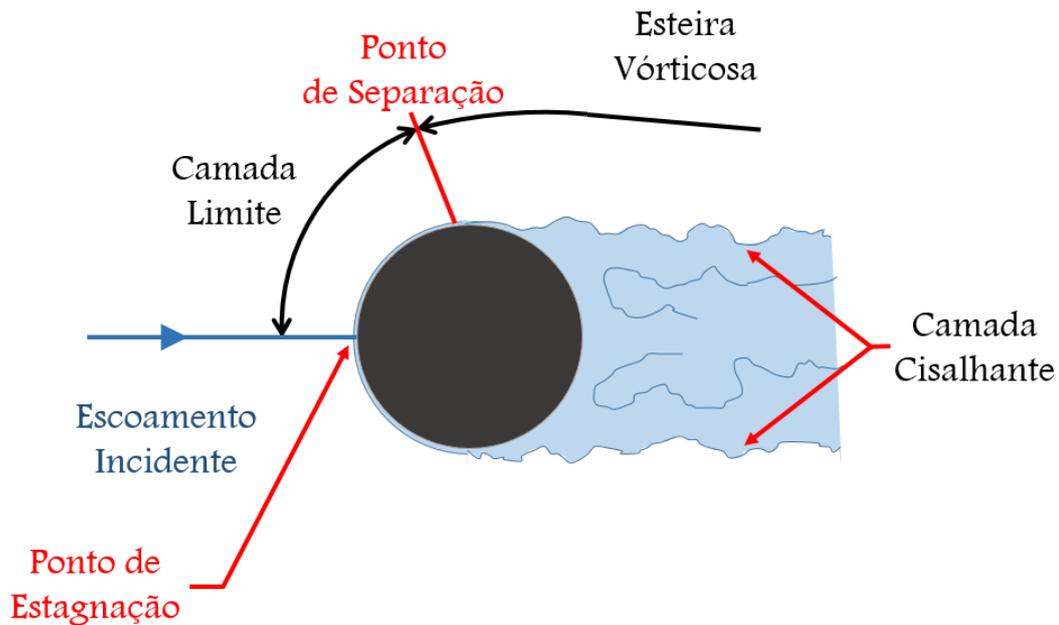


Figura 2.1: Esquema das regiões que se formam em torno do cilindro circular.

Assim, o corpo fica submetido à interação entre a força de pressão e a força de atrito. A forma da distribuição destas forças ao longo do cilindro dá origem às forças de arrasto e de sustentação e, portanto, aos coeficientes de arrasto e de sustentação. A força de arrasto pode ser classificada de acordo com sua natureza em arrasto de forma e arrasto de atrito, respectivamente, devido à distribuição de pressão no corpo e devido à tensão cisalhante. Para problemas práticos comumente encontrados na engenharia (valores de números de Reynolds maiores que 10^4) a contribuição do arrasto de atrito é menor que 2 – 3% do arrasto total, podendo, desta forma, ser omitido na maioria dos casos, mesmo este sendo modificado pela rugosidade superficial (Achenbach, 1981 e 1971).

Observa-se assim a importância do número de Reynolds para caracterizar o escoamento em torno de um corpo. Este parâmetro adimensional representa a razão entre forças inerciais e forças viscosas e é definido da seguinte forma:

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (2.1)$$

sendo D o diâmetro do cilindro, U a velocidade do escoamento não perturbado e ν o coeficiente de viscosidade cinemática. Porém, se a interação entre as duas camadas cisalhante formadas a jusante do cilindro circular for modificada de alguma maneira, como através do efeito da rugosidade sobre o cilindro circular e ou do efeito solo, a característica do escoamento para um determinado número de Re é modificada passando a depender também de outros parâmetros. Estes fenômenos estão discutidos com mais detalhes nas próximas seções.

2.1.1 Cilindro Circular Hidraulicamente Liso e Isolado

Como apresentado, o escoamento em torno de um cilindro circular liso dependerá unicamente do número de Reynolds; assim pode-se classificá-lo da seguinte maneira:

$Re < 5$: Para baixos valores de número de Reynolds, as forças viscosas são dominantes; o escoamento mantém-se aderido ao longo de toda a parede do cilindro, não ocorrendo a separação (Figura (2.2)).

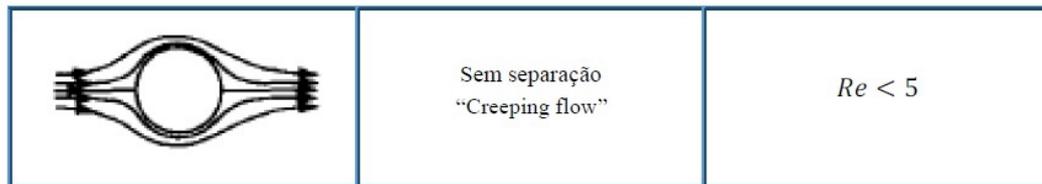


Figura 2.2: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $Re < 5$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

$5 < Re < 40$: À medida que o número de Reynolds aumenta, a quantidade de movimento do fluido na camada limite é insuficiente para transportar a partícula fluida mais adiante, para a região de pressão crescente e, então, o fenômeno de separação começa a ocorrer (Reynolds em torno de 5). Neste regime de escoamento, um par fixo de vórtices forma-se na esteira (Figura (2.3)) e o seu comprimento aumenta com o aumento do número de Reynolds (Batchelor, 1967).

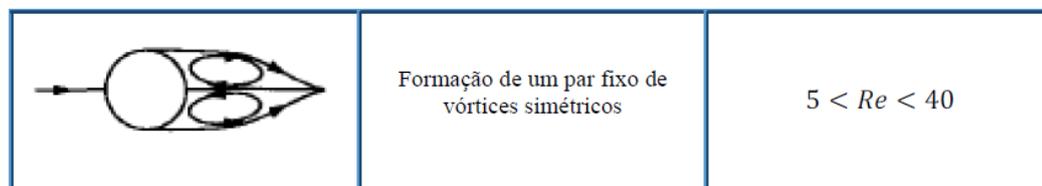


Figura 2.3: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $5 < Re < 40$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Aumentando-se ainda mais o número de Reynolds a esteira de vórtices torna-se instável ocorrendo o desprendimento alternado de pares contrarrotativos de vórtices ($Re \geq 40$), dando origem à esteira de Von Kármán.

Gerrard (1966) apresentou uma descrição do mecanismo de desprendimento de vórtices e da formação da esteira em um cilindro circular. Como mostrado na figura (2.4a), um vórtice A cresce, alimentado pela circulação originária da camada limite à qual ele está conectado, até se tornar forte para atrair a camada limite cisalhante do lado oposto (vórtice B).

O vórtice A torna-se maior do que o outro do lado oposto (vórtice B) passando a atraí-lo (figura (2.4b)). O vórtice A tem circulação no sentido horário enquanto o vórtice B tem circulação no sentido anti-horário. A aproximação do vórtice B (de circulação contrária ao A) corta o suprimento de vorticidade do vórtice A, fazendo com que este seja desprendido e torne-se um vórtice livre. Desta forma, do mesmo lado do vórtice A um novo vórtice cresce e o processo se reinicia, porém, agora o vórtice B atrairá este novo vórtice formado ocorrendo,

então, o desprendimento do vórtice B (figura (2.4c)). Alternadamente, vórtices, de cada um dos lados do cilindro circular, são desprendidos ao longo do tempo.

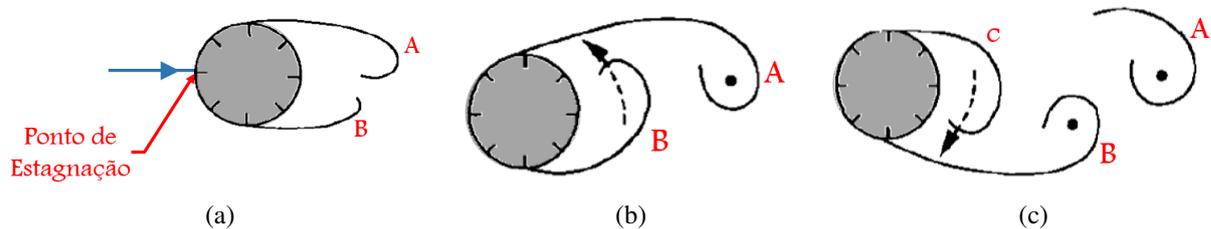


Figura 2.4: Mecanismo de desprendimento de vórtices no cilindro circular liso e isolado (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Logo, pode-se definir um parâmetro adimensional utilizado para medir a frequência de desprendimento de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas; este parâmetro é o número de Strouhal e é definido como:

$$St = f \frac{D}{U} \quad (2.2)$$

sendo f a frequência de desprendimento de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas, D o diâmetro do cilindro circular e U a velocidade do escoamento incidente. Este parâmetro adimensional é função do número de Reynolds e varia como mostrado na figura (2.5).

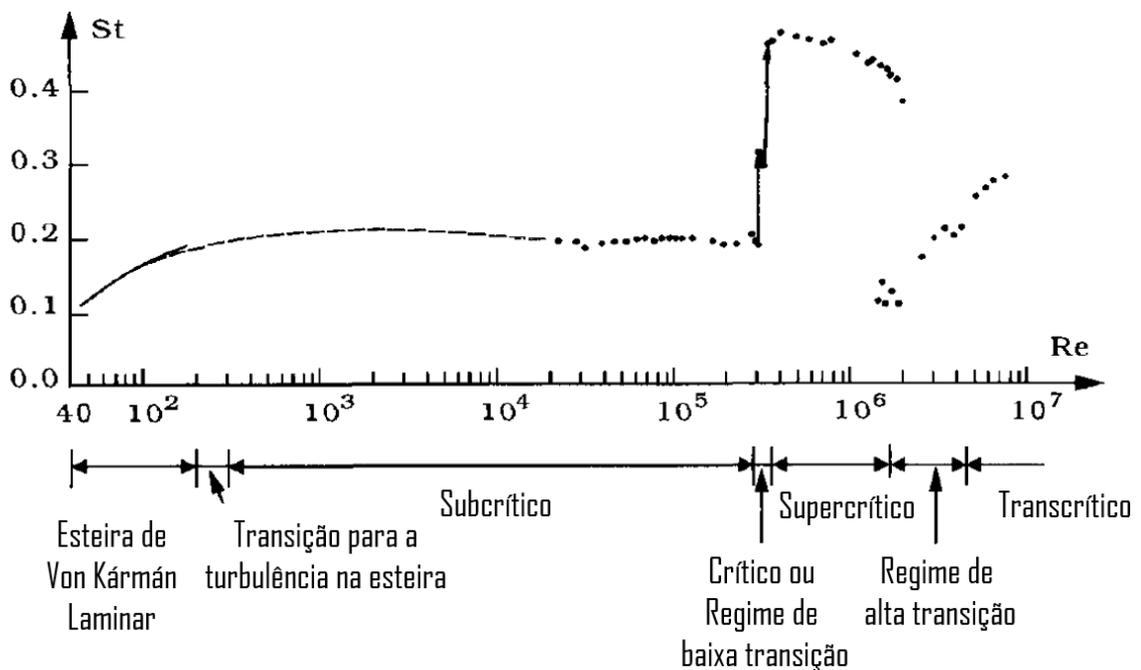


Figura 2.5: Número de Strouhal para um cilindro circular liso. Dados experimentais de: curva sólida: Williamson (1989); curva tracejada: Roshko (1961); pontos: Schewe (1983) (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Aumentando-se o número de Reynolds o desprendimento alternado de vórtices passa de bidimensional para tridimensional, assim como a esteira de vórtices passa de laminar para turbulenta. O mesmo ocorre para a camada limite, porém para maiores valores de número de Reynolds. Isto posto, pode-se ainda destacar os seguintes padrões de escoamento:

$40 \leq Re < 200$: Para este intervalo de número de Reynolds a esteira de vórtices continua laminar e o seu desprendimento é essencialmente bidimensional, ou seja não há diferença no desprendimento de vórtices em relação a direção perpendicular ao plano do desenho (Figura (2.6)), (Williamson, 1989). Para $Re = 40$ o número de Strouhal é aproximadamente igual a 0,1 e aumenta com o aumento do número de Reynolds até atingir cerca de 0,2 para Re em torno de 300.

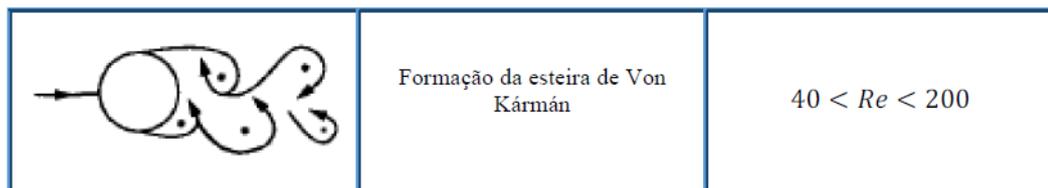


Figura 2.6: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $40 \leq Re < 200$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

$200 < Re < 300$: Com o aumento do número de Reynolds ocorre, na esteira de vórtices, a transição para turbulência. À medida que o número de Reynolds aumenta, esta região de transição para a turbulência move-se à montante (Bloor, 1964) e, desta forma, o desprendimento de vórtice torna-se tridimensional (Gerrard, 1978 e Williamson, 1988) (Figura (2.7)). Para $Re > 300$ a esteira de vórtices é completamente turbulenta.

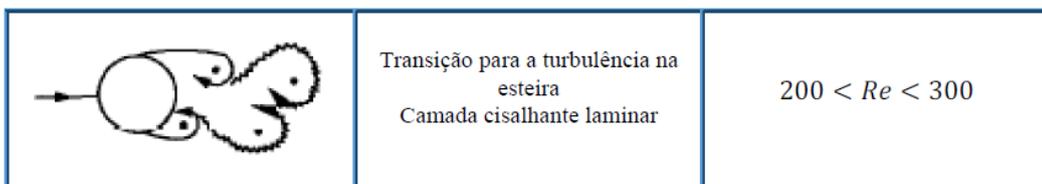


Figura 2.7: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $200 < Re < 300$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

$300 < Re < 3 \cdot 10^5$: Neste intervalo o regime de escoamento é conhecido como regime subcrítico e o número de Strouhal se mantêm praticamente constante em torno de 0,2 (Bearman, 1967). Embora a esteira de vórtices seja completamente turbulenta, a camada limite sobre o cilindro permanece laminar (Figura (2.8)).

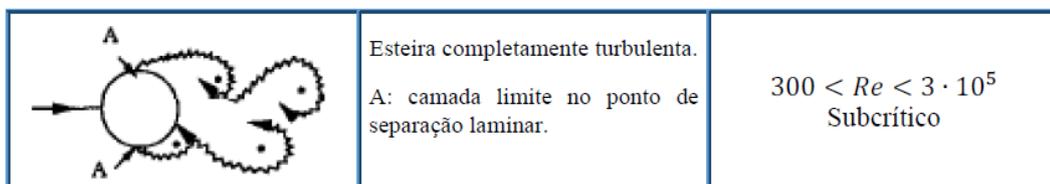


Figura 2.8: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $300 < Re < 3 \cdot 10^5$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Com o aumento do número de Reynolds a transição para a turbulência ocorre na camada limite, do ponto de separação em direção ao ponto de estagnação.

$3 \cdot 10^5 < Re < 3,5 \cdot 10^5$: Neste intervalo o regime de escoamento é chamado de regime crítico. Neste regime a camada limite se torna turbulenta, mas em apenas um lado do cilindro circular enquanto o outro continua laminar; o lado turbulento e laminar comutam. Este escoamento assimétrico faz com que a média temporal do coeficiente de sustentação seja diferente de zero. O número de Strouhal também apresenta um repentino aumento de 0,2 para um valor de aproximadamente 0,45 (Figura (2.9)).

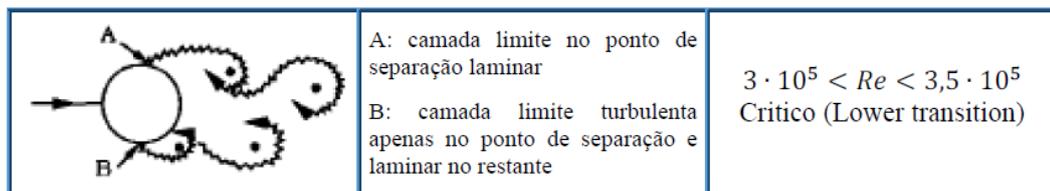


Figura 2.9: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $3 \cdot 10^5 < Re < 3,5 \cdot 10^5$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

$3,5 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$: Chamado de regime supercrítico, neste regime ambos os lados da camada limite são turbulentos, porém, ainda há uma região entre o ponto de estagnação e o ponto de separação onde a camada limite é laminar. O valor do número de Strouhal se mantém igual a 0,45 em uma grande faixa deste regime, até decrescer lentamente com o aumento do número de Reynolds (Figura (2.10)).

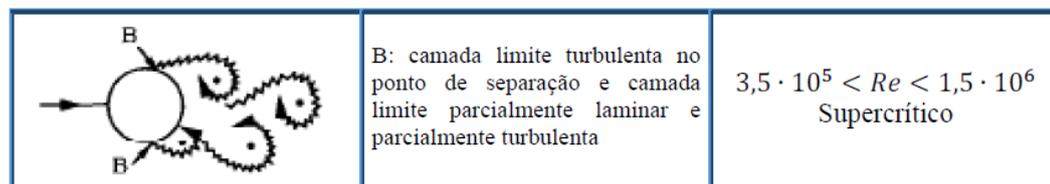


Figura 2.10: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $3,5 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

$1,5 \cdot 10^6 < Re < 4,5 \cdot 10^6$: Neste intervalo o regime de escoamento é conhecido como regime de alta transição. A camada limite é totalmente turbulenta em um lado do cilindro circular e parcialmente do outro. Esta assimetria inibe a interação entre o par contrarrotativo de vórtices resultando em um desordenado desprendimento de vórtice e, desta forma, o número de Strouhal apresenta uma descontinuidade em $Re = 1,5 \cdot 10^6$, situação que prossegue em todo este regime de escoamento (figura (2.11)).

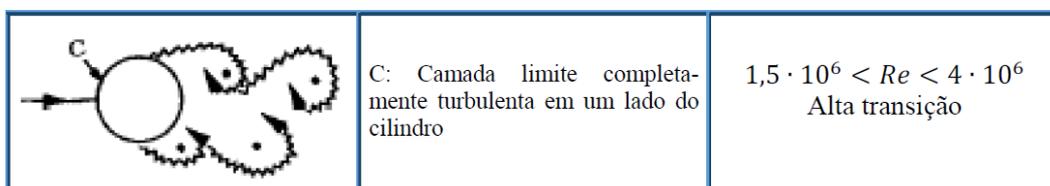


Figura 2.11: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $1,5 \cdot 10^6 < Re < 4 \cdot 10^6$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

$Re > 4,5 \cdot 10^6$: Neste intervalo o escoamento é conhecido como transcrito; ele é caracterizado por apresentar uma camada limite totalmente turbulenta. Isso faz com que o desprendimento regular de vórtices seja restabelecido e, assim, o número de Strouhal tenha o valor de 0,25 a 0,30 (Figura (2.12)).

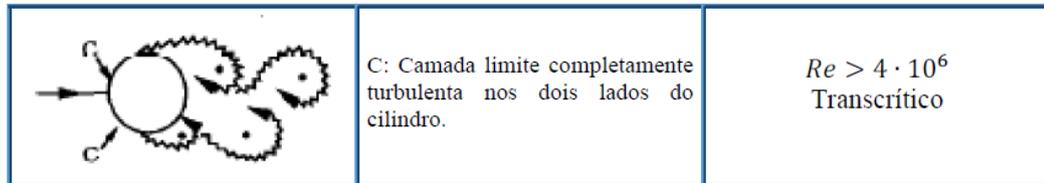


Figura 2.12: Regime de escoamento ao redor de um cilindro circular liso e isolado para $Re > 4 \cdot 10^6$ (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Com relação à terminologia e à faixa de número de Re em que estes regimes ocorrem, não há consenso entre os autores. Por exemplo, Achenbach (1968) e Nishino (2007) classificam o escoamento ao redor de um cilindro liso isolado em três regimes: subcrítico ($Re < 2 \cdot 10^5 - 5,0 \cdot 10^5$), crítico ($Re \cong 2 \cdot 10^5 - 5,0 \cdot 10^5$) e supercrítico ($Re > 2 \cdot 10^5 - 5,0 \cdot 10^5$). Roshko (1961) inclui ainda, um quarto regime denominado transcrito ($Re > 3,5 \cdot 10^6$).

Zdravkovich (1997) cita cinco regimes de escoamento: 1) completamente laminar; 2) transição na esteira de vórtices; 3) transição na camada cisalhante; 4) transição na camada limite 5) regime totalmente turbulento, como resumido na tabela (2.1).

Tabela 2.1: Síntese dos regimes de escoamento para um cilindro circular isolado (Zdravkovich, 1997)

Regime	Característica	Intervalo Re
Laminar	Não há separação	0 até 4 - 5
	Separação Estável	4 - 5 até 30 - 48
	Esteira Periódica	30 - 48 até 180 - 200
Transição na esteira	Esteira distante	180 - 200 até 220 - 250
	Esteira Próxima	220 - 250 até 350 - 400
Transição na camada cisalhante	Inferior	350 - 400 até $1k^* - 2k$
	Intermediária	$1k - 2k$ até $20k - 40k$
	Superior	$20k - 40k$ até $100k - 200k$
Transição na camada limite	Pré crítico	$100k - 200k$ até $300k - 340k$
	Bolha única	$300k - 340k$ até $380k - 400k$
	Duas Bolhas	$380k - 400k$ até $500k - 1M^*$
	Supercrítico	$500k - 1M$ até $3,5M - 6M$
	Pós crítico	$3,5M - 6M$ até ?
Totalmente Turbulento	Invariável	? até ∞
	Final	

k^* denota 10^3 e M^* denota 10^6

O coeficiente de arrasto médio (\bar{C}_D) também é uma função do número de Reynolds e varia como mostrado na figura (2.13). Como se pode observar este decresce até assumir um valor

constante em torno de 1,2 no regime subcrítico ($300 < Re < 3 \cdot 10^5$). Quando o valor de Re atinge cerca de $3 \cdot 10^5$ o \bar{C}_D cai drasticamente assumindo um valor de cerca de 0,25, que se estende no regime supercrítico ($3,5 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$); este fenômeno recebe o nome de crise do arrasto. Isso ocorre devido à mudança no ponto de separação, do regime subcrítico para o regime supercrítico, resultando em uma esteira mais estreita, o que leva a uma redução do coeficiente de arrasto. Como a camada limite turbulenta tem mais quantidade de movimento do que a laminar, esta resiste mais ao efeito do gradiente adverso de pressão e, assim, a separação é atrasada acontecendo mais a jusante do corpo.

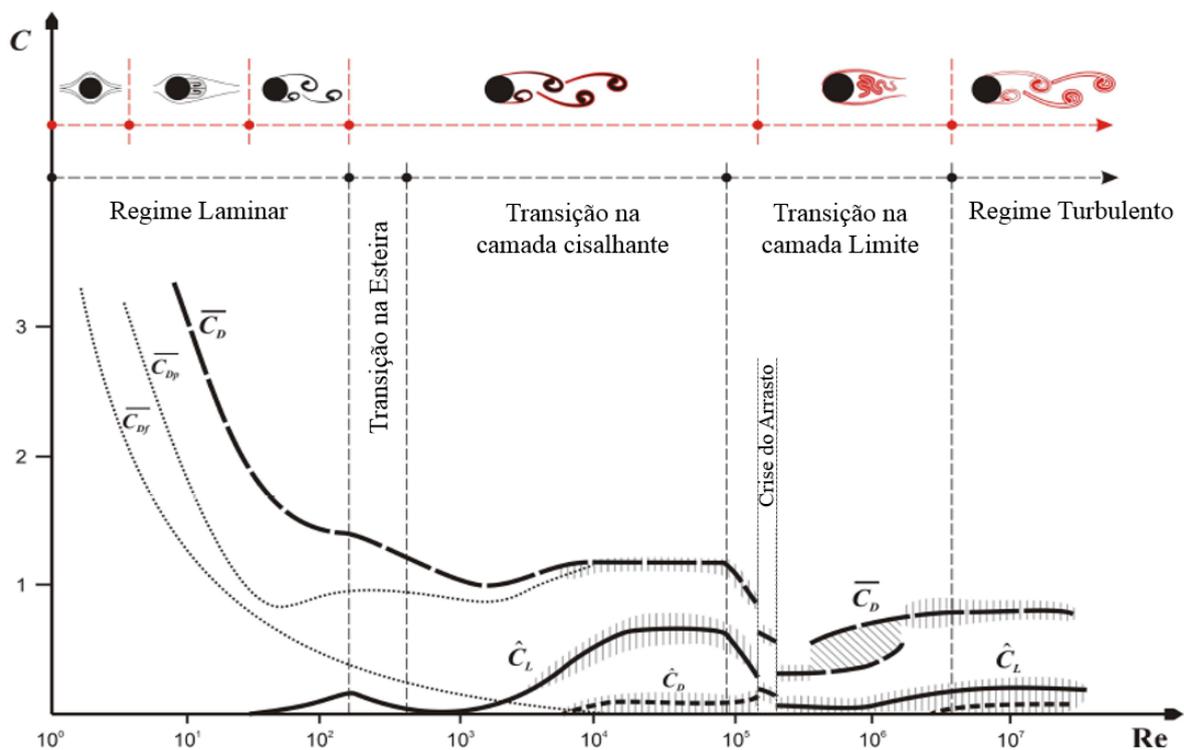


Figura 2.13: Variação dos coeficientes de sustentação e de arrasto com o número de Reynolds para o cilindro circular; As regiões tracejadas representam a dispersão de dados experimentais (adaptada de Assi, 2009).

Posteriormente, o coeficiente de arrasto aumenta com a mudança do regime de supercrítico para o de alta transição e, então, se mantém constante ($\bar{C}_D = 0,5$) à medida que o número de Reynolds aumenta ($Re > 4,5 \cdot 10^6$).

Para o coeficiente de sustentação, devido ao escoamento ser simétrico, a média da resultante da força de sustentação é igual a zero. Porém, seu valor instantâneo é diferente de zero como consequência do fenômeno de desprendimento alternado de vórtices. Isso acontece, pois, a distribuição de pressão em torno do cilindro sofre uma variação periódica à medida que o processo de desprendimento de vórtices acontece, resultando em variação periódica das forças de sustentação e de arrasto.

A frequência de oscilação da força de sustentação é a mesma da frequência de desprendimento de um par contrarrotativo de vórtices, visto que o crescimento de uma estrutura vorticosa na parte superior do cilindro resulta em uma sustentação positiva, enquanto o crescimento da

estrutura vorticosa na parte inferior resulta em uma sustentação negativa. Já a força de arrasto oscila a uma frequência duas vezes maior que a frequência de desprendimento de vórtices. Quanto à amplitude de oscilação, verifica-se que esta não é constante, podendo variar de um período a outro devido à irregularidade na formação de vórtices (figura (2.14)).

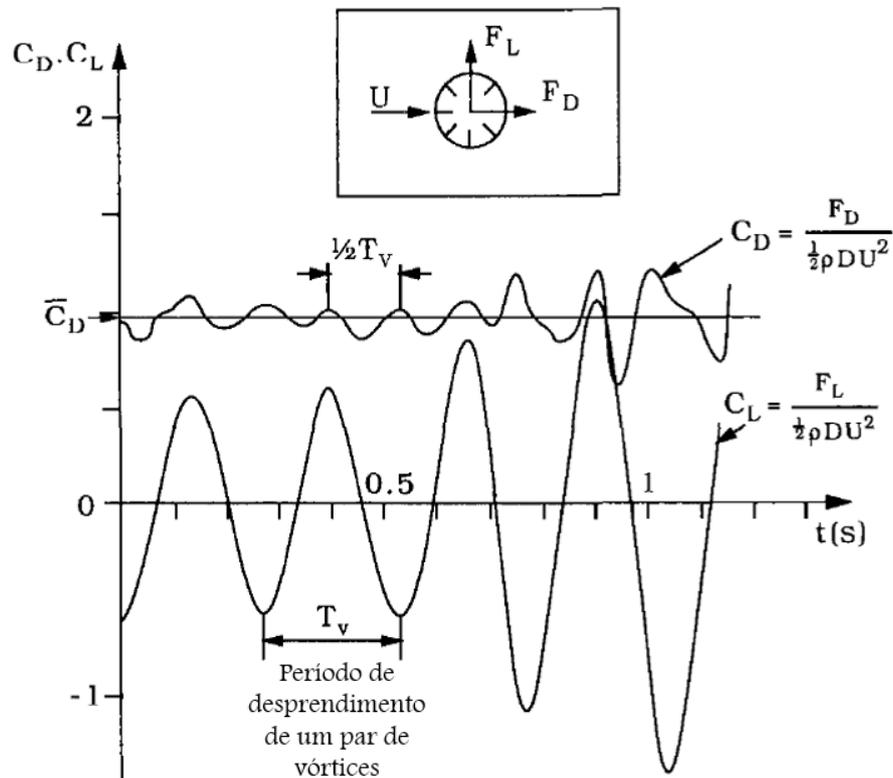


Figura 2.14: Coeficientes de sustentação e de arrasto instantâneo (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

O desprendimento de vórtices como mostrado aqui, ocorre devido à interação entre as duas camadas cisalhantes de sinais opostos formadas a jusante do cilindro circular. Se essa interação é modificada de alguma maneira, a característica do escoamento para um determinado número de Reynolds pode ser modificada, podendo ocorrer até mesmo a supressão de desprendimento de vórtices. Nas próximas secções são discutidos os efeitos de dois tipos comuns de perturbação encontrados em problemas práticos: o efeito da rugosidade superficial do corpo e o efeito solo.

2.1.2 Efeito da rugosidade superficial

A rugosidade superficial é a perturbação mais comum encontrada em aplicações práticas de engenharia. Erros na manufatura, estruturas expostas a condições meteorológicas diversas (chuva, neve etc) podem modificar ou danificar superfícies relativamente lisas de cabos de pontes, linhas de transmissão de energia elétrica, antenas etc. Da mesma forma, para evitar erosão de estruturas submersas, estas podem ser pintadas, aumentando a rugosidade superficial em algumas ordens de grandeza (Hinsberg, 2015).

A rugosidade superficial de estruturas também pode ser provocada intencionalmente, afim de controlar o escoamento. Zhou et al. (2015) destacam em seu trabalho que muitos pesquisadores exploraram o conceito de controlar o escoamento sobre cilindros circulares para reduzir a força de arrasto e a vibração induzida por vórtices em estruturas e a introdução de rugosidades artificiais na superfície do corpo foi amplamente estudada neste sentido.

Nikuradse (1933) foi o primeiro pesquisador a verificar que os efeitos da rugosidade permanecem restritos a uma fina camada adjacente à superfície.

A grande dificuldade de se analisar o escoamento em torno de paredes rugosas está na descrição da rugosidade, já que a rugosidade é desigualmente distribuída ao longo da superfície, além dos múltiplos parâmetros necessários para sua caracterização. A superfície rugosa pode ser determinada pelos seguintes parâmetros: (i) a rugosidade relativa, ε/D , onde ε é a altura média das protuberâncias e saliências que formam a superfície e D é um comprimento característico; (ii) a forma das protuberâncias e saliências; (iii) a distribuição das protuberâncias e saliências sobre a superfície, por exemplo, se elas estão dispostas sobre a superfície de maneira regular ou irregular. Os dois últimos parâmetros dão origem à característica chamada de textura da superfície rugosa (Bimbato et al., 2012b).

A figura (2.15) ilustra o efeito da rugosidade relativa no número de Strouhal, onde este parâmetro adimensional foi obtido experimentalmente para vários valores de rugosidade relativa e números de Reynolds (Achenbach & Heinecke, 1981). Como se pode observar na figura há uma antecipação dos regimes com o aumento da rugosidade relativa; além deles, ocorrem em intervalos menores.

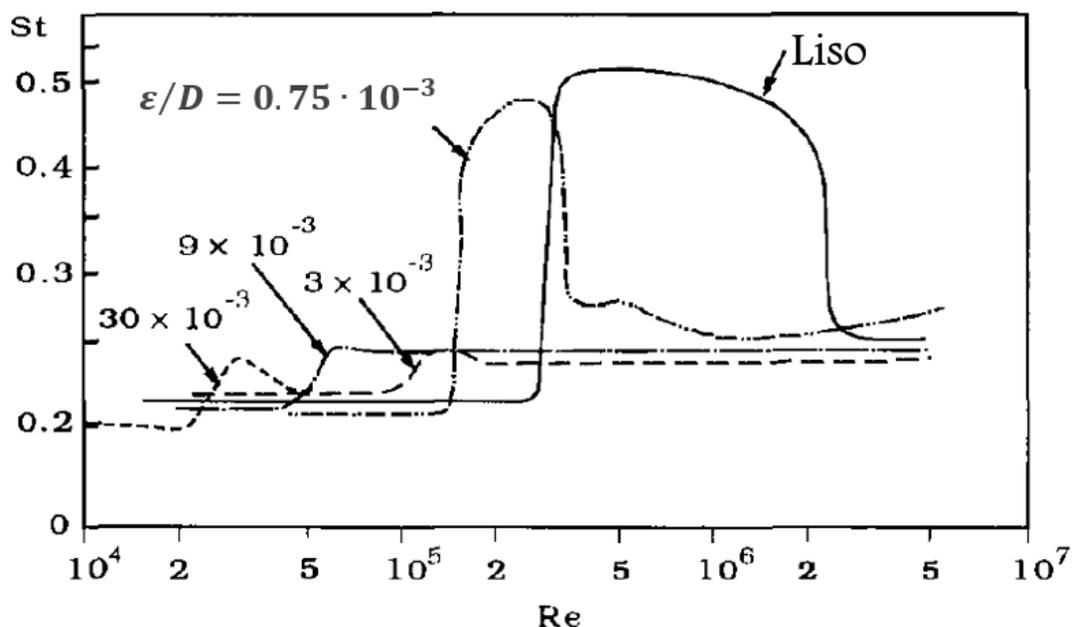


Figura 2.15: Comportamento do número de Strouhal em função do número de Reynolds para um cilindro circular rugoso (adaptada de Achenbach & Heinecke, 1981).

Os regimes de escoamento apresentados para um cilindro circular liso continuam existindo para o caso do cilindro de superfície rugosa, porém, com o aumento da rugosidade relativa, o regime supercrítico e o regime de alta transição fundem-se em um único regime. Verifica-se que, para um mesmo número de Reynolds, o ponto de separação, medido do ponto de estagnação a jusante, para o caso rugoso assume valores angulares menores que no caso liso. Isso acontece em consequência da baixa quantidade de movimento trocada perto da parede, no caso rugoso, devido ao aumento da espessura da camada limite (Sumer & Fredsøe, 2006).

O intervalo de número de Reynolds em que o regime transcrito ocorre é cada vez menor a medida que a rugosidade relativa do cilindro circular aumenta. Enquanto que o coeficiente de arrasto médio, neste regime, assume valores cada vez maiores. Para baixos números de Reynolds (por exemplo no regime subcrítico) o coeficiente de arrasto não sofre modificação com a rugosidade superficial do cilindro circular (Sumer & Fredsøe, 2006).

Fage & Warsap (1929) mediram o coeficiente de arrasto (\bar{C}_D) e mostraram que, com o aumento da rugosidade relativa (ε/D), a crise do arrasto ocorre em um menor valor de número de Reynolds. Este trabalho figura como um dos primeiros a analisar o comportamento do coeficiente de arrasto em um cilindro circular de superfície rugosa. Verificou-se também que a variação do coeficiente de arrasto médio é bem menor para o cilindro hidraulicamente rugoso do que para o hidraulicamente liso. Enquanto que para o cilindro hidraulicamente liso o coeficiente de arrasto cai de 1,4 para 0,5, para o caso rugoso ($\varepsilon/D = 30 \cdot 10^{-3}$) o valor do coeficiente de arrasto cai de 1,4 para 1,1. Este fato está ligado à localização do ponto de separação, por exemplo, para o regime supercrítico o ponto de separação está em torno de 140° para o cilindro hidraulicamente liso e 115° para o cilindro hidraulicamente rugoso ($\varepsilon/D = 4,5 \cdot 10^{-3}$) (Sumer & Fredsøe, 2006).

Guven et al. (1980) apresentaram em um diagrama $\bar{C}_D \times Re$ os seus resultados e os obtidos por Fage & Warsap (1929), Achenbach (1971) e Szechenyi (1975). Os resultados apresentaram uma discrepância de até 60% para um mesmo valor de número de Reynolds. Esta diferença entre os diversos estudos se deu devido a inúmeros fatores como: razão de aspecto do cilindro circular, razão de bloqueio do túnel de vento, nível de turbulência do escoamento e as diversas texturas de rugosidade superficial. Na realidade, as maiores diferenças foram observadas no regime supercrítico, indicando que a rugosidade da superfície dos cilindros circulares testados tinha relevância considerável nas diferenças observadas entre os testes. Esta conclusão é devida ao fato de que, no regime supercrítico, a região viscosa da camada limite turbulenta é bastante reduzida, fazendo com que a rugosidade da superfície sólida tenha mais influência nas características do escoamento.

Zhou et al. (2015) propuseram um estudo para entender a relação entre redução do coeficiente de arrasto e a rugosidade superficial do cilindro. Assim, uma série de experimentos foram conduzidos para medir as cargas fluidodinâmicas e as características do escoamento em torno de um cilindro circular com diferentes tipos de rugosidade superficial distribuídas uniformemente (ε/D entre 0,0028 a 0,025) sobre sua superfície, em um intervalo de número de

Reynolds de $6 \cdot 10^3 < Re < 8 \cdot 10^4$. Comparando os resultados obtidos com o caso do cilindro circular hidraulicamente liso sob as mesmas condições de escoamento, os autores constataram que, em geral, o valor do coeficiente de arrasto em cilindros rugosos é menor que para o caso do cilindro liso, e diminui com o aumento da rugosidade. Do mesmo modo, o valor eficaz (RMS - root mean square) do coeficiente de sustentação é consideravelmente menor.

Hinsberg (2015) estudou experimentalmente em túnel de vento o comportamento do escoamento em torno de um cilindro circular com superfície rugosa ($\epsilon/D = 1,2 \cdot 10^{-3}$) ao longo de uma vasta gama de números de Reynolds ($15 \cdot 10^3 \leq Re \leq 12 \cdot 10^6$). O autor mostrou que a rugosidade da superfície teve um forte efeito no escoamento ao redor do cilindro, em particular, no desaparecimento do regime supercrítico.

2.1.3 Efeito do solo

Outro fenômeno de interesse prático estudado nesta dissertação é o efeito do solo. Quando um cilindro circular é colocado próximo a uma fronteira sólida, o escoamento sofre diversas mudanças em relação às características do cilindro circular isolado, dependendo agora não só do número de Reynolds, mas também da distância relativa entre o cilindro circular e solo, h/D (figura (2.16b)). Pode-se citar as seguintes mudanças no padrão de escoamento:

1. O ponto de estagnação move-se para uma posição angular negativa à medida que o cilindro circular se aproxima do solo (figura (2.16)).
2. O ponto de separação no lado limitado pelo solo move-se a jusante enquanto o lado oposto move-se a montante (figura (2.16)), ou seja, o ponto de separação é uma função da distância do cilindro circular em relação ao solo.
3. A pressão é maior no lado de corrente livre do que próximo ao solo.
4. Ocorre a supressão de desprendimento de vórtices quando a distância adimensional (h/D), torna-se menor que 0,3 (Sumer & Fredsøe, 2006).

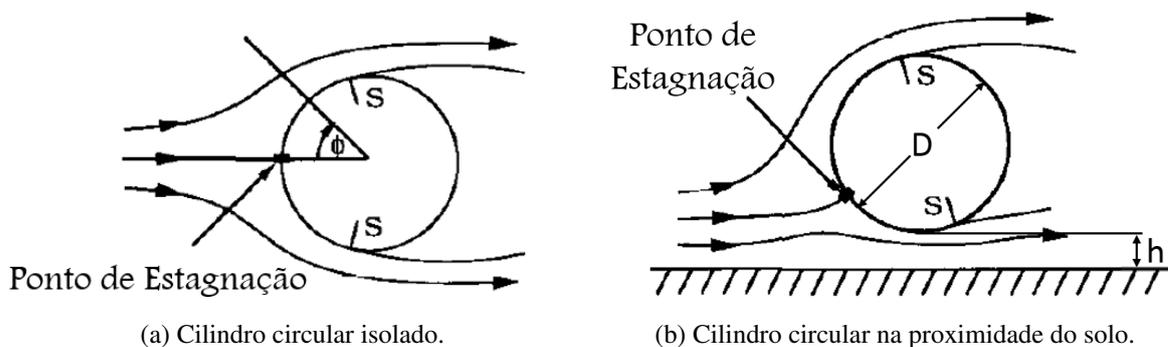


Figura 2.16: Esquema de um escoamento ao redor de um cilindro circular isolado e sob efeito do solo. S é o ponto de separação (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Quando o cilindro é colocado longe do solo estes efeitos desaparecem e a simetria do escoamento é restabelecida.

Taneda (1965) foi um dos primeiros a investigar o efeito da distância (h/D). O seu estudo foi feito em um canal de água para $Re = 170$. Neste trabalho o solo tinha a mesma velocidade que o escoamento de água e o autor observou um regular desprendimento de vórtices para $h/D = 0,60$, enquanto que, para $h/D = 0,10$, somente uma fila de vórtices foi gerada.

Roshko et al. (1975), Bearman e Zdravkovich (1978), Angrilli et al. (1982), e Price et al. (2002) estudaram os efeitos fundamentais da distância do cilindro circular ao solo, h/D , e nenhum deles considerou o movimento relativo entre o corpo e a superfície plana.

Roshko et al. (1975), a partir de um estudo experimental em um túnel de vento para $Re = 2,0 \cdot 10^4$, mediram os coeficientes de arrastos e de sustentação médios para um cilindro circular colocado próximo a uma superfície plana fixa. Observou-se que o coeficiente de arrasto diminuiu e que o de sustentação aumentou à medida que o corpo se aproximava do solo.

Bearman & Zdravkovich (1978) estudaram a frequência de desprendimento de vórtices quando um cilindro circular estava próximo ao solo fixo a $Re = 4,8 \cdot 10^4$. Os autores verificaram um valor constante para o número de Strouhal ($St \cong 0,2$) para todas distâncias, até 0,3, entre cilindro circular e solo (h/D). Foi evidenciada a supressão de desprendimento de vórtices para distâncias (h/D) menores que 0,3.

Buresti & Lanciotti (1979), em um teste semelhante ao feito por Bearman & Zdravkovich (1978), mediram o número de Strouhal a altos valores de números de Reynolds ($8,5 \cdot 10^4$ à $3 \cdot 10^5$) e determinaram a distância (h/D) crítica¹ igual a 0,4, para o regime subcrítico. Para $h/D > 0,4$, o número de Strouhal era de cerca de 0,2.

A supressão de desprendimento de vórtices está ligada a assimetria do desenvolvimento dos vórtices nos dois lados do cilindro circular. O vórtice do lado oposto ao solo tem uma liberdade maior para crescer do que o vórtice mais próximo ao solo. Desta forma, a interação entre as duas estruturas é inibida resultando na supressão parcial ou completa do desprendimento regular de vórtices (Sumer & Fredsøe, 2006).

Em relação à mudança do número de Strouhal com a proximidade do solo, verifica-se, para h/D onde o desprendimento de vórtice existe, um aumento suave do número de Strouhal com a diminuição da distância do cilindro ao solo. A razão para este aumento se deve ao fato de que a presença do solo faz com que o vórtice na vizinhança deste cresça mais próximo ao vórtice do lado oposto e, como resultado, as duas estruturas vorticosas interagem mais rapidamente levando-se, assim, a um aumento do número de Strouhal.

Sumer & Fredsøe (2006) destacaram que, enquanto as medidas de Bearman & Zdravkovich (1978) indicaram que a frequência de desprendimento de vórtices praticamente não mudava na faixa de $0,3 \leq h/D \leq 3$, para os resultados de Angrilli et al. (1982), havia um aumento, ainda que suave, na frequência de desprendimento de vórtice com a diminuição de h/D . As medidas de Angrilli et al. (1982) foram feitas para a faixa de $0,5 \leq h/D \leq 6$. Os autores enfatizaram

¹distância abaixo da qual há a supressão de desprendimento de vórtices.

ser evidente, a partir dos dados experimentais existentes, que a frequência de desprendimento de vórtices é insensível à relação h/D , embora pareça haver uma tendência de que ele aumente ligeiramente com a redução de h/D .

Zdravkovich (1985) estudou o rápido decréscimo do coeficiente de arrasto com a redução da distância (h/D) para um valor menor que a espessura da camada limite desenvolvida no solo, δ . Com as análises deste trabalho, Zdravkovich (1985) concluiu que a variação do coeficiente de arrasto era dominada pela relação h/δ ao invés da convencional relação h/D . Este experimento foi executado para número de Reynolds entre $4,8 \cdot 10^4$ e $3 \cdot 10^5$. Ele também notou que o coeficiente de sustentação é insensível à espessura da camada limite.

A figura (2.17) apresenta a variação do coeficiente de arrasto com a distância do cilindro circular ao solo; os resultados experimentais apresentados são atribuídos aos trabalhos de Kiya (1968), Roshko et al. (1975), Zdravkovich (1985) e Jensen et al. (1990). A diferença entre os resultados pode ser atribuída aos diferentes números de Reynolds utilizados. Como pode-se observar na figura, o coeficiente de arrasto médio cresce com o aumento da distância entre o solo e o cilindro circular até se tornar praticamente constante.

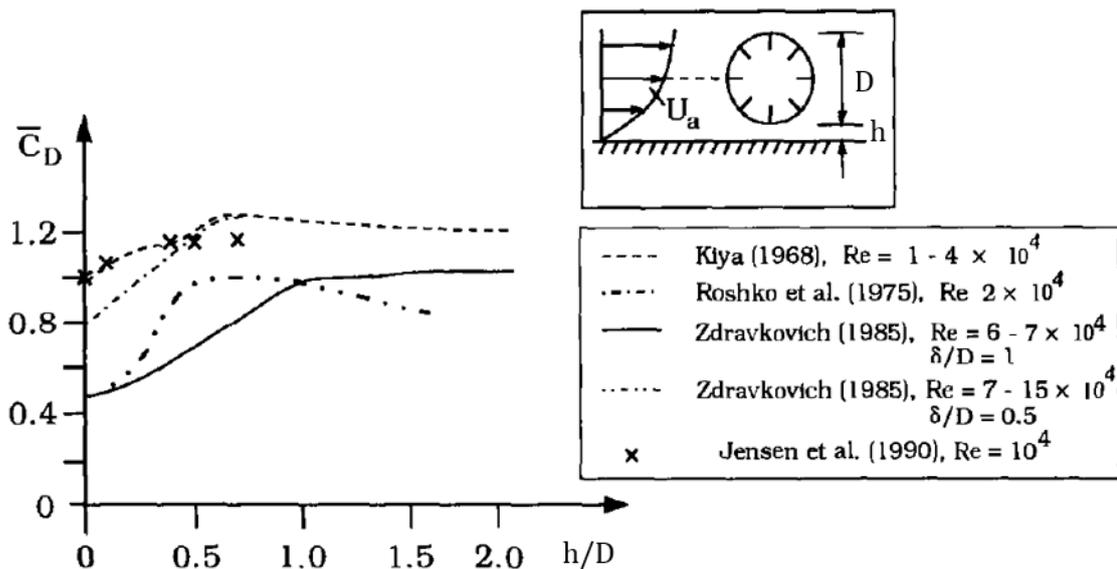


Figura 2.17: Coeficiente de Arrasto para o cilindro circular próximo ao solo - δ é a espessura da camada limite desenvolvida no solo (adaptado de Sumer & Fredsøe, 2006).

Zdravkovich (2003) estudou o comportamento do coeficiente de arrasto sobre um cilindro circular colocado próximo a uma superfície plana que se movimentava com a mesma velocidade do escoamento incidente para alto número de Reynolds ($Re = 2,5 \cdot 10^5$). Observou-se que praticamente não ocorreu a formação de camada limite na superfície plana (solo) e, ao contrário de todos os outros estudos [exemplo Roshko et al. (1975), Bearman & Zdravkovich (1978), Angrilli et al. (1982), Price et al. (2002) e Lin et al. (2005)], não foi apresentado um decréscimo no coeficiente de arrasto com a diminuição de h/D . Contudo, em seu estudo não ficou claro

se este fato ocorreu devido à não existência de camada limite no solo ou ao alto número de Reynolds ou, ainda qualquer outro fator.

Nishino (2007) reproduziu o experimento de Zdravkovich (2003), mas para valores de Reynolds de $4,0 \cdot 10^4$ e $1,0 \cdot 10^5$. Os efeitos tridimensionais foram minimizados pelo uso de placas planas nas extremidades do cilindro; com isso o padrão do escoamento observado foi aproximadamente bidimensional.

No presente trabalho o autor classificou o escoamento, para o cilindro circular com placas laterais, em três regimes de acordo com a relação h/D , na qual dá o nome:

- Grande distância ($h/D > 0,5$): Vórtices do tipo Kármán eram gerados a jusante do cilindro, resultando em altos valores de coeficiente de arrasto (em torno de 1,3).
- Pequena distância ($h/D < 0,35$): Neste regime o desprendimento de vórtices de Kármán cessava dando origem a uma zona fluida parada limitada por duas camadas cisalhantes paralelas. Nenhum substancial efeito foi observado com a mudança de h/D e o valor do coeficiente de arrasto se mostrou aproximadamente constante em um valor ligeiramente menor que 1.
- Distância intermediária ($0,35 < h/D < 0,5$): O desprendimento de vórtices de Kármán era intermitente; os padrões de escoamentos dos regimes anteriores eram observados e o coeficiente de arrasto diminuiu rapidamente à medida que o cilindro circular se aproxima do solo.

Moura (2007) estudou numericamente o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido newtoniano com propriedades constantes ao redor de um cilindro circular oscilante com efeito do solo usando o Método de Vórtices. Seu objetivo foi o de estudar a influência do movimento oscilatório do corpo no coeficiente de sustentação na presença do solo. Este movimento oscilatório era de pequena amplitude e perpendicular ao escoamento incidente.

Bimbato (2008) utilizou também o método de vórtices discretos bidimensional para estudar o comportamento das cargas fluidodinâmicas atuantes sobre um cilindro circular na presença do solo que se movimentava a uma mesma velocidade do escoamento incidente. Para simular a não formação de camada limite sobre o solo, como evidenciado por Nishino (2007), a geração de vórtices discretos deu-se apenas na superfície do cilindro circular.

Em outro trabalho, Bimbato et al. (2012b) analisaram a supressão do desprendimento de vórtices para o cilindro circular próximo a uma superfície plana que se movia à mesma velocidade do escoamento livre em um regime subcrítico ($Re = 1,0 \cdot 10^5$). Como destacado neste trabalho, o efeito do solo é governado por três mecanismos:

- O primeiro deles é a interferência entre a esteira formada atrás do corpo e a camada limite formada na superfície do solo. Assim, o objetivo de simular o solo com a mesma

velocidade do escoamento incidente e, então, eliminar esta discussão, já que para este caso não há formação de camada limite no solo (Nishino, 2007);

- Efeitos tridimensionais, que não são levados em conta em muitos estudos numéricos;
- Efeito de bloqueio imposto pela presença da superfície do solo.

Neste mesmo trabalho, Bimbato et al. (2012b) destacam os três efeitos observados quando o cilindro se aproxima do solo:

- O aumento do coeficiente de sustentação devido aos efeitos viscosos que causam uma circulação adicional ao redor do corpo mudando o ponto de estagnação;
- A supressão do desprendimento de vórtices causado pelo efeito Venturi;
- A diminuição do coeficiente de arrasto devido à supressão do desprendimento de vórtices.

Como o objetivo deste trabalho foi estudar a supressão de desprendimento de vórtices, uma atenção maior foi dada ao número de Strouhal, verificando que este diminui (consequentemente há uma diminuição no desprendimento de vórtices) com a diminuição de h/D . Para $h/D = 0,05$ o desprendimento alternado de vórtices praticamente desaparecia. Evidenciou-se que, para o corpo próximo ao solo, o efeito viscoso e o efeito Venturi atuavam juntos causando uma mudança radical no comportamento fluidodinâmico do cilindro circular; estes dois efeitos eram os responsáveis pela diminuição do coeficiente de arrasto e pelo aumento do coeficiente de sustentação à medida que o cilindro se aproxima do solo. O efeito Venturi interfere na formação da estrutura vorticosa próxima ao solo e, como consequência, o desprendimento da estrutura vorticosa superior era atrasada. Devido a este atraso a estrutura vorticosa inferior se tornava maior, causando uma deformação na estrutura superior. Como esta nova estrutura estava crescendo deformada ela não tinha energia suficiente para atrair a camada cisalhante inferior sendo, na verdade, alimentada pela estrutura inferior que é confinada pelo solo e pela estrutura superior. Quando esta estrutura crescia suficientemente ela provocava o desprendimento da estrutura inferior e sua incorporação na esteira de vórtices.

Quanto ao coeficiente de sustentação, verificou-se que este não era mais zero, como no caso do cilindro isolado; isso aconteceu porque a distribuição de pressão não era mais simétrica em relação ao plano horizontal passando pelo centro do cilindro. Destacou-se também que além dos efeitos viscosos que causam uma circulação adicional ao redor do corpo formando uma zona de sucção na região do cilindro oposta ao solo, a razão do aumento do coeficiente de sustentação com a aproximação do cilindro circular ao solo se deu devido ao fato de que o ponto de estagnação moveu-se, no sentido anti-horário, a uma posição angular maior. A amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação também diminuiu (Bimbato et al., 2012b).

2.2 EVOLUÇÃO DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

De maneira geral, o objetivo da dinâmica dos fluidos computacional é aproximar numericamente o escoamento descrito pelas equações de Navier-Stokes. Neste sentido, existem três maneiras de descrever o comportamento de um fluido em determinado problema: através da abordagem Euleriana, da Lagrangeana e da híbrida (Euleriana-Lagrangeana).

Na primeira abordagem as variáveis de campo (velocidade, pressão, vorticidade etc) são funções da posição e do tempo. Como exemplo de métodos que utilizam esta abordagem destacam-se o método de elemento finitos e o método de volumes finitos. Estes métodos, geralmente, requerem a construção de malha e se a geometria do domínio é complicada, a construção desta pode enfrentar diversos problemas. Além disso, para a análise de escoamentos externos, estes métodos podem exigir a construção de condições de contorno artificiais (Kirchhart, 2013).

Como alternativa a estes métodos tem-se o método de vórtices discretos (M.V.D.), que faz parte de uma classe de métodos chamado métodos de partículas. Nesta abordagem é utilizada a descrição Lagrangeana, em que uma determinada propriedade do escoamento é discretizada em forma de um conjunto de partículas e acompanhada com a mesma velocidade do escoamento. Assim, não há a necessidade de construção de malhas, o que significa que somente o contorno das fronteiras do corpo imerso no escoamento necessita ser discretizado geometricamente (Kirchhart, 2013).

No caso do M.V.D. a grandeza discretizada é o campo de vorticidade; assim, as equações de Navier-Stokes são escritas em termos deste campo em uma descrição Lagrangeana que, ao serem resolvidas, determinam a evolução de elementos computacionais chamados de vórtices discretos.

É possível listar diferentes vantagens deste método em relação aos métodos de malha, como por exemplo: 1) O M.V.D pode ser uma ordem de magnitude mais rápido que o método da diferença finita, pois, devido ao fato de que a convecção é calculada de uma forma Lagrangeana, o método se torna livre de instabilidades advindas deste termo (Yokota et al., 2011); 2) A discretização em elementos computacionais, vórtices discretos, somente se faz necessária em regiões onde a vorticidade é importante; 3) A automática adaptabilidade destes elementos a diferentes problemas; 4) O rigoroso tratamento da condição de contorno no infinito (Cottet et al., 2000).

Historicamente, simulações com o M.V.D. datam da década de 1930 com os estudos de Rosenhead. Neste trabalho o autor utilizou vórtices discretos potenciais para o cálculo de folhas de vorticidade com o objetivo de simular o efeito das instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz. Porém, a introdução do método de vórtices moderno como um técnica prática começou somente com os trabalhos de Chorin (1973) para a análise de escoamentos ao redor de cilindros (caso bidimensional) e nos cálculos tridimensionais de Leonard (nos Estados Unidos) e Rehbach (na

França). No trabalho de Chorin (1973), a difusão da vorticidade foi simulada através do método de avanço randômico e a condição de não escorregamento sobre o corpo foi imposta a partir da criação de novos vórtices, diferentemente de trabalhos anteriores em que somente um elemento de vórtice era criado (Karl & Sethian, 1991).

No início dos anos de 1980, o M.V.D. foi voltado para aspectos matemáticos como, por exemplo, as propriedades de convergência. A primeira análise completa da convergência foi feita nos Estados Unidos por Hald, seguida por Beale and Majda (Cottet et al. , 2000).

Nas últimas décadas o M.V.D. tem se desenvolvido rapidamente, principalmente no sentido de tornar o método computacionalmente menos caro, o que é também o principal objetivo deste trabalho.

O custo computacional é a principal desvantagem do método, principalmente para computar a Lei de Biot-Savart. A Lei de Biot-Savart é necessária para calcular o campo de velocidades a partir do campo de vorticidades e isso é feito considerando as interações mútuas entre vórtices discretos que estão no domínio. O número de operações realizadas por um processador neste cálculo é proporcional ao quadrado do número de vórtices discretos presentes na nuvem, o que torna o método caro. Como destaca Hu et al. (2013), embora o uso de partículas evite a alta discretização, como ocorre em métodos de malha, a interação entre as partículas tem um alto custo e, assim, simulações em problemas de grande escala podem não ser concluídas dentro do tempo prático. Desta forma, diversos trabalhos com o intuito de acelerar o M.V.D podem ser encontrados na literatura; alguns deles são:

- *Rossinelli et al. (2010)*: Apresentaram o emprego de programação paralela com o uso de GPU para a simulação bidimensional de um escoamento em torno de um corpo rombudo, utilizando o método de vórtices híbrido. Os autores destacaram que, além da mecânica de fluidos, vários pesquisadores demonstraram que as simulações aceleradas por GPU oferecem uma aceleração de uma à duas ordens de magnitude em relação as mesmas implementações utilizando um CPU e podem auxiliar em simulações de prototipagem rápida a serem lançadas em sistemas de Computação de alto desempenho (HPC);
- *Hu et al. (2013)*: Utilizam o M.V.D com o uso do método de expansão em multipolos (FMM) e programação paralela empregando também GPU para simular a dinâmica de anéis de vórtices. De maneira geral o método de multipolos pode ser utilizado para acelerar a simulação de sistemas dinâmicos de partículas (N-body simulation) e produtos vetoriais que surgem em várias aplicações. Este método calcula as exatas interações entre os vórtices discretos, para campos próximos, através da Lei de Biot-Savart, e aproxima as interações do campo distante com uma tolerância especificada com o objetivo de reduzir o custo computacional. Os autores destacam que este é o primeiro trabalho em que o M.V.D foi simulado utilizando o FMM, com visualizações de resultados de tempo de processamento e com programação paralela sendo executada por uma única GPU.
- *Kosior et al. (2014)*: Empregam o M.V.D tridimensional para simular os fenômenos

de interação e colisão frontal de anéis de vorticidade. Para acelerar os cálculos foi utilizada programação paralela empregando o uso de múltiplos GPUs no padrão híbrido MPI-OpenMP. Neste trabalho a versão do M.V.D utilizada pelos autores foi o método de vórtices em célula híbrido (Vortex-in-Cell); desta forma a intensidade das partículas de vórtice são interpoladas em uma malha para calcular o campo de velocidades e, também, para simular a difusão de vorticidade. Posteriormente, a velocidade nos nós da malha é interpolada para as posições das partículas, ou seja, uma malha é usada para o cálculo da velocidade, mas as partículas são usadas para rastrear a vorticidade. Estes cálculos são menos críticos computacionalmente do que a Lei de Biot-Savart. Como destaca os autores, este método é muito adequado para computação paralela, pois os processos de deslocamento e redistribuição da intensidade dos vórtices, que devem ser feitos em cada incremento de tempo, têm um carácter local e os cálculos para cada partícula podem ser feitos de forma independente. Portanto, todo o conjunto de partículas pode ser dividido em grupos independentes e as operações sobre esses grupos podem ser feitas ao mesmo tempo paralelamente.

Outros processos na versão do M.V.D utilizado nesta dissertação, como o cálculo da turbulência e do efeito da rugosidade, também levam em conta as interações mútuas entre conjuntos de partículas de vórtices que estão no domínio, o que torna o método ainda mais caro, realçando a importância do presente trabalho.

Além de trabalhos que pretendem acelerar o M.V.D, também é possível encontrar na literatura trabalhos recentes que visam ao desenvolvimento do método e a sua aplicação em problemas práticos, como:

- *Pang et al. (2016a,b)*: Empregaram o M.V.D baseado em linha de corrente (stream function) que é uma versão do M.V.D. Os autores desenvolveram um novo esquema para tratar a condição de contorno utilizando o método das imagens sobre um cilindro circular em um escoamento bidimensional incompressível. Como destacam os autores, nos modelos existentes deste método, a solução para lidar com os vórtice discretos que migram para dentro do cilindro é, principalmente, eliminando-os e compensando a vorticidade perdida no próximo passo de tempo. Com isso, a vorticidade instantânea não pode ser garantida como zero, o que leva a uma perda de precisão no cálculo das forças fluidodinâmicas. Os autores propuseram um método que substitui a eliminação de vórtice discretos introduzindo um número idêntico de novos vórtice fora do cilindro para neutralizar a intensidade dos vórtice dentro do cilindro e garantir vorticidade instantânea zero. As simulações realizadas revelaram que o método proposto é convergente e melhora significativamente a precisão de prever as forças fluidodinâmicas, sendo possível estendê-lo a modelos de cilindros circulares múltiplos e a corpos de forma arbitrária.
- *Tolba et al. (2017)*: Aplicaram o M.V.D em uma simulação pseudo-tridimensional para analisar a resposta aeroelástica de estruturas rombudas como pontes e torres sujeitas ao

vento turbulento. No trabalho, a interação entre fluido e estrutura é resolvida considerando um modelo estrutural tridimensional acoplado a uma série de simulações fluido dinâmica em fatias bidimensionais do domínio utilizando o M.V.D. Esta abordagem pseudo-tridimensional é apresentada como uma alternativa computacionalmente mais barata às simulações totalmente tridimensionais do problema de interação fluido-estrutura. O campo de vento é modelado através de vorticidade injetada a montante do domínio. O método é aplicado ao estudo de uma ponte estaiada, e os resultados são validados através de medições de túnel de vento.

- *Wang et al. (2017)*: Empregaram o M.V.D acoplado com transferência de massa e calor para simular refrigeração por pulverização por criogênio R134a. Nesta simulação os efeitos da compressibilidade são implementados introduzindo um termo de fonte de vorticidade. O estudo fornece sugestões para o resfriamento por pulverização em aplicações clínicas dermatológicas.

Na UNIFEI, o M.V.D começou a ser utilizado no departamento de Engenharia Mecânica por volta de 1998, com o objetivo de simular o escoamento no interior de turbomáquinas. Atualmente, além de vórtices pontuais, são também utilizadas partículas Lagrangeanas e partículas de temperatura (Método de Partículas de Calor, (Alcântara Pereira et al. (2003) e Kamemoto et al. (1999)). Os problemas que vêm sendo estudados envolvem interferência entre corpos com e sem movimento relativo entre eles, efeitos de oscilação de corpos, fenômenos de transferência de calor e aspectos de turbulência. Entre os trabalhos importantes deste grupo, pode-se citar os seguintes estudos que serviram como base para o desenvolvimento do presente trabalho:

- *Alcântara Pereira et al. (2002)*: Desenvolveram um trabalho em que as grandes escalas são calculadas com o M.V.D e as pequenas escalas são levadas em conta pelo cálculo da viscosidade turbulenta. Os efeitos da turbulência são considerados no processo de difusão e a ligação entre as pequenas e grandes escalas foi feita com o uso da viscosidade turbulenta. Neste método, Lesieur e Métais (1996) consideraram que as pequenas escalas são homogêneas e isotrópicas e propuseram o uso do espectro de energia cinética local para calcular a viscosidade turbulenta. Usando a relação proposta por Batchelor (1953) o espectro local de energia cinética é calculada pela função estrutura de velocidade de segunda ordem. Fisicamente, esta função representa a flutuação do escoamento (atividade turbulenta) nas vizinhanças do ponto calculado.
- *Bimbato et al. (2009a)*: Utilizaram o M.V.D para simular o escoamento ao redor de um cilindro circular colocado próximo a uma superfície plana a alto número de Reynolds ($Re = 1,0 \cdot 10^5$). Embora o alto número de Reynolds, nenhum modelo de turbulência foi utilizado. Duas configurações foram analisadas: superfície plana fixa, com a imposição de escorregamento nulo no cilindro e no solo e superfície plana móvel, sem a imposição de escorregamento nulo no solo. A ideia de não impor escorregamento nulo no solo foi a

de reproduzir numericamente os experimentos feitos por Nishino (2007) para o cilindro circular sob o efeito do solo que se movimentava à mesma velocidade do escoamento incidente, fazendo com que o efeito da interferência de esteira não fosse levando em conta. Como resposta, os autores obtiveram a evolução temporal dos coeficientes de arrasto e de sustentação, bem como a distribuição instantânea da pressão no corpo.

- *Bimbato et al. (2010b)*: Usando uma abordagem semelhante à anterior com o modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem (Alcântara Pereira et al., 2002) para levar em conta os efeitos da turbulência, os autores apresentaram um novo modelo para simular o movimento do solo. No primeiro modelo, Bimbato et al. (2009a) utilizaram a estratégia numérica de não gerar vórtices discretos no solo para simular o seu movimento, mantendo-o fisicamente parado. Esta abordagem foi feita com base nas análises de Nishino (2007), na qual não há formação de camada limite sobre o solo. No novo modelo desenvolvido, cada painel que discretizava a superfície do solo foi deslocado à uma mesma velocidade do escoamento livre, tendo sua posição recalculada a cada incremento de tempo, e vórtices discretos sendo gerados nesta superfície com o intuito de satisfazer a condição de escorregamento nulo. Os resultados dos coeficientes de arrasto e de sustentação para os dois modelos foram comparados com os obtidos por Nishino (2007) e, como conclusão, os autores verificaram que o primeiro modelo mostra-se capaz de reproduzir a física do problema com um custo computacional bastante inferior quando comparado com o segundo modelo. Como destacam os autores, esta simplificação foi possível, pois a camada limite desenvolvida no solo é muito fina, podendo realmente ser negligenciada;
- *Bimbato et al. (2012a)*: Apresentaram algumas correções ao modelo de turbulência desenvolvido por Alcântara Pereira et al. (2002). Neste novo modelo o raio do núcleo do vórtice discreto não é alterado a cada incremento de tempo devido à modificação do número de Reynolds local, que se altera devido à viscosidade turbulenta. Os autores mostraram que o aumento do raio do núcleo gera um aumento do coeficiente de arrasto e o senso físico indica que a energia transferida entre as grandes e pequenas escalas deve ser considerado apenas no processo de difusão.
- *Bimbato (2012)*: O autor, em sua tese de doutorado, realizou um estudo detalhado da dinâmica de escoamentos ao redor de cilindros circulares hidraulicamente lisos e rugosos através de simulações numéricas bidimensionais com o uso do método de vórtices discretos. Também foi analisado os casos em que o cilindro circular estava nas imediações de uma superfície plana, lisa e móvel. O autor propôs um modelo de rugosidade associado ao modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem para levar em conta os efeitos da rugosidade no escoamento com base no conceito físico de que superfícies rugosas podem estimular o desenvolvimento da turbulência nos escoamentos. Esta tese de doutorado contribui mostrando que modelos bidimensionais de superfícies hidrauli-

camente rugosas reproduzem bem as características de escoamentos a altos valores do número de Reynolds.

- *Bimbato et al. (2014)*: Investigaram o efeito da rugosidade superficial em um cilindro circular posicionado próximo à superfície do solo que tem a mesma velocidade do escoamento incidente. Este modelo de rugosidade é associado ao modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem do campo filtrado (Alcântara Pereira et al., 2002; Bimbato, et al., 2012a), baseado no fato de que a rugosidade pode estimular o desenvolvimento da turbulência no escoamento.

Capítulo 3

FORMULAÇÃO GERAL DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

Este capítulo apresenta a formulação geral para o emprego do método de vórtices discretos Lagrangeano para simular escoamentos bidimensionais, turbulentos e isotérmicos. Parte-se da análise das equações de Navier-Stokes em um contexto geral, descrevendo-a na forma da equação do transporte da vorticidade e, em seguida, algumas discussões são feitas sobre a inclusão dos efeitos da turbulência e da rugosidade.

3.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Um dos objetivos da dinâmica dos fluidos computacional é simular numericamente as equações de Navier-Stokes. Estas equações representam o princípio da conservação da massa (equação 3.1) e o princípio da conservação da quantidade de movimento linear (equação 3.2). Para um escoamento incompressível estas equações podem ser escritas, respectivamente como:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (3.2)$$

onde \vec{F} é o conjunto de forças conservativas como a força da gravidade, p é o campo de pressões, ρ é a massa específica, ν é o coeficiente de viscosidade cinemática e \vec{u} é o campo de velocidades. O princípio de conservação da energia não foi considerado aqui pois o escoamento analisado é isotérmico. Assim, simular as equações anteriores significa encontrar os três componentes de velocidade e o escalar da pressão; reescrevendo estas equações em notação indicial tem-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.4)$$

Neste conjunto de 4 equações, a pressão deve ser resolvida separadamente e o termo de convecção frequentemente impõe severos limites ao incremento de tempo para manter a estabilidade. Uma alternativa é considerar o problema a partir da vorticidade (Stock, 2007). Sabe-se que a vorticidade é dada por:

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \quad (3.5)$$

Para obter a equação que governa a taxa de mudança da vorticidade no elemento fluido, toma-se a equação de Navier-Stokes em coordenadas cartesianas (equação (3.2)) e aplica-se o rotacional. A aceleração convectiva, pela identidade vetorial, pode ser reescrita como:

$$\left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} (\vec{u} \cdot \vec{u}) - \vec{u} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{u} \right) \quad (3.6)$$

substituindo a identidade anterior na equação (3.2) após aplicado o rotacional, obtém-se a equação do transporte da vorticidade.

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{2} \vec{\nabla} (\vec{u} \cdot \vec{u}) - \vec{u} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{u} \right) \right) = \nabla \times \vec{F} - \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (3.7)$$

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, pois \vec{F} é o conjunto de forças conservativas. Tem-se também que $\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{2} \vec{\nabla} (\vec{u} \cdot \vec{u}) \right) = 0$ pois o rotacional do gradiente de um campo escalar é igual a zero. Considera-se, ainda, a identidade vetorial $\vec{\nabla} \times \left(\vec{u} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{u} \right) \right) = \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{\omega})$ como:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{\omega}) = \vec{u} \nabla \cdot \vec{\omega} - \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega} + \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} - \vec{\omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad (3.8)$$

Como o campo de velocidades é considerado incompressível tem-se que $\vec{\omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ e $\vec{u} \nabla \cdot \vec{\omega} = 0$, pois o divergente do rotacional é igual a zero, reduzindo a identidade anterior à $-\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega} + \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}$. Levando em consideração estas análises pode-se reescrever a equação (3.7) na forma:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega} = \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} + \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (3.9)$$

A equação (3.9) governa a evolução da vorticidade em escoamentos incompressíveis e é a base do método de vórtices discretos Lagrangeano (Stock, 2007). Devido ao fato de que o escoamento analisado é isotérmico ($\nabla \rho \times \nabla p = 0$ - fluido barométrico), esta equação pode ser simplificada, sendo reescrita como:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega} = \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (3.10)$$

A interpretação para cada termo desta equação pode ser descrita como (Batchelor, 1967):

- $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}$ é a taxa de variação local da vorticidade;
- $\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega}$ é a taxa de variação de vorticidade devido a convecção;
- $\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}$ é a mudança de vorticidade devido ao alongamento de tubos de vorticidade. Em um estudo bidimensional este termo é igual a zero devido ao fato de o vetor velocidade ser ortogonal ao vetor vorticidade;
- $\nu \nabla^2 \vec{\omega}$ é a taxa de transporte difusivo de vorticidade devido à ação da viscosidade molecular.

No caso bidimensional, o vetor vorticidade torna-se um escalar, possuindo apenas a componente normal ao plano do escoamento e, desta forma, a equação 3.10 toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \omega = \nu \nabla^2 \omega \quad (3.11)$$

Esta equação depende agora dos campos de velocidades e vorticidades. O benefício desta formulação é a ausência do termo de pressão e a equação da continuidade ser automaticamente satisfeita. Além disso, a região fluida contendo vorticidade é tipicamente uma pequena porção do domínio fluido, o que significa que o escoamento pode ser representado em uma forma mais compacta pelo campo de vorticidade do que pelo campo de velocidades (Stock, 2007).

3.2 SIMULAÇÃO DA TURBULÊNCIA (LES)

Considerando o escoamento incompressível de um fluido Newtoniano descrito a partir das equações 3.3 e 3.4, tem-se um sistema de 4 equações e 4 incógnitas constituindo, assim, um sistema fechado. Porém, por questões de capacidade computacional, a simulação direta (DNS) deste sistema só é possível para baixos números de Reynolds, devido ao alto grau de liberdade do problema que é diretamente proporcional ao número de Reynolds; cada grau de liberdade corresponde a uma equação linear discretizada. Assim, como alternativa, surge a necessidade do desenvolvimento de técnicas numéricas, modelos matemáticos e de métodos de solução de equações que possam ser empregadas no sentido de simular e assim compreender e controlar escoamentos turbulentos.

Neste sentido, a Simulação de Grandes Escalas (LES) é uma metodologia bastante utilizada; ela é intermediária à simulação direta e à simulação via equações médias de Reynolds (RANS). A LES utiliza a mesma ideia da decomposição das escalas de Reynolds (1894) utilizada na RANS, porém, a decomposição nesta metodologia separa o campo não em um campo médio e nas respectivas flutuações, mas sim, em altas e baixas frequências, utilizando-se de um processo de filtragem, onde a frequência de corte é baseada no tamanho da malha de discretização

(Smagorinsky, 1963). A vantagem desta metodologia em relação à RANS é que, assim como a DNS, a LES permite a obtenção de transientes das equações de Navier-Stokes.

Assim sendo, as estruturas turbulentas transportadoras de energia e de quantidade de movimento são resolvidas diretamente da solução das equações filtradas, enquanto que as menores estruturas, que tendem a ser mais homogêneas e isotrópicas e menos afetadas pelas condições de contorno, são modeladas. Por esta razão espera-se que os modelos oriundos desta metodologia sejam mais universais e independentes dos diferentes tipos de escoamentos, quando comparados com as metodologias clássicas, nas quais o conceito de média é utilizado.

Desta forma, as variáveis presentes nas equações 3.3 e 3.4 são separadas em uma parte dita de grandes escalas $\bar{f}(\vec{x}, t)$ e em outra correspondente às pequenas escalas $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t) \quad (3.12)$$

A parte filtrada é dada por:

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_D f(\vec{x}', t) \bar{G}(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}' \quad (3.13)$$

onde a função \bar{G} caracteriza um filtro passa-baixa, tal que as menores frequências do escoamento (ou as maiores estruturas turbilhonares) são resolvidas e as maiores frequências do escoamento (ou as menores estruturas turbilhonares) são modeladas (Bimbato, 2012).

Assim aplicando o processo de filtragem às equações governantes 3.3 e 3.4 obtém-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.15)$$

onde \bar{u}_i e \bar{p} são respectivamente os campos de velocidade e pressão filtrados. Observa-se que os termos não lineares se apresentam na forma de dois produtos filtrados $(\bar{u}_i \bar{u}_j)$, sendo necessário assim decompor as escalas. Utilizando a equação 3.12, o termo não linear ou de transporte convectivo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} = \overline{(\bar{u}_i + u'_i) (\bar{u}_j + u'_j)} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (3.16)$$

Verifica-se que o processo de decomposição ainda não resolve o problema, já que a equação 3.16 continua dependendo de dois produtos filtrados. Deste modo, para expressar estes termos em função do produto das variáveis filtradas, utiliza-se um tensor adicional chamado de tensor de Leonard, definido da seguinte forma:

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3.17)$$

Portanto, a equação 3.16, escrita em função do produto das variáveis filtradas, toma a seguinte forma:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + L_{ij} + \overline{u_i' u_j'} + \overline{u_i' u_j'} + \overline{u_i' u_j'} \quad (3.18)$$

Define-se ainda outros dois tensores, o tensor de Reynolds sub-malha (τ_{ij}) e o tensor cruzado (C_{ij}) das seguintes formas:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \quad (3.19)$$

$$C_{ij} = \overline{u_i' \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u_j'} \quad (3.20)$$

Deste modo a equação 3.18 torna-se:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.21)$$

Shaanan et al. (1975) estimaram que, quando um esquema de transporte convectivo de até segunda ordem é utilizado, os tensores de Leonard e cruzado podem ser desprezados. Em outro trabalho, Silveira-Neto et al. (1993), verificaram através da simulação do escoamento sobre um degrau, que estes tensores são desprezíveis em comparação com o tensor de Reynolds submalha para esquemas de transporte convectivo de até terceira ordem de precisão. Como as simulações numéricas conduzidas neste trabalho utilizaram transporte convectivo de primeira ordem (esquema de avanço de Euler) desprezou-se a influência dos tensores de Leonard e cruzado e, desta forma, as equações 3.3 e 3.4 tomam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right] \quad (3.23)$$

Observa-se agora que tem-se um sistema de quatro equações e quatro variáveis de transportadas (\bar{u}_i e \bar{p}) acrescidas do tensor de Reynolds submalha (τ_{ij}), tratando-se então de um sistema de equações aberto com mais incógnitas que equações. Assim, resta modelar o tensor de Reynolds submalha. Como destaca Bimbató (2012), o tensor de Reynolds submalha representa o transporte turbulento de quantidade de movimento entre as escalas resolvidas (grandes escalas) e as escalas não resolvidas (pequenas escalas), sendo obtido como resultado do movimento do fluido encontrado em escalas inferiores (não resolvidas). Assim, este tensor deve ser modelado com a finalidade de recuperar as frequências mais altas do escoamento perdidas no processo de filtragem das equações; este tensor é modelado a partir da viscosidade turbulenta (hipótese de Boussinesq). Desta forma, o tensor de Reynolds submalha pode ser escrito da seguinte forma:

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.24)$$

sendo ν_t a viscosidade turbulenta, uma propriedade do escoamento e não do fluido; a viscosidade turbulenta é a responsável por fazer a transferência de energia entre as grandes escalas e as microescalas do escoamento, até que essa energia seja dissipada através do coeficiente de viscosidade molecular (ν), sob a forma de calor.

Observe que a equação 3.23 toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.25)$$

e, com isso, a equação do transporte da vorticidade na forma bidimensional pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\omega}_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\omega}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.26)$$

Por comodidade, a partir daqui a barra sobre as variáveis médias é omitida.

Chollet & Lesieur (1981) utilizaram o espectro de energia cinética local, $E(k_c, t)$, para definir o coeficiente de viscosidade turbulenta:

$$\nu_t(k_c, t) = \frac{2}{3} C_k^{-3/2} \sqrt{\frac{E(k_c, t)}{k_c}} \quad (3.27)$$

onde $C_k = 1,4$ é a constante de Kolmogorov e k_c é o número de onda de corte. Para modelar o espectro de energia cinética local, $E(k_c, t)$, Métails & Lesieur (1992) propuseram o modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem ($\bar{F}_2(x, r, t)$):

$$\bar{F}_2(x, r, t) = \overline{\|\vec{u}(\vec{x} + \vec{r}, t) - \vec{u}(\vec{x}, t)\|^2} \quad (3.28)$$

onde o operador $\overline{\quad}$ é o processo de média espacial em torno do ponto \vec{x} , ou seja, aplicado entre as velocidades $\vec{u}(\vec{x} + \vec{r}, t)$ calculadas sobre pontos da superfície de uma esfera com o centro em \vec{x} e raio \vec{r} , e a velocidade $\vec{u}(\vec{x}, t)$, calculada sobre o ponto do escoamento definido por \vec{x} . Isto posto, o coeficiente de viscosidade turbulenta é calculado da seguinte forma:

$$\nu_t(x, \vec{r}, t) = 0,105 C_k^{-3/2} \Delta \sqrt{\bar{F}_2(x, \vec{r}, t)} \quad (3.29)$$

O valor de \vec{r} deve ser igual ao tamanho característico da malha utilizado (Δ), porém, o método empregado neste trabalho não utiliza malha; sendo assim torna-se necessário adaptar esta metodologia a ele. Bimbato (2012) destaca que a grande vantagem desta formulação é que a função estrutura de velocidade de segunda ordem utiliza flutuações de velocidade (diferenças de velocidade) que são facilmente calculadas no método de vórtices discretos tornando sua implementação mais fácil.

Vale a pena recordar aqui que a versão bidimensional do método de vórtices discretos simula o escoamento a partir da discretização da vorticidade em vórtices discretos de Lamb¹ e o acompanhamento destes elementos computacionais em uma perspectiva Lagrangeana. Portanto, os pontos em que o campo de velocidades é calculado não correspondem a pontos de uma malha fixa, mas sim aos pontos onde se fazem presentes os vórtices discretos e, assim, são nestes pontos em que o cálculo da viscosidade turbulenta se faz necessário.

Para implementar esta metodologia ao método de vórtices discretos bidimensional, Alcântara Pereira et al. (2002), considerando o problema adimensionalizado, fizeram duas adaptações; são elas:

1. Os pontos sobre os quais as velocidades são calculadas devem situar-se sobre uma coroa circular definida por $r_{int} = 0,1\sigma_j$ e $r_{ext} = (sm + 1)\sigma_j$, onde r_{int} e r_{ext} são os raios interno e externo, respectivamente, da coroa circular e σ_j é o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb em análise (Figura 3.1); o valor de sm é igual à 3, de acordo com as aferições feitas por Bimbato (2012);
2. No cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem, os pontos onde as velocidades devem ser calculadas devem coincidir com a posição do vórtice discreto em análise e do conjunto de vórtices discretos que se encontra na coroa circular definida ao redor deste; os raios desta coroa são função do raio do núcleo do vórtice discreto localizado no ponto de cálculo da viscosidade turbulenta, como mostrado anteriormente.

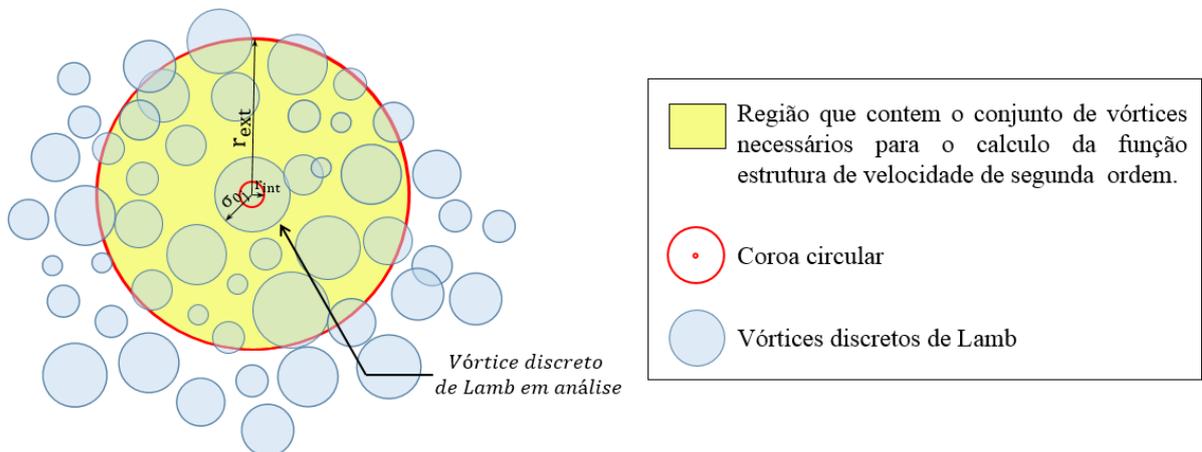


Figura 3.1: Esquema do cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem adaptada ao método de vórtices discretos bidimensional.

Assim, calcula-se a função estrutura de velocidade de segunda ordem associada a este vórtice discreto j da seguinte maneira:

¹Apêndice 1

$$\bar{F}_{2j}(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\| \vec{u}_j(\vec{x}_j, t) - \vec{u}_k(\vec{x}_j + \vec{r}_k, t) \right\|^2 \left(\frac{\sigma_{0j}}{|\vec{r}_k(t)|} \right)^{2/3} \quad (3.30)$$

sendo que j corresponde ao vórtice discreto em análise, de posição \vec{x}_j e velocidade total de $\vec{u}_j(\vec{x}_j, t)$ no instante t ; k corresponde a um vórtice discreto qualquer localizado dentro da coroa circular, de posição $\vec{x}_k = \vec{x}_j + \vec{r}_k$ e velocidade total $\vec{u}_k(x_j + r_k, t)$ no instante t , ou seja \vec{r}_k representa a distância entre o vórtice discreto em análise (vórtice discreto j) e os N vórtices discretos (pontos) da coroa circular (vórtices discretos k). O fator $\left(\frac{\sigma_{0j}}{|\vec{r}_k(t)|} \right)^{2/3}$ é uma correção à expressão da função estrutura de velocidade de segunda ordem, em razão do fato de que os vórtices discretos k não estão equidistantes do vórtice discreto j (Alcântara Pereira et. al., 2002).

De posse dos resultados do cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem para cada vórtice discreto da nuvem, determina-se o coeficiente de viscosidade turbulenta associado a estes. Pode-se reescrever a equação do coeficiente de viscosidade turbulenta (equação 3.29) da forma a seguir, em que o tamanho característico da malha (Δ) é substituído pelo valor do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb em análise (σ_{0j}).

$$v_{tj}(t) = 0,105 C_k^{-3/2} \sigma_{0j} \sqrt{\bar{F}_{2j}(t)} \quad (3.31)$$

Observa-se que muitos fenômenos de interesse prático são essencialmente incompressíveis, isotérmicos, de turbulência homogênea, permitindo que as simplificações anteriores sejam feitas.

3.3 MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

As equações 3.22, 3.25 e 3.26, desenvolvidas anteriormente, podem ser usadas para simular numericamente o escoamento de um fluido ao redor de superfícies sólidas a partir de dois enfoques diferentes: métodos que utilizam uma descrição euleriana, métodos que utilizam uma descrição Lagrangeana e até mesmo métodos híbridos. Cada um destes tem pontos positivos e negativos em sua abordagem.

Neste trabalho é empregado o método de vórtices discretos que utiliza uma descrição Lagrangeana para simular o escoamento. Como técnica Lagrangeana este possui a característica de acompanhar cada vórtice discreto gerado durante todo o tempo de simulação. Os pontos positivos desta descrição em detrimento a outras são:

1. Por serem livres de malhas, os resultados não são dependentes da boa qualidade desta;
2. Devido à forma como a convecção é calculada este método é livre de difusão e dispersão permitindo, assim, o uso de maiores incrementos de tempo, pois não está sujeito a instabilidades numéricas decorrentes da convecção. Este recurso permite que o método

de vórtices discretos se torne uma ordem de magnitude mais rápida do que métodos de diferenças finitas (Ould-Salihi et al., 2000);

3. As condições de contorno a grandes distâncias do corpo são automaticamente satisfeitas; como é mostrado ao longo deste capítulo, as equações que regem este método tendem à zero a indução de velocidade no infinito;
4. No método de vórtices discretos as equações de Navier-Stokes são simuladas a partir da equação de transporte da vorticidade (3.26) e, desta forma, o termo de pressão é desacoplado da equação. Com isso a dificuldade associada ao acoplamento pressão-velocidade é removida. A pressão não faz parte do algoritmo de solução e pode ser obtida em uma etapa de pós-processamento por meio da solução de uma equação de Poisson de pressão adicional;
5. A formulação a partir da vorticidade permite colocar os pontos de cálculos somente em regiões onde a vorticidade é diferente de zero e, em escoamentos externos, isto resulta em uma grande redução do número de pontos de cálculo, já que a vorticidade é confinada a uma pequena região próxima à parede e na esteira.

Assim, os métodos de partículas lagrangeanos são especialmente úteis para resolver escoamentos que são dominados por distribuições de vorticidade localizadas (Kamemoto, 2004). No entanto, este método ainda apresenta diversos desafios, sendo o maior deles o alto custo computacional.

A ideia básica por trás deste método é a de aproximar o campo de vorticidades contínuo por um conjunto de partículas discretas, elementos Lagrangeanos, que são deslocados ao longo do tempo (Kostecki, 2008). Desta forma, a evolução do campo de vorticidades é obtida traçando as trajetórias dos vórtices discretos (portadores de vorticidade); tendo o campo de vorticidades em um instante qualquer, o campo de velocidades pode ser recuperado a partir da integração sobre vorticidade mais um vetor irrotacional. A seguir é dado o campo de velocidades na forma tridimensional e bidimensional, respectivamente, onde a velocidade é avaliada no ponto \vec{x}_0 , a partir da distribuição de vorticidade em \vec{x}_1 :

$$\vec{u}(\vec{x}_1, t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega}(\vec{x}_0, t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x}_1) dV}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_1|^3} + \nabla \Phi$$

$$\vec{u}(\vec{x}_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\vec{\omega}(\vec{x}_0, t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x}_1) dS}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_1|^2} + \nabla \phi$$
(3.32)

O primeiro termo nas equações acima é a Lei de Biot-Savart que descreve o campo de velocidades induzidas a partir da vorticidade; o segundo termo é a correção da velocidade devido à superfície do corpo no escoamento (Stock, 2007).

Assim, a obtenção do campo de velocidades segue as seguintes etapas: na primeira fase, determina-se o campo de velocidades devido ao campo de vorticidades (vórtices discretos no

domínio fluido). Na segunda etapa, o campo é modificado adicionando-lhe uma parte potencial para adicionar a contribuição do corpo. Na próxima secção, maiores detalhes são dados a estas etapas, justificando a construção do campo de velocidades (equação 3.32) a partir da decomposição de Helmholtz.

3.4 DECOMPOSIÇÃO DE HELMHOLTZ

A decomposição de Helmholtz, que pode ser aplicada a qualquer campo vetorial desde que este tenda a zero no infinito, separa o campo de velocidades em duas partes: uma potencial, portanto irrotacional ($\nabla \times \vec{u}_p = 0$) e outra solenoidal (e rotacional) ($\nabla \cdot \vec{u}_s = 0$). Assim, o campo de velocidades pode ser decomposto da seguinte forma:

$$\vec{u} = \vec{u}_s + \vec{u}_p \quad (3.33)$$

É fácil provar a equação (3.33): sabendo que $\nabla \cdot \vec{u}_s = 0$, então \vec{u}_s admite a existência de um vetor potencial \vec{A} , tal que $(\nabla \times \vec{A}) = \vec{u}_s$. Portanto:

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} = \vec{\nabla} \times \vec{u}_s$$

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

tem-se

$$\vec{\nabla} \times \vec{u} - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{u} - (\vec{\nabla} \times \vec{A})) = 0$$

Isto significa que o vetor $\vec{u} - (\vec{\nabla} \times \vec{A})$ é irrotacional e, portanto, existe uma função escalar Φ tal que $\vec{u} - \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} \Phi$. Desta forma, tem-se que $\vec{u}_p = \nabla \Phi$ e, como já mostrado, $\vec{u}_s = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, podendo, assim, escrever o campo de velocidades como:

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \Phi + \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (3.34)$$

e as seguintes relações são válidas:

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \Phi) = 0 \text{ (identidade vetorial)}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0 \text{ (identidade vetorial)} \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A} = \nabla \times \vec{u} = \vec{\omega}$$

onde Φ é chamado de função escalar potencial pois $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \Phi) = 0$ e \vec{A} , como mencionado

anteriormente, é o vetor potencial pois $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$. Esta decomposição será única com adição das condições de contorno.

A parte solenoidal pode ser resolvida com o método de vórtices discretos ignorando a presença de fronteiras sólidas e a parte potencial é introduzida para corrigir o campo solenoidal e levar em conta as fronteiras sólidas presentes no escoamento. O escoamento potencial é governado pela equação de Laplace e pode ser eficientemente resolvido pelo método dos painéis (Katz & Plotkin, 1991).

3.4.1 Lei de Biot-Savart

O objetivo aqui é determinar o campo de velocidades \vec{u}_s , a partir de uma distribuição de vorticidade conhecida. Sendo, como discutido anteriormente, a relação entre o campo de vorticidades e o campo de velocidades dada por $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}_s$, o vetor \vec{A} pode ser selecionado de tal forma que (Katz & Plotkin, 2001):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad (3.35)$$

Assim, o campo de vorticidades pode ser descrito a partir do vetor \vec{A} da seguinte maneira:

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}_s = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.36)$$

Substituindo a equação 3.35 na equação 3.36, a equação que descreve o campo de vorticidade se reduz à equação de Poisson para o vetor potencial \vec{A} :

$$\vec{\omega} = -\nabla^2 \vec{A} \quad (3.37)$$

A solução desta equação pode ser obtida utilizando o teorema de Green, conforme apresentado por Karamcheti (1980), e é dada por:

$$\vec{A}(\vec{r}_1) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega}(\vec{r}_0)}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|} dV \quad (3.38)$$

Na equação 3.38, \vec{A} é avaliado no ponto P, que está a uma distância r_1 da origem e é o resultado da integração da vorticidade no ponto \vec{r}_0 , dentro do volume (Katz & Plotkin, 1991). O campo de velocidades é, então, dado por:

$$\vec{u}_s = \frac{1}{4\pi} \int_V \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{\omega}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|} \right) dV \quad (3.39)$$

Resolvendo a equação acima obtém-se a expressão, denominada Lei de Biot-Savart, para o campo de velocidades incompressível, induzido pela vorticidade concentrada em uma região finita, onde V representa o volume onde a vorticidade está distribuída.

$$\vec{u}_s = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega} \times (\vec{r}_0 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^3} dV \quad (3.40)$$

Para o escoamento bidimensional tem-se:

$$\vec{u}_s = \frac{1}{2\pi} \int_V \frac{\vec{\omega} \times (\vec{r}_0 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^2} dV \quad (3.41)$$

sendo $|\vec{r}_0 - \vec{r}_1| = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$, em que o índice 1 denota o ponto onde se deseja determinar a velocidade induzida pelo campo de vorticidades localizado em \vec{r}_0 e $|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|$ é a distância entre os pontos.

3.4.2 Método dos Painéis

Nesta subsecção se determina o procedimento para obter a parcela \vec{u}_p do componente de velocidade. Para determinar esta parcela do campo de velocidades, o qual é potencial e incompressível (não divergente), sabe-se que $\nabla \times \vec{u}_p = 0$. Portanto, existe uma equação escalar tal que $\vec{u}_p = \vec{\nabla} \Phi$, onde Φ é o potencial de velocidade. Desta forma, $\nabla^2 \Phi = 0$, pois o escoamento é incompressível e o problema se reduz a procurar uma solução para a equação de Laplace, que é única, com uma conveniente condição de contorno na fronteira do corpo e no infinito. Assim pode-se escrever:

$$\begin{cases} \nabla^2 \Phi = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 & \text{fronteira sólida} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} |\nabla \Phi(\vec{r}, t)| = U & \text{no infinito} \end{cases} \quad (3.42)$$

onde $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ representa a condição de impenetrabilidade na fronteira sólida; como a condição de contorno sobre o corpo é na derivada normal do potencial, este problema é chamado de problema de Neumann. A segunda condição de contorno determina que a perturbação criada pelo corpo no escoamento decaia com o distanciamento deste, ou seja, para $r \rightarrow \infty$, e desta forma, a velocidade tenderá à velocidade do escoamento incidente (U).

A solução da equação de Laplace pode ser obtida a partir de Métodos de Elementos de Contorno e depende somente das condições de contorno à qual o corpo está submetido. Como exemplo destes métodos, pode-se citar o método dos painéis e o método das imagens, sendo este último o primeiro método de elementos de contorno utilizado no método de vórtices discretos para simular o efeito de uma superfície plana ou esférica no escoamento bidimensional. Neste método, cada vórtice discreto tem uma imagem colocada no outro plano ou no interior do círculo, que participam na integração de velocidade. O efeito dessa imagem é tal aquele de um campo de escoamento não viscoso sobre a superfície (Summers et al., 1996). O problema deste método é o maior tempo de simulação, já que os vórtices discretos imagens também devem ser

considerados no cálculo da velocidade total induzida nos vórtices discretos do domínio fluido. Assim optou-se por utilizar o Método dos Painéis.

O método dos painéis é uma ferramenta poderosa uma vez que reduz as equações diferenciais a uma forma integral ao longo da superfície do corpo. Assim, o corpo é representado diretamente por uma distribuição de singularidades em sua superfície (Ramachandran et al., 2000). Este método pode ser usado para prever o escoamento em torno de corpos arbitrários em duas ou três dimensões.

As etapas para simular o escoamento ao redor de um corpo arbitrário com o Método dos Painéis são:

1. Discretizar geometricamente as fronteiras sólidas em segmentos planos (painéis planos) ou curvos (painéis curvos);
2. Na superfície de cada um destes painéis distribui-se um tipo de singularidade. Este tipo de singularidade pode ser uma distribuição constante, linear ou de ordem superior de fontes, vórtices ou dipolos.
3. O próximo passo é aplicar as condições de contorno sobre o corpo. Estas condições são aplicadas em certos pontos da superfície, chamados pontos de controle, e podem ser especificadas de duas maneiras: a condição de Neumann e a condição de Dirichlet. Na condição de Neumann é especificada a velocidade normal nula na superfície do corpo e, na condição de Dirichlet, é especificado o potencial dentro do corpo;
4. O último passo é resolver um sistema linear onde a distribuição da singularidade é desconhecida e as condições em cada ponto de controle tornam o problema determinável.

Como destacado anteriormente, no presente trabalho é utilizada a condição de Neumann, portanto, a condição de impenetrabilidade é satisfeita em cada ponto de controle localizado no centro de cada painel. Também se discretizou as fronteiras sólidas em painéis planos. Quanto às singularidades, distribui-se um conjunto de fontes sobre a fronteira do corpo com o objetivo de determinar a porção irrotacional do campo de velocidades na decomposição de Helmholtz.

Devido à linearidade da equação de Laplace, a equação diferencial não precisa ser resolvida simultaneamente para todo o campo de escoamento tendo diferentes corpos com diferentes geometrias. Na verdade, a solução é distribuída de uma maneira a satisfazer cada conjunto individual de fronteiras (n), ou seja, o princípio da superposição pode ser empregado (Katz & Plotkin, 2001). Desta forma, se $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ são soluções da equação de Laplace, então:

$$\Phi = \sum_{k=1}^n C_k \Phi_k \quad (3.43)$$

também será solução, onde C_k são constantes e portanto:

$$\nabla^2 \Phi = \sum_{k=1}^n C_k \nabla^2 \Phi_k = 0 \quad (3.44)$$

Esta propriedade é muito importante pois, após obter algumas soluções elementares satisfazendo um conjunto de condições de contorno, basta somar algebricamente a apropriada combinação linear destas soluções (ou seja, encontrar os melhores valores de C_k).

Assim, a solução para a equação 3.42 pode ser obtida da distribuição de soluções elementares na fronteira do corpo. Estas soluções automaticamente satisfazem as condições de contorno no infinito, pois o campo de velocidades decai com $r \rightarrow \infty$ e, no ponto $r = 0$, a velocidade se torna singular e, portanto, os elementos são chamados de soluções singulares.

Uma solução básica para este problema é a fonte ou sumidouro; assim, considere uma distribuição de fontes de intensidade $\sigma(x)$ por unidade de comprimento, ao longo do eixo x na região entre x_1 e x_2 , de comprimento $(x_2 - x_1)$, como mostrado na figura 3.2. A influência desta distribuição no ponto $P(x, y)$ é a integral das influências de todos os elementos pontuais (Katz & Plotkin, 1991):

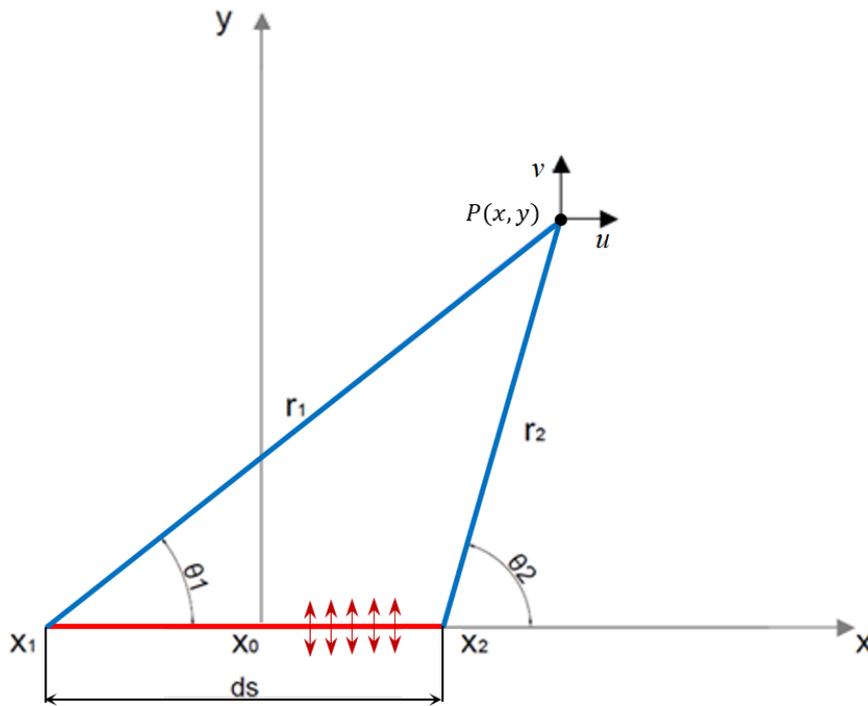


Figura 3.2: Velocidade induzida no ponto $P(x, y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, distribuída ao longo de um painel de comprimento ds .

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \sigma(x_0) \ln \sqrt{(x - x_0)^2 + y^2} dx_0 \quad (3.45)$$

sendo $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + y^2}$. Os componentes nas direções de x e de y da velocidade induzida no ponto $P(x, y)$, por esta distribuição de fontes valem, respectivamente (note que o campo de velocidades decai na direção radial à taxa de $1/r^2$ e é singular em $r = 0$):

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \sigma(x_0) \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + y^2} dx_0 \quad (3.46)$$

$$v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \sigma(x_0) \frac{y}{(x-x_0)^2 + y^2} dx_0 \quad (3.47)$$

Observa-se que a distribuição de fontes é constante ao longo do painel e, desta forma, pode ser retirada da integral sendo substituída por $\sigma(x)$. Assim resolvendo-se as integrais apresentadas nas equações 3.46 e 3.47, obtém-se, respectivamente (Katz & Plotkin, 1991):

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (3.48)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (3.49)$$

onde

$$\theta_i = \operatorname{tg}^{-1} \frac{y}{x-x_i} \quad i = 1, 2 \quad (3.50)$$

$$r_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + y^2} \quad i = 1, 2 \quad (3.51)$$

A auto indução de velocidades, ou seja, a indução de velocidades de um painel sobre ele mesmo é dada pelas equações 3.52 e 3.53 (Katz & Plotkin, 2001). Para avaliar esta integral, é conveniente introduzir uma nova variável de integração λ ,

$$\lambda = \frac{x-x_0}{y}; \quad d\lambda = -\frac{dx_0}{y}$$

Observe que, como $y \rightarrow 0$ o integrando na equação 3.47 é zero em todos os pontos exceto quando $x_0 = x$. Portanto, o valor da integral depende apenas da contribuição desse ponto. Como destaca Katz & Plotkin (2001), isso sugere que os limites de integração não afetam o valor da integral e por conveniência podem ser substituídos por $\pm\infty$. Assim, a integral transformada se torna:

$$v \left(\frac{x_2-x_1}{2}, 0^+ \right) = \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y}{(x-x_0)^2 + y^2} dx_0 = \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\lambda}{1+\lambda^2}$$

$$v \left(\frac{x_2-x_1}{2}, 0^+ \right) = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \tan^{-1} \lambda \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$v \left(\frac{x_2-x_1}{2}, 0^+ \right) = \frac{\sigma(x)}{2}$$

Assim, para $v \left(\frac{x_2-x_1}{2}, 0^\pm \right)$ tem-se:

$$v \left(\frac{x_2-x_1}{2}, 0^\pm \right) = \pm \frac{\sigma(x)}{2} \quad (3.52)$$

e para $u \left(\frac{x_2-x_1}{2}, 0^\pm \right)$ tem-se:

$$u\left(\frac{x_2 - x_1}{2}, 0^\pm\right) = 0 \quad (3.53)$$

Assim, como mencionado, discretiza-se a superfície do corpo em painéis planos e distribui-se ao longo destes, fontes com densidade constante. O problema se torna agora, devido ao princípio da superposição, encontrar a intensidade da distribuição de fontes que permite satisfazer a condição de impenetrabilidade em cada ponto de controle (ponto central do painel), obtendo, assim, o escoamento potencial em torno do corpo discretizado.

Para isso, leva-se em conta a velocidade normal induzida, em cada painel, por cada distribuição de fontes, por cada vórtice discreto no domínio e pelo escoamento incidente. O somatório destas velocidades, em cada painel, deve ser igual a zero afim de que a condição de impenetrabilidade (condição de contorno de Neumann) seja satisfeita, resultando em um sistema linear onde a distribuição de fontes ao longo de cada painel é o conjunto de incógnitas. Considerando que o corpo é discretizado em um conjunto de n painéis, este sistema linear pode ser expresso na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 0,5 & K_{1,2}^f & K_{1,3}^f & \cdots & K_{1,n-1}^f & K_{1,n}^f \\ K_{2,1}^f & 0,5 & K_{2,3}^f & \cdots & K_{2,n-1}^f & K_{2,n}^f \\ K_{3,1}^f & K_{3,2}^f & 0,5 & \cdots & K_{3,n-1}^f & K_{3,n}^f \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ K_{n-1,1}^f & K_{n-1,2}^f & K_{n-1,3}^f & \cdots & 0,5 & K_{n-1,n}^f \\ K_{n,1}^f & K_{n,2}^f & K_{n,3}^f & \cdots & K_{n,n-1}^f & 0,5 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \vdots \\ \sigma_{n-1} \\ \sigma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LDF_1 \\ LDF_2 \\ LDF_3 \\ \vdots \\ LDF_{n-1} \\ LDF_n \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

onde:

$K_{i,j}^f$ é um elemento da matriz de influência de fontes que representa a velocidade normal induzida pelo painel j no ponto de controle do painel i , quando se tem uma distribuição de fontes com densidade uniforme e unitária sobre o painel j ;

σ_j é a incógnita do problema e representa a distribuição uniforme de fontes/sumidouros sobre o painel j ;

LDF_i representa a velocidade normal total induzida no ponto de controle do painel i , devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb. O valor de LDF_i no início da simulação, em que não há vórtices discretos no domínio fluido, depende apenas do escoamento incidente (u_∞, v_∞) e do ângulo de orientação do painel i (β_i) e é dado por:

$$LDF_i = u_\infty \sin \beta_i - v_\infty \cos \beta_i \quad (3.55)$$

0,5 representa a autoindução, ou seja $K_{i,i}^f$ (veja equação 3.52).

Como principal desvantagem deste método destaca-se o fato de que as condições de con-

torno são satisfeitas apenas sobre os pontos de controle dos painéis, o que inviabiliza o levantamento do perfil de velocidades do escoamento nas imediações da superfície real do corpo.

3.5 DISCRETIZAÇÃO DO CAMPO DE VORTICIDADES

O M.V.D. discretiza a vorticidade presente no escoamento representando-a a partir de elementos chamados vórtices discretos (caso bidimensional). Desta forma um vórtice discreto pode ser definido como uma região finita no plano, que possui vorticidade não-nula e que é circundada por um escoamento irrotacional (Saffman, 1992).

Existem diversos modelos bidimensionais disponíveis para discretização da vorticidade, como exemplo: vórtice potencial, vórtice de Chorin, vórtice de Rankine e vórtice de Lamb.

Para evitar singularidades na equação da velocidade, e com isso instabilidades numéricas, os dois modelos mais utilizados para a representação da vorticidade são os modelos de Rankine e de Lamb (Sarpkaya, 1994).

O modelo do vórtice de Rankine apresenta um salto na distribuição da vorticidade e um ponto de inflexão na distribuição de velocidades, pois, neste modelo, a vorticidade é constante na região circunvizinha ao núcleo e nula fora dele; desta forma, o vórtice se comporta como um corpo rígido no interior de seu núcleo e como um vórtice potencial quando a distância é maior que o raio (Batchelor, 1967).

Em alternativa, o vórtice de Lamb possui uma distribuição Gaussiana de vorticidade e representa a solução exata da equação da difusão para escoamentos bidimensionais¹, contornando as singularidades dos modelos anteriores. A velocidade tangencial induzida pelo vórtice de Lamb é finita para qualquer distância radial (r) entre o centro do vórtice e o ponto do escoamento onde a velocidade induzida é calculada, e é dada por (Lei de Biot-Savart):

$$u_{\theta}(r,t) = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (3.56)$$

sendo $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ ((x,y) denota o ponto onde se deseja determinar a velocidade induzida pelo campo de vorticidades centrado em (x_0,y_0)), σ o raio do núcleo do vórtice discreto expresso por $\sigma = \sqrt{4\nu t}$, e Γ é a intensidade do vórtice discreto de Lamb. A intensidade do vórtice discreto é determinada através da solução do problema de valor de contorno (seção 3.6).

O campo de velocidades pode ainda ser escrito em coordenadas cartesianas da seguinte forma:

$$u = u_{\theta} \sin\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{y-y_0}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (3.57)$$

¹Apêndice A

$$v = u_{\theta} \cos\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{x - x_0}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (3.58)$$

O cálculo da interação vórtice-vórtice que determina a velocidade induzida em cada um dos vórtices discretos pela nuvem de vórtices é uma das etapas que mais consome tempo de processamento. Uma maneira de diminuir este tempo de processamento é utilizar o modelo de vórtice potencial para distâncias maiores que o raio do núcleo do vórtice indutor, pois, embora este não possua núcleo viscoso, para distâncias maiores que σ , a velocidade tangencial que este modelo induz é praticamente igual ao modelo de Lamb (Figura 3.3). Este procedimento diminui o tempo de processamento das simulações numéricas pois evita-se o cálculo do exponencial.

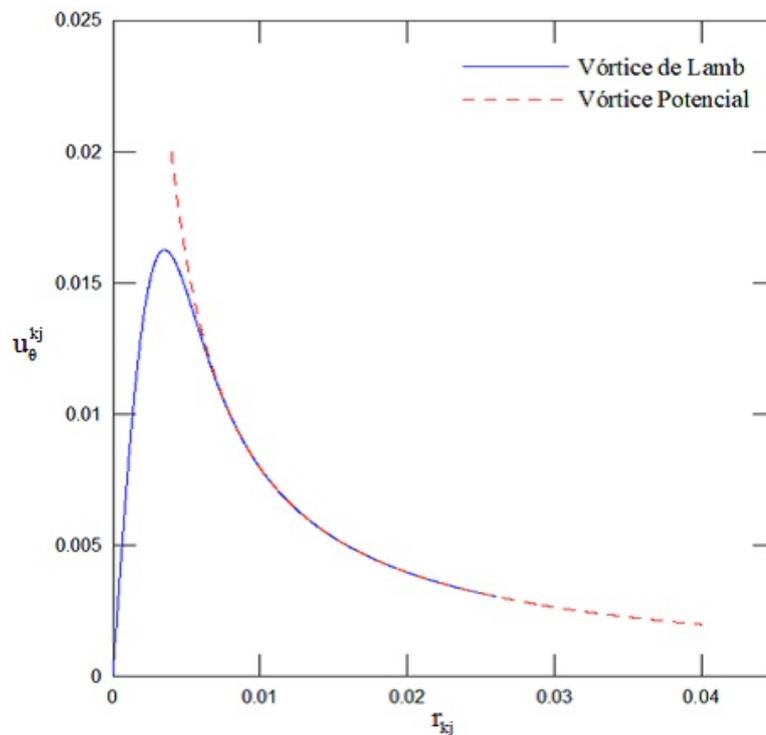


Figura 3.3: Comportamento da velocidade tangencial induzida (retirada de Bimbato, 2012).

Ressalta-se que, embora seja adotada esta simplificação, fisicamente todos os vórtices discretos da nuvem são considerados vórtices discretos de Lamb.

A velocidade induzida em um ponto (x, y) por um vórtice potencial de intensidade Γ localizado em (x_0, y_0) é dada por:

$$u = u_{\theta} \sin\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{y - y_0}{r^2} \quad (3.59)$$

$$v = u_{\theta} \cos\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{x - x_0}{r^2} \quad (3.60)$$

3.6 GERAÇÃO DE VORTICIDADE A PARTIR DE UMA FRONTEIRA SÓLIDA

Se o escoamento é viscoso, há a criação de vorticidade em toda a fronteira sólida. O tratamento da viscosidade na superfície do corpo no método de vórtices discretos é feito através do desprendimento de vórtices livres em torno do corpo que, posteriormente, são convectados e difundidos na nuvem.

O componente tangencial da velocidade na fronteira sólida desaparece e, assim, ocorre a formação de vorticidade ao longo da fronteira. Para mostrar esta dinâmica, considera-se o rotacional da vorticidade, que é dado por:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\omega} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla}^2 \vec{u} \quad (3.61)$$

De acordo com a equação da continuidade (3.1), a equação anterior toma a seguinte forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\omega} = -\vec{\nabla}^2 \vec{u} \quad (3.62)$$

Assim, as equações de Navier-Stokes (3.2) podem ser rescritas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \nu \vec{\nabla} \times \vec{\omega} \quad (3.63)$$

Considerando o escoamento bidimensional com incidência nula e o eixo das abcissas $(x, 0)$ como fronteira sólida, onde verifica-se a condição de aderência ($u = 0$ e $v = 0$), é possível reescrever a equação 3.63 em $(x, 0)$ da seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\nu \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (3.64)$$

onde $\frac{\partial p}{\partial x}$ é o gradiente de pressão na direção x e $\frac{\partial \omega}{\partial y}$ é o fluxo de vorticidade através da superfície x . A equação anterior pode ser analisada a partir dos possíveis valores do gradiente de pressão:

- $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ (gradiente de pressão desfavorável): Desta forma $\frac{\partial \omega}{\partial y} < 0$ e portanto haverá destruição de vorticidade;
- $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ (gradiente de pressão favorável): Desta forma $\frac{\partial \omega}{\partial y} > 0$ e portanto haverá geração de vorticidade;

Como destaca Bimbato (2012), este fluxo de vorticidade representa a quantidade de vorticidade que está sendo gerada na superfície; como conclusão, a vorticidade deve ser gerada na quantidade certa para anular o componente tangencial da velocidade junto à superfície.

Fisicamente, a vorticidade é o resultado do torque implementado nas partículas devido à força de adesão, originária da fronteira sólida, e à força de atrito, originária da camada de partícula imediatamente em contato com estas. Este mecanismo é responsável pela formação

de vórtices, que com o tempo transportam vorticidade para outras regiões de acordo com os fenômenos de convecção e difusão (Kostecki, 2008).

A geração dos vórtices nascentes mais a geração das fontes garante a condição de aderência sobre o ponto de controle de cada painel plano.

3.7 MODELO DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL (Bimbato, 2012)

Em um escoamento sobre uma superfície sólida esta pode ser considerada como hidraulicamente lisa ou rugosa. A definição para o tipo de fronteira sólida está ligada ao fato de as reentrâncias e saliências da superfície estarem ou não completamente submersas na subcamada viscosa; caso estejam, é considerada hidraulicamente lisa. Observa-se que, de maneira geral, a espessura da camada limite depende do número de Reynolds. Desta forma, a espessura da subcamada viscosa e, portanto, a classificação entre superfície hidraulicamente lisa ou rugosa também depende do número de Reynolds.

Como destaca Bimbato (2012), para superfícies rugosas, pequenos vórtices tendem a se formar entre as asperezas da superfície, causando instabilidade local no escoamento e estimulando o desenvolvimento da turbulência. Desta forma, a ideia do modelo de rugosidade criado por Bimbato (2012) é que este torne o escoamento mais turbulento, ampliando assim as flutuações de velocidade em torno de um dado ponto localizado nas vizinhanças do contorno sólido. Desta forma, o modelo de rugosidade está intimamente ligado ao modelo de turbulência apresentado anteriormente.

Por conseguinte, para determinar a influência da rugosidade no escoamento, calcula-se a viscosidade turbulenta em torno da superfície rugosa, ou seja, sobre o ponto de desprendimento situado nas vizinhanças de cada um dos painéis que discretiza a superfície. Esta viscosidade turbulenta é calculada como no modelo de turbulência discutido anteriormente. Para o painel i , ela pode ser escrita como:

$$v_{t_i}(t) = 0,105C_k^{-3/2}\sigma_{0_i}\sqrt{\bar{F}_{2_i}(t)} \quad (3.65)$$

sendo σ_{0_i} o raio do núcleo do vórtice discreto i (que seria desprendido neste painel se a superfície fosse considerada hidraulicamente lisa) posicionado no ponto de desprendimento do painel i , de maneira a tangenciar o ponto de controle deste painel; C_k é a constante de Kolmogorov e $\bar{F}_{2_i}(t)$ é a função estrutura de velocidade de segunda ordem adaptada para determinar a atividade turbulenta devido à rugosidade (equação 3.66).

Assim, calcula-se a função estrutura de velocidade de segunda ordem associada ao ponto de desprendimento em relação a um conjunto de pontos (chamados pontos rugosos) situados sobre uma semicircunferência de centro no ponto de desprendimento do painel em questão e raio definido por $b = 2\varepsilon - \sigma_{0_i}$, onde ε é a rugosidade relativa (figura 3.4). A velocidade total

(\vec{u}_t) sobre os pontos de desprendimento e os pontos rugosos é determinada em virtude das velocidades induzidas pelo escoamento incidente, por toda a nuvem de vórtices discretos e pelas fontes/sumidouros distribuídos nos painéis; desta forma, a equação da função estrutura de velocidade de segunda ordem adaptada toma a seguinte forma:

$$\bar{F}_{2_i}(t) = \frac{1}{NR} \sum_{w=1}^{NR} \|\vec{u}_{t_i}(\vec{X}_i, t) - \vec{u}_{t_w}(\vec{X}_i + b, t)\|_w^2 (1 + \varepsilon) \quad (3.66)$$

sendo NR o número de pontos rugosos situados sobre a semicircunferência, b a distancia entre o ponto de desprendimento referente ao painel i , supondo que o contorno é hidraulicamente liso, e os pontos rugosos w , e o termo $1 + \varepsilon$ é um fator de amplificação da energia cinética devido aos efeitos da rugosidade da superfície sólida.

Obtendo esta viscosidade turbulenta, o número de Reynolds local associado ao ponto de desprendimento (i) é modificado, tomando a seguinte forma¹:

$$Re_{m_i} = \frac{Ud}{\nu + \nu_{t_i}(t)} \quad (3.67)$$

Como o raio do núcleo do vórtice discreto (adimensionalizado) depende do número de Reynolds, este é então modificado, de maneira a considerar os efeitos da rugosidade no processo de geração de vórtices discretos. Esta modificação é regida pela seguinte equação:

$$\sigma_{0_{m_i}}(t) = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re_{m_i}}} \chi \quad (3.68)$$

ou ainda:

$$\sigma_{0_{m_i}}(t) = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re} \left(1 + \frac{\nu_{t_i}(t)}{\nu}\right)} \chi \quad (3.69)$$

sendo $\sigma_{0_{m_i}}(t)$ o raio do núcleo do vórtice discreto i posicionado sobre o painel i levando em conta os efeitos da rugosidade, e χ um fator de controle para que o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb não seja gerado com um valor excessivamente grande; este fator é dado pela seguinte equação (Bimbato, 2012):

$$\chi = \frac{\sigma_{0_i}}{\sigma_{0_N}} \quad (3.70)$$

sendo σ_{0_i} , como já mencionado, o raio do núcleo do vórtice discreto i que seria desprendido neste painel se a superfície fosse considerada hidraulicamente lisa; este valor foi obtido após aferições. σ_{0_N} é o valor nominal do raio do núcleo do vórtice discreto, dado por $\sigma_{0_N} = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}}$ (Mustto, 1998).

¹As equações 3.67 e 3.68 são obtidas após a adimensionalização do problema (mais detalhes na seção 4.4).

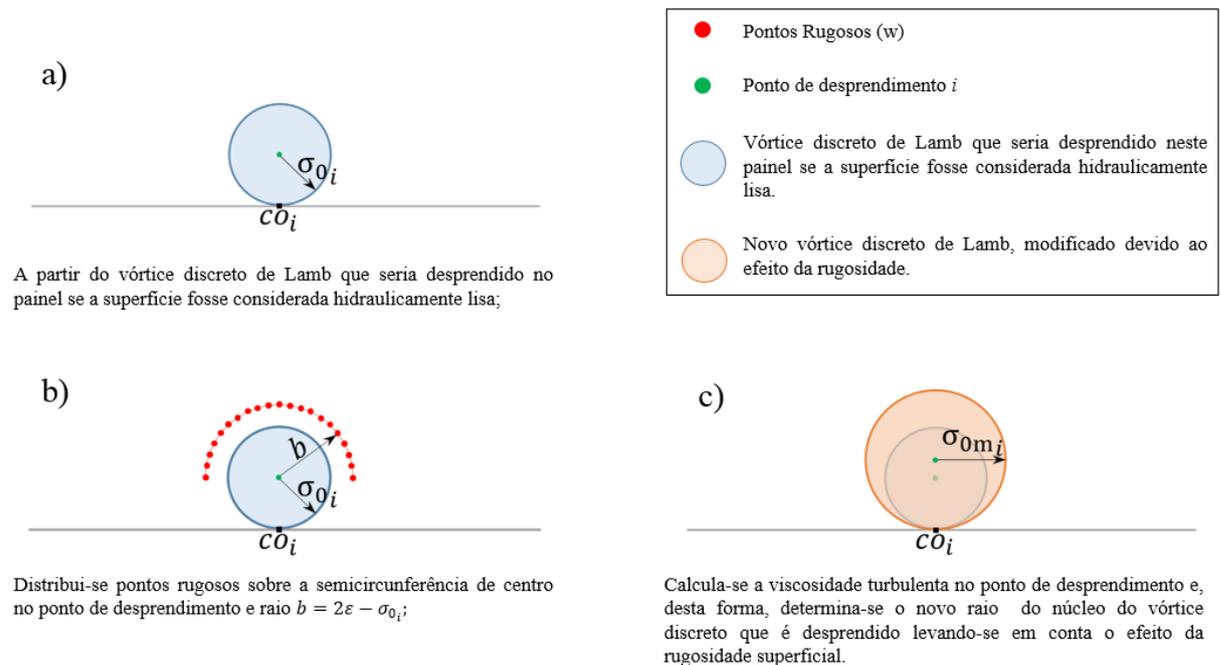


Figura 3.4: Procedimento para levar em conta o efeito da rugosidade de superfícies sólidas na determinação da atividade turbulenta em torno do ponto de desprendimento de vórtices discretos.

Observa-se que cada vórtice discreto desprendido tangencia o ponto de controle do painel que lhe dá origem; desta forma, a posição de desprendimento é determinada em cada instante de tempo da simulação numérica para cada painel, como resposta ao efeito da turbulência devido à rugosidade da superfície.

3.8 CONDIÇÃO DE ADERÊNCIA

A imposição da condição de contorno na superfície sólida permite determinar a intensidade das singularidades distribuídas (Método dos Painéis) e dos vórtices desprendidos no contorno. Desta forma, satisfazendo a condição de aderência, o campo de velocidades é unicamente determinado.

Para isso, o primeiro passo consiste em discretizar a superfície do corpo em um conjunto de painéis planos; desta forma, considere a circunferência discretizada em quatro painéis (figura 3.5) na qual se identifica os seguintes elementos:

co_1 , co_2 , co_3 e co_4 são os pontos de controle dos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Estes são constantes ao longo da simulação;

$eps_1(t)$, $eps_2(t)$, $eps_3(t)$ e $eps_4(t)$ são as distâncias de geração dos vórtices discretos, no instante t , de modo que os vórtices discretos nascentes tangenciem o ponto de controle de cada painel;

$pshed_1(t)$, $pshed_2(t)$, $pshed_3(t)$ e $pshed_4(t)$ são os pontos de desprendimento de vórtices discretos no instante t , ligados aos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente;

$\sigma_{0_1}(t)$, $\sigma_{0_2}(t)$, $\sigma_{0_3}(t)$ e $\sigma_{0_4}(t)$ são os valores dos raios dos núcleos dos vórtices discretos gerados, no instante t nas vizinhanças dos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

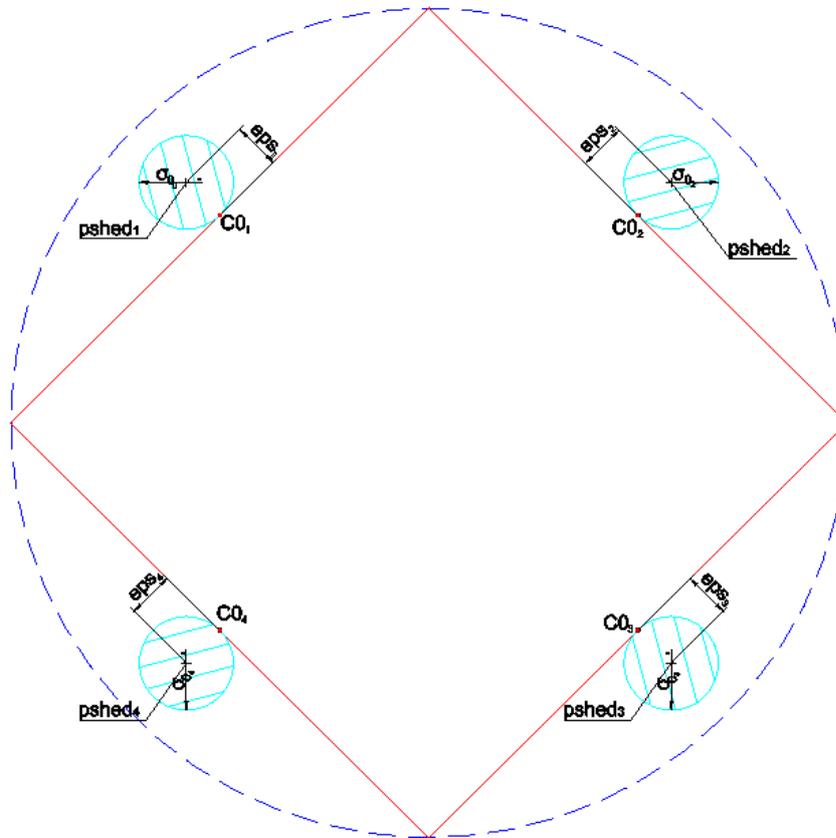


Figura 3.5: Discretização da fronteira sólida e ponto de geração de vórtices discretos de Lamb.

Para determinar a intensidade dos vórtice discretos desprendidos e das singularidades distribuídas ao longo da fronteira discretizada deve-se, inicialmente, considerar a velocidade total induzida em cada ponto de controle pelo escoamento incidente e pela nuvem de vórtices discretos.

Para o cálculo da velocidade induzida por cada vórtice discreto da nuvem no ponto de controle, como a distância entre eles é sempre maior que o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb em questão, utiliza-se como alternativa a este modelo o modelo do vórtice potencial para o cálculo desta velocidade. Considere, assim, um painel genérico i , onde o seu ponto de controle está localizado em (x_i, y_i) , e um vórtice discreto arbitrário, de intensidade Γ_j , com raio do núcleo σ_{0_j} , localizado na posição (x_j, y_j) ; os componentes em x e em y da velocidade induzida neste painel devido à presença do vórtice discreto j são dados, respectivamente, por:

$$u_{ij} = \frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.71)$$

$$v_{ij} = \frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{(x_i - x_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.72)$$

Considera-se, em seguida, a velocidade induzida por todos os vórtices discretos da nuvem e pelo escoamento incidente em cada ponto de controle de cada painel nas direções normal e tangencial. Considerando (u_∞, v_∞) a velocidade do escoamento incidente e β_i o ângulo de orientação do painel i , tem-se que velocidade induzida na direção normal e tangencial, respectivamente, no painel i , pelo escoamento incidente e pela nuvem de vórtices discretos, é igual à:

$$u_{N_i} = u_\infty \sin \beta_i - v_\infty \cos \beta_i + \sum_{j=1}^{NV} (u_{ij} \sin \beta_i - v_{ij} \cos \beta_i) \quad (3.73)$$

$$u_{T_i} = -u_\infty \cos \beta_i - v_\infty \sin \beta_i + \sum_{j=1}^{NV} (-u_{ij} \cos \beta_i - v_{ij} \sin \beta_i) \quad (3.74)$$

sendo NV o número total de vórtices discretos na nuvem. Com isso, é necessário distribuir fontes/sumidouros sobre cada painel tal que sua intensidade anule a velocidade normal (u_N) no ponto de controle de cada painel satisfazendo, assim, a condição de impenetrabilidade. Da mesma forma, é necessário desprender vórtices discretos nos pontos de desprendimento de tal maneira que sua intensidade anule a velocidade tangencial (u_T) no ponto de controle de cada painel satisfazendo, assim, a condição de não-escorregamento. As duas condições devem ser satisfeitas simultaneamente para atender à condição de aderência.

A velocidade induzida pela distribuição de fontes/sumidouros em cada ponto de controle foi discutida na secção 3.4.2 e é dada pelas equações 3.48 e 3.49 e a auto indução é dada pelas equações 3.52 e 3.53. Para a velocidade induzida no ponto de controle i , por um vórtice discreto desprendido em um ponto de desprendimento $psched_k$ qualquer, tem-se, respectivamente, os componentes em x e em y :

$$u_{ik} = \frac{\Gamma_k}{2\pi} \frac{(y_i - y_k)}{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2} \left[1 - \exp \left(-5,02572 \frac{r_{ik}^2}{\sigma_{0k}^2} \right) \right] \quad (3.75)$$

$$v_{ik} = \frac{\Gamma_k}{2\pi} \frac{(x_i - x_k)}{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2} \left[1 - \exp \left(-5,02572 \frac{r_{ik}^2}{\sigma_{0k}^2} \right) \right] \quad (3.76)$$

sendo (x_k, y_k) a coordenada do ponto $psched_k$ e Γ_k intensidade do vórtice discreto desprendido (incógnita do problema). Os vórtices discretos são gerados a uma pequena distância, eps , do corpo, onde eps é igual ao raio do núcleo do vórtice discreto de forma a tangenciar o ponto de controle; desta forma, o número de vórtices discretos gerados a cada instante de tempo é igual ao número de painéis.

Os componentes da velocidade induzidas pelos vórtices desprendidos e pelas fontes/sumidouros distribuídos sobre cada painel são calculados e, em seguida, são projetados na direção normal e tangencial ao ponto de controle do painel para a imposição da condição de impenetrabilidade e escorregamento nulo, respectivamente.

Bimbato (2012) considerou dois sistemas lineares, um para a distribuição de fontes e ou-

tra para a geração de vórtices. O primeiro, unicamente com as velocidades normais induzidas nos pontos de controle e, como resolução deste sistema, obtinha-se a distribuição de fontes/sumidouros ao longo do painel. O segundo sistema levava em conta a velocidade tangencial induzida no ponto de controle e, como resultado obtinha-se a intensidade dos vórtices discretos desprendidos ao longo da camada limite. A partir da solução do segundo sistema, em que vórtices discretos eram gerados, a condição de impenetrabilidade era desfeita pois estes vórtices discretos gerados induziam velocidade nos pontos de controle; assim, a determinação da intensidade do conjunto de fontes e vórtices, respectivamente, distribuídos e desprendidos, era obtida após um processo iterativo de modo que, ao final deste processo, garantia-se a condição de aderência sobre todos os pontos de controle dos painéis que discretizam a superfície do corpo (mais detalhes são dados no apêndice C).

Com o intuito de acelerar este processo, optou-se aqui por levar em conta simultaneamente os dois processos. Assim, ao projetar os componentes das velocidades induzida nos pontos de controle nas direções normal e tangencial, o seguinte sistema linear deve ser resolvido:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{mb} \sigma_k \left(u_{ik}^f \text{sen} \beta_i - v_{ik}^f \text{cos} \beta_i \right) + \sum_{k=1}^{mb} \Gamma_k \left(u_{ik}^v \text{sen} \beta_i - v_{ik}^v \text{cos} \beta_i \right) = -u_{N_i} \\ \sum_{k=1}^{mb} \sigma_k \left(-u_{ik}^f \text{sen} \beta_i - v_{ik}^f \text{cos} \beta_i \right) + \sum_{k=1}^{mb} \Gamma_k \left(-u_{ik}^v \text{sen} \beta_i - v_{ik}^v \text{cos} \beta_i \right) = -u_{T_i} \end{cases} \quad (3.77)$$

onde:

mb é o número de painéis totais em que as fronteiras sólidas no domínio são discretizadas ($1 \leq i \leq mb$);

β_i é o ângulo de orientação do painel i ;

(u_{ik}^v, v_{ik}^v) representam, respectivamente, os componentes de velocidade induzida em x e y , pelo vórtice discreto de Lamb (raio do núcleo σ_{0_k}) posicionado no ponto de desprendimento k (x_k, y_k), sobre o ponto de controle do painel i (x_i, y_i), considerando que a intensidade do vórtice discreto localizado em k seja unitária e a distância entre estes pontos é r_{ik} (equações 3.75 e 3.76 considerando $\Gamma_k = 1$).

(u_{ik}^f, v_{ik}^f) representam, respectivamente, os componentes de velocidade induzida em x e y , pelo painel k sobre o ponto de controle do painel i , quando se tem uma distribuição de fontes com densidade constante (ou uniforme) e unitária sobre o painel k (equações 3.49, 3.48 e a auto indução dada pelas equações 3.52 e 3.53 considerando $\sigma(x) = 1$);

(σ_k, Γ_k) são as incógnitas do problema e representam, respectivamente, a distribuição uniforme de fontes sobre o painel k e a intensidade do vórtice discreto posicionado no ponto de desprendimento do painel k ;

(u_{N_i}, u_{T_i}) representam, respectivamente, as velocidades normal e tangencial total induzidas no ponto de controle do painel i , devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb (equações 3.73 e 3.74).

Desta forma, obtém-se um conjunto de equações variando i de 1 à mb (número total de

painéis). Esta equação matricial constitui um sistema linear de $2mb$ equações algébricas, na qual as mb primeiras incógnitas representam as fontes de densidade uniforme e as outras mb , a intensidade dos vórtices discretos gerados.

A este sistema é necessário acrescentar mais duas equações para impor a conservação da massa e da circulação.

A imposição da conservação da massa é necessária pois, com a resolução do sistema anterior obtém-se painéis cuja distribuição de singularidades são positivas $\sigma(x) > 0$ (fontes) e outros cuja distribuição de singularidades são negativas $\sigma(x) < 0$ (sumidouros). As fontes introduzem uma vazão no escoamento, enquanto que os sumidouros retiram vazão do domínio fluido. Assim, torna-se necessário garantir um balanço entre a quantidade de vazão introduzida e retirada do domínio fluido; em outras palavras é necessário garantir a conservação de massa ao longo da simulação.

A equação do balanço total de massa em cada instante de tempo da simulação numérica é dada por:

$$\sum_{k=1}^{mb} \sigma_k \Delta s_k = 0 \quad (3.78)$$

sendo $\sigma_k \Delta s_k$ a vazão por unidade de largura imposta pela singularidade σ_k distribuída ao longo do painel k de comprimento Δs_k .

Da mesma forma, dependendo do sentido de rotação, os vórtices discretos podem ter intensidade positiva (quando giram no sentido horário) ou negativa (quando giram no sentido anti-horário).

Assim como se deve garantir a conservação da massa ao longo da simulação, faz-se também necessário verificar a condição de conservação global da circulação (conservação da vorticidade); esta necessidade é demonstrada no teorema de Kelvin. Desta forma, a equação de conservação de circulação pode ser escrita como:

$$\frac{d\Gamma_{total}}{dt} = \frac{d\Gamma_{nuvem}}{dt} + \frac{d\Gamma_c}{dt} = 0 \quad (3.79)$$

onde Γ_c é a circulação no corpo (refere-se aos vórtices nascentes) e Γ_{nuvem} é circulação da nuvem (refere-se aos vórtices livres na esteira).

O que equivale a garantir a cada passo de tempo da simulação numérica:

$$\Gamma_{nuvem} + \Gamma_c = 0 \quad (3.80)$$

$$\sum_{k=1}^{NV} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{mb} \Gamma_k = 0 \quad (3.81)$$

onde o primeiro termo corresponde aos NV vórtices discretos existentes na camada limite e na esteira, e o segundo, aos mb vórtices discretos nascentes no instante considerado.

A equação anterior pode ser ainda simplificada por:

$$\sum_{k=1}^{mb} \Gamma_k = 0 \quad (3.82)$$

Pois $\sum_{k=1}^{NV} \Gamma_k = 0$ durante toda a simulação.

Desta forma, com a imposição da condição de aderência em cada painel e da conservação da massa e da circulação, obtém-se um sistema sobre determinado de $2mb + 2$ equações e $2mb$ incógnitas. Para a resolução deste sistema utiliza-se o método dos mínimos quadrados, obtendo um sistema de $2mb$ equações e $2mb$ incógnitas, que pode ser em seguida resolvido pelo método de Gauss com Pivoteamento Parcial. Este sistema é resolvido a cada iteração e seu resultado corresponde aos elementos necessários para a simulação do desenvolvimento da camada limite.

Nota-se que o cálculo dos componentes u_{ik}^f , v_{ik}^f , u_{ik}^v e v_{ik}^v dependem somente da geometria do problema; desta forma, caso a geometria do problema não mude, estes componentes só precisam ser calculados uma vez (no início da simulação numérica). Porém, como o modelo de rugosidade modifica o ponto de despreendimento de vórtice discretos para cada painel em cada instante, faz-se necessário recalcular em cada instante de tempo os componentes u_{ik}^v e v_{ik}^v da velocidade induzida pelos vórtices discretos de Lamb despreendidos no instante em questão, sobre o ponto de controle de cada painel.

Observa-se ainda que, para a superfície hidraulicamente rugosa, o modelo de rugosidade utilizado faz com que o vórtice discreto nascente tenha uma intensidade maior quando comparado ao caso hidraulicamente liso ($\Gamma_{rugoso} = \Gamma_{liso} + \Delta\Gamma$). Como destacado por Bimbato (2012) essa maior intensidade aumenta o efeito inercial, o que provoca um aumento na taxa de transferência de quantidade de movimento transversal entre camadas adjacentes de fluido, fazendo com que o descolamento da camada limite seja postergado e que, conseqüentemente, o coeficiente de arrasto médio sofra uma redução.

3.9 ALGORITMO DE SEPARAÇÃO DA PARTE VISCOSA

Chorin (1973), através do “Viscous Splitting Algorithm” (Algoritmo de Separação da Parte Viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade), propôs um algoritmo em que, no mesmo intervalo de tempo, os efeitos convectivos e difusivos da vorticidade fossem levados em conta de forma independente, simplificando, assim, a implementação do método de vórtices discretos. Neste algoritmo, para o escoamento bidimensional, inicialmente os vórtices discretos movem-se com a velocidade local para satisfazer a parte não viscosa da equação de transporte da vorticidade e, em seguida, o efeito da difusão é levado em consideração.

Assim, a convecção da nuvem de vórtices discretos é governada pela equação:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \omega = 0 \quad (3.83)$$

enquanto a equação da difusão da vorticidade é governada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = (\mathbf{v} + \mathbf{v}_t) \nabla^2 \omega \quad (3.84)$$

A evolução do escoamento é considerada em incrementos discretos de tempo, e esses dois processos ocorrem sucessivamente dentro de um mesmo intervalo Δt . Observe que, devido ao uso do modelo de turbulência descrito anteriormente, faz-se necessário adicionar o coeficiente de viscosidade turbulenta ao coeficiente de viscosidade molecular pois, sendo esta etapa a responsável pela dissipação de energia, o processo de difusão turbulenta deve ser considerado na etapa da difusão viscosa.

Expressando estas equações no referencial Lagrangeano, tem-se:

- Convecção:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{u}_p(t) \\ \frac{D\omega_p}{Dt} = 0 \end{cases} \quad (3.85)$$

- Difusão:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{x}}{dt} = 0 \\ \frac{D\omega}{Dt} = (\mathbf{v} + \mathbf{v}_t) \nabla^2 \omega \end{cases} \quad (3.86)$$

onde \vec{x}_p é a posição, ω vorticidade (único componente não nulo do vetor vorticidade) e \vec{u}_p é a velocidade total de um determinado elemento de vórtice. No primeiro sub passo o elemento de fluido é deslocado com a velocidade local e a difusão age nesta nova posição modificando o campo de vorticidades do escoamento (Cottet et al. 2000). Como se pode observar, o processo convectivo é feito como se o escoamento fosse ideal, embora a velocidade total neste instante leve em conta também os efeitos da viscosidade; já o processo de difusão leva em conta os efeitos da viscosidade e, assim, o fenômeno da turbulência. Nos dois próximos tópicos são abordados mais detalhes sobre cada um destes processos.

Analisando a equação adimensional¹ que rege a difusão (equação 3.87), observa-se ainda que, para altos números de Reynolds, a vorticidade gerada sobre a fronteira sólida é convectada ao longo do escoamento a uma taxa muito mais rápida do que ela é difundida, permanecendo assim confinada na camada limite, sendo posteriormente arrastada para a esteira.

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial t} = \frac{1}{Re_m} \nabla^2 \omega_p \quad (3.87)$$

3.9.1 Convecção da vorticidade

Como a etapa da convecção da vorticidade é feita de maneira independente da difusão, onde se concentra os efeitos da viscosidade, o escoamento nesta fase é caracterizado como ideal e a

¹A definição do número de Reynolds modificado (Re_m) e a equação 3.87 surgem da adimensionalização das equações 3.25 e 3.26 (mais detalhes na seção 4.4).

vorticidade é transportada como se fosse uma partícula material de fluido. Portanto, a resolução da etapa da convecção equivale à resolução de um conjunto de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, de problema de valor inicial independentes que, de posse da velocidade total de cada vórtice discreto ($\vec{u}(t) = (u(t), v(t))$), podem ser escritas por:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (3.88)$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = v(t) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (3.89)$$

em que este conjunto de equações representa, respectivamente, as equações diferenciais ordinária de primeira ordem que regem os deslocamentos nas direções x e y ; $x(t_0)$ e $y(t_0)$ representam as posições iniciais dos vórtices discretos.

Este conjunto de equações pode ser resolvido numericamente por diversos métodos como: o método de primeira ordem de Euler e os métodos Adams-Bashforth e Runge-Kutta de ordens superiores. Estes dois últimos métodos são de ordem superior, porém observa-se, como mencionado na modelização da turbulência, que o tensor cruzado e o tensor de Leonard só podem ser desprezados se um esquema de transporte convectivo de até segunda ordem for utilizado (Shaanan et al., 1975).

Assim, neste trabalho, utiliza-se o método de primeira ordem de Euler em que a variação de posição de um vórtice discreto arbitrário k , após um incremento de tempo Δt , nas direções x e y é dada, respectivamente, por:

$$\Delta x_{convecção_k} = u_k(t) \cdot \Delta t \quad (3.90)$$

$$\Delta y_{convecção_k} = v_k(t) \cdot \Delta t \quad (3.91)$$

assim, a nova posição do vórtice discreto em questão, nas direções x e y , é dada respectivamente por:

$$x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + \Delta x_{convecção_k} \quad (3.92)$$

$$y_k(t + \Delta t) = y_k(t) + \Delta y_{convecção_k} \quad (3.93)$$

3.9.2 Difusão da vorticidade

Como na etapa de convecção, para a resolução do problema de difusão existem diferentes algoritmos que permitem obter a solução da equação 3.84. Bimbato (2012) destaca que os dois métodos mais importantes utilizados são o método do crescimento do raio do núcleo do vórtice

(Leonard, 1980; Kamemoto et al., 1990; Rossi, 1996) e o método de avanço randômico (Chorin, 1973). Neste trabalho utiliza-se o método de avanço randômico; este método é inspirado na teoria do movimento Browniano desenvolvida por Einstein (1956).

Este método foi introduzido por Chorin (1973) para simular escoamentos viscosos no método de vórtices discreto e sua implementação é inerentemente ligada ao Algoritmo de Separação da Parte Viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade (Cottet et al., 2000).

Ele se apoia na interpretação probabilística da solução integral da função de Green para a equação da difusão e relaciona o processo de difusão dos vórtices discretos ao processo randômico (Movimento Browniano).

O que se faz, de uma maneira geral, é utilizar a similaridade existente entre espaço da função de Green (de difusão) e a distribuição de Gauss, a fim de mostrar que a difusão de uma grandeza concentrada pode ser aproximada pelo movimento de partículas, que avançam de forma randômica em cada pequeno intervalo de tempo; o avanço em cada coordenada é dado pelo valor da variável gaussiana quando a variância é $2\nu\Delta t$. Os números aleatórios ξ_k , utilizados para estabelecer a difusão, seguem a seguinte distribuição de probabilidade gaussiana (Cottet et al., 2000):

$$G(r, \nu\Delta t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\nu\Delta t}} \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu\Delta t}\right) \quad (3.94)$$

Assim, o campo de vorticidade estabelecido depois da convecção é usado como condição inicial para a equação da difusão e, com o objetivo de simular o efeito da difusão, as partículas sofrem um movimento browniano, de acordo com a equação abaixo (Cottet et al., 2000):

$$x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + \xi_k \quad (3.95)$$

Assim, a variação de posição de um vórtice discreto arbitrário k , devido à difusão após um incremento de tempo Δt , nas direções x e y , é dada respectivamente por¹:

$$\Delta x_{difusão_k} = \Delta r_k \cdot \cos(\Delta\theta_k) \quad (3.96)$$

$$\Delta y_{difusão_k} = \Delta r_k \cdot \sin(\Delta\theta_k) \quad (3.97)$$

onde Δr_k e $\Delta\theta_k$ são, respectivamente, os deslocamentos nas direções radial e angular, dados por:

$$\Delta r_k = \sqrt{\frac{4\Delta t}{Re_{m_k}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} \quad (3.98)$$

$$\Delta\theta_k = 2\pi Q \quad (3.99)$$

¹As equações mostradas nesta secção estão adimensionalizadas; mais detalhes sobre a obtenção do número de Reynolds modificado e a adimensionalização do problema podem ser encontrados na secção 4.4.

sendo P e Q números randômicos entre 0 e 1, e Re_{m_k} o número de Reynolds local (modificado pela viscosidade turbulenta). Este método usa um processo estocástico contínuo no tempo para perturbar o movimento de cada partícula de vórtices, o qual simula a difusão da vorticidade. O seu grande problema é a baixa e não uniforme convergência devido ao seu caráter estocástico e a não mudança de intensidade dos vórtices discretos (Stock, 2007).

Considerando o processo como um todo (figura 3.6), a nova posição dos vórtices, após a convecção e difusão nas direções x e y , é dada respectivamente, por:

$$\begin{cases} x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + \Delta x_{convecção_k} + \Delta x_{difusão_k} \\ y_k(t + \Delta t) = y_k(t) + \Delta y_{convecção_k} + \Delta y_{difusão_k} \end{cases} \quad (3.100)$$

ou ainda

$$\begin{cases} x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + u_k(t) \cdot \Delta t + \Delta r_k \cdot \cos(\Delta \theta_k) \\ y_k(t + \Delta t) = y_k(t) + v_k(t) \cdot \Delta t + \Delta r_k \cdot \sin(\Delta \theta_k) \end{cases} \quad (3.101)$$

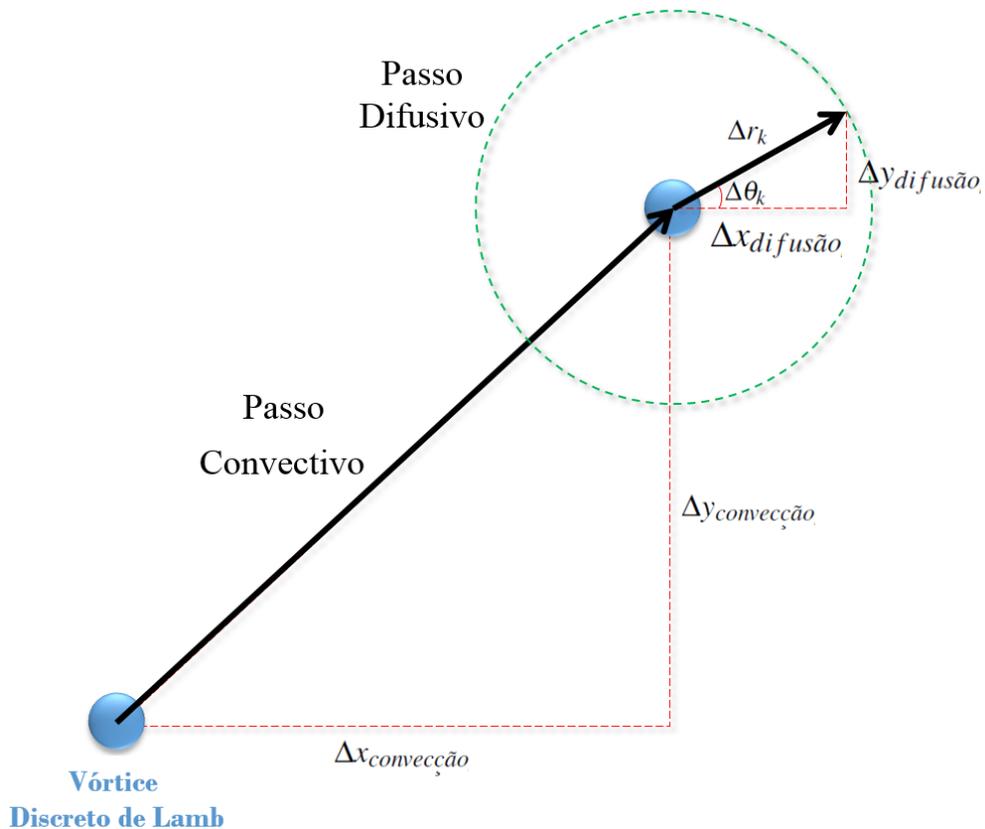


Figura 3.6: Esquema do processo de deslocamento dos vórtice discretos de Lamb (convecção + difusão).

3.10 CARGAS FLUIDODINÂMICAS

Cargas fluidodinâmicas são os esforços mecânicos resultantes da ação de um fluido em movimento sobre a superfície de um corpo. Estes esforços são devido à força de pressão que atua na direção normal à fronteira do corpo e à força de atrito que atua na direção tangencial. Como discutido no segundo capítulo, a forma da distribuição destas forças ao longo do corpo dá origem às forças de arrasto e de sustentação sobre ele. A força de arrasto atua na direção do escoamento incidente e opo-ndo-se ao movimento do corpo, enquanto que a força de sustentação atua na direção normal ao escoamento. Estas forças dependem da forma do corpo (rombudo ou esbelto), bem como das características do escoamento incidente (número de Reynolds).

Considerando um corpo rombudo (cilindro circular), para valores de números de Reynolds maiores que 10^4 a contribuição da força de atrito no coeficiente de arrasto é menor que 2 – 3% do arrasto total, pois diferentemente dos corpos esbeltos, nos corpos rombudos ocorre a separação do escoamento e, assim, a formação da esteira viscosa, sendo dominante o componente de forma da força de arrasto. Desta forma, opta-se aqui por uma abordagem que calcula as cargas fluidodinâmicas apenas devido à distribuição de pressão ao longo do corpo.

Para isso utiliza-se o campo vorticidades para calcular as cargas fluidodinâmicas que atuam sobre o corpo. O método apresentado aqui é aquele utilizado por Shintani & Akamatsu (1994), que leva em consideração a influência de toda a vorticidade presente no domínio fluido.

Este método é baseado no Método dos Elementos de Contorno e, aplicando o divergente nas equações de Navier-Stokes, obtêm-se a equação de Poisson em termos da pressão. Em seguida esta equação é multiplicada pela função de Green e integrada no domínio do escoamento. No trabalho de Ricci (2002) pode-se encontrar um desenvolvimento detalhado da formulação integral representada pela equação abaixo, que permite determinar o valor da pressão em um ponto genérico, i , do domínio fluido¹:

$$\xi \tilde{Y}_i + \int_{s_1+s_2} \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i)+n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} \tilde{Y} dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{2\pi} \frac{v(x-x_i)-u(y-y_i)}{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} \omega d\Omega$$

$$- \frac{1}{Re} \int_{s_1+s_2} \frac{1}{2\pi} \frac{n_y(x-x_i)+n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} \omega dS$$
(3.102)

sendo ξ uma constante que assume o valor 1/2 nas fronteiras sólidas e 1, 0 no domínio fluido, n_x é o componente do vetor unitário na direção x , n_y o componente do vetor unitário na direção y , (x, y) são as coordenadas de um ponto qualquer pertencente ao domínio fluido, que induz uma energia de estagnação \tilde{Y} no ponto $i (x_i, y_i)$ e dS é uma coordenada que percorre o perímetro das fronteiras sólidas.

Nesta equação, a primeira integral representa a contribuição do corpo no cálculo da pressão. A segunda integral faz o somatório dos efeitos da vorticidade distribuída em todo o campo do

¹As equações mostradas nesta secção estão adimensionalizadas; mais detalhes sobre a adimensionalização do problema podem ser encontrados na secção 4.4.

escoamento, em termos da propriedade energia de estagnação, e a terceira integral compreende a contribuição da vorticidade que está sendo gerada sobre a superfície do corpo.

Assim, a equação 3.102 discretizada para ser resolvida numericamente, toma a seguinte forma (cada painel induz uma energia de estagnação \tilde{Y} no ponto de controle do painel i):

$$\xi \tilde{Y}_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1, j \neq i}^{mb} \frac{n_{x_j}(x_j-x_i) + n_{y_j}(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \tilde{Y}_j \Delta S_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{NV} \frac{v_j(x_j-x_i) - u_j(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{2\pi Re} \sum_{j=1, j \neq i}^{mb} \frac{n_{y_j}(x_j-x_i) + n_{x_j}(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \quad (3.103)$$

γ_j é a densidade de vórtices distribuídas uniformemente sobre o painel j , que é obtida dividindo-se a intensidade do vórtice de Lamb nascente em cada instante de tempo pelo comprimento do painel correspondente ao seu ponto de desprendimento:

$$\gamma_j = \frac{\Gamma_j}{\Delta S_j} \quad (3.104)$$

Aplicando a equação 3.103 sobre os mb painéis que discretizam a superfície do corpo obtêm-se um sistema linear com mb equações e mb incógnitas. Uma vez conhecidos os valores da incógnita \tilde{Y}_i , para cada painel (ponto de controle), obtêm-se os valores da pressão e do coeficiente de pressão associados a ela, respectivamente, p_i e C_{p_i} (Ricci, 2002):

$$\tilde{Y}_i = \frac{p_i}{\rho} + \frac{v_{c_i}^2}{2} \quad (3.105)$$

$$C_{p_i} = 2\tilde{Y}_i + 1 \quad (3.106)$$

sendo v_{c_i} a velocidade no ponto de controle do painel i . Portanto, $v_{c_i} = 0$ devido à condição de aderência satisfeita neste ponto.

Para obter os coeficientes de arrasto (ΔC_{D_i}) e de sustentação (ΔC_{L_i}) elementares que atuam em um dado painel i , respectivamente, decompõe-se o coeficiente de pressão (C_{p_i}) que atua neste painel em uma parcela paralela e outra perpendicular ao escoamento incidente. Considera-se que o painel tem comprimento Δs_i e ângulo de orientação β_i , obtendo-se assim as seguintes equações:

$$\Delta C_{D_i} = C_{p_i} \Delta s_i \sin \beta_i \quad (3.107)$$

$$\Delta C_{L_i} = C_{p_i} \Delta s_i \cos \beta_i \quad (3.108)$$

Desta forma, para obter os coeficientes de arrasto (C_D) e de sustentação (C_L), soma-se as contribuições de cada painel plano individualmente:

$$C_D = \sum_{i=1}^{mb} C_{p_i} \Delta s_i \sin \beta_i \quad (3.109)$$

$$C_L = - \sum_{i=1}^{mb} C_{p_i} \Delta s_i \cos \beta_i \quad (3.110)$$

Capítulo 4

IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO AO PROBLEMA PROPOSTO

A partir da descrição do método de vórtices discretos feita anteriormente, o objetivo deste capítulo é apresentar o problema proposto no contexto da simulação numérica. Analisa-se aqui um escoamento incompressível em regime não-permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes que incide sobre um corpo rombudo próximo à uma superfície plana. Esta superfície move-se com a mesma velocidade do escoamento incidente, fazendo com que não haja formação de uma camada limite sobre esta. Para cumprir a proposta deste capítulo são apresentadas a geometria do problema, as definições importantes, as hipóteses simplificadoras, a adimensionalização do problema e a estrutura do programa desenvolvido em linguagem Fortran.

4.1 GEOMETRIA E DEFINIÇÕES

A figura 4.1 esquematiza o problema estudado, na qual se apresenta um cilindro circular imóvel, de superfície rugosa, imerso em um escoamento próximo a uma superfície sólida que se move com a mesma velocidade do escoamento incidente.

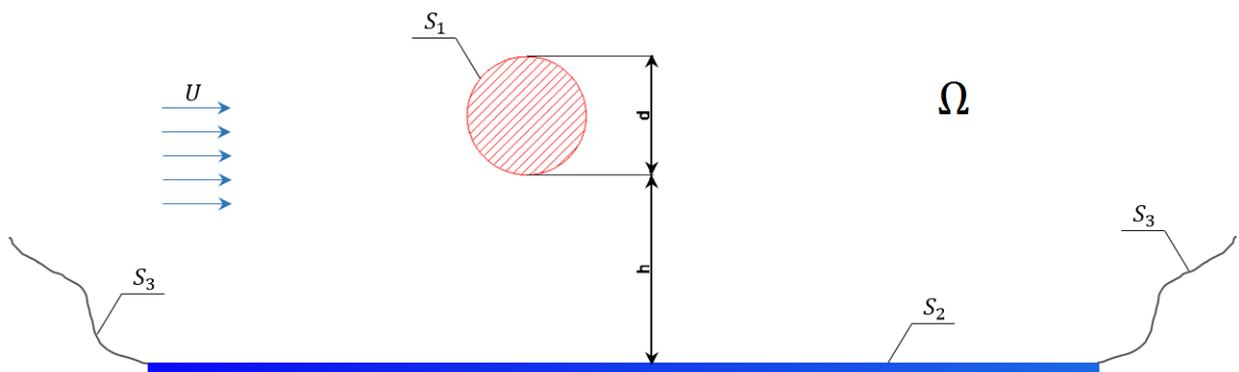


Figura 4.1: Esquema do domínio simulado.

Na figura 4.1 são apresentados:

- Domínio fluido semi-infinito, definido por Ω .
- Superfície do cilindro, definida como S_1 ;
- Superfície plana móvel, definida como S_2 ;
- Superfícies localizadas a grandes distâncias das fronteiras S_1 e S_2 , definida como S_3 ;

A fronteira $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ delimita o domínio fluido semi-infinito Ω .

- U é o módulo da velocidade do escoamento incidente ($U = \sqrt{u_\infty^2 + v_\infty^2}$, onde (u_∞, v_∞) é o escoamento incidente). Observa-se que neste caso U é paralela ao solo;
- d é o diâmetro do cilindro circular;
- h é a menor distância entre o cilindro circular e a superfície plana móvel;

4.2 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Com o objetivo de diminuir a complexidade do problema estudado aqui, algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas. Algumas destas já foram citadas no capítulo anterior a fim de simplificar a implementação do método de vórtices discretos, como a suposição de escoamento isotérmico, incompressível e bidimensional. A completa lista das hipóteses usadas para a simplificação do problema são dadas a seguir:

H1 – Hipótese do contínuo: Esta hipótese consiste em abstrair-se da composição molecular do fluido e sua consequente descontinuidade, tratando-o como um meio contínuo. Ela viabiliza o uso das equações de Navier-Stokes e garante que a condição de aderência é satisfeita ao longo das superfícies $S_1 \cup S_2$.

H2 – Fluido newtoniano (Comportamento reológico do fluido): Há uma dependência linear entre a tensão tangencial aplicada sobre uma partícula fluida e a taxa de deformação sofrida por ela, sendo a relação entre estes dois parâmetros dada pelo coeficiente de viscosidade dinâmica;

H3 – Escoamento incompressível: Os efeitos da compressibilidade do fluido são desprezados, isto é, o número de Mach (Ma) é menor que 0,3.

H4 – Escoamento isotérmico: Não há presença de gradientes de temperatura entre o fluido em escoamento e as fronteiras sólidas.

H5 – Escoamento bidimensional: Isto permite diversas simplificações no modelo, como, por exemplo, o termo que representa a deformação dos tubos de vórtices ($\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}$) na equação do transporte de vorticidade é igual a zero e, o vetor vorticidade passa a ter somente um componente (na direção perpendicular ao plano do domínio descrito) podendo ser tratado como um escalar.

H6 – Região fluida semi-infinita: O escoamento está presente apenas acima do plano delimitado pelo solo.

H7 – O perfil de velocidades do escoamento incidente é uniforme e paralelo ao solo.

4.3 CONDIÇÃO DE CONTORNO

As condições de contorno estabelecidas aqui são aquelas referentes as superfícies do domínio estudado $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$. Como a fronteira sólida é não porosa, o meio é contínuo e há efeitos da viscosidade, deve-se estabelecer a condição de aderência nas superfícies S_1 e S_2 . A condição de aderência se divide em duas sub condições: a condição de impenetrabilidade e a condição de escorregamento nulo, porém, com o propósito de simplificar o problema utilizou-se aqui o mesmo artifício numérico desenvolvido e discutido por Bimbato (2008) em sua dissertação de mestrado. Este artifício consiste em considerar o solo potencial, ou seja, não há desprendimento de vórtices ao longo do solo e a condição de deslizamento sobre o solo é negligenciada. Segundo Bimbato (2008), este artifício permite obter uma configuração de escoamento equivalente ao caso em que o solo se move com a mesma velocidade do escoamento incidente pois, como observado por Nishino (2007) em seus estudos sobre comportamento fluidodinâmico de um cilindro circular estacionado nas vizinhanças de uma esteira rolante que se movia com a mesma velocidade do escoamento incidente, praticamente não há formação de camada limite junto ao solo nestas condições.

Desta maneira, a condição de impermeabilidade exige que o componente normal da velocidade da partícula fluida nas superfícies S_1 e S_2 seja igual ao componente normal da velocidade das fronteiras sólidas; como a velocidade normal da fronteira neste problema é igual a zero, e considerando a velocidade da partícula fluida em contato com esta igual à \vec{u}_f , tem-se:

$$\vec{u}_f \cdot \hat{n} = 0 \quad (4.1)$$

sendo \hat{n} o vetor normal às fronteiras S_1 e S_2 . Como discutido anteriormente, para que esta condição seja satisfeita, basta a teoria potencial e, portanto, o Método dos Painéis. Por outro lado, como o problema abordado aqui também leva em conta os efeitos viscosos, faz-se necessário garantir a condição de escorregamento nulo. Como mencionado acima tal condição deve ser imposta apenas na superfície S_1 .

$$\vec{u}_f \cdot \hat{\tau} = 0 \quad (4.2)$$

sendo $\hat{\tau}$ o vetor tangente à fronteira S_1 .

A condição de contorno na fronteira S_3 , localizada a grandes distâncias do cilindro circular, é automaticamente satisfeita, pois as equações utilizadas no método de vórtices discretos são tais que a grandes distâncias a perturbação gerada nesta fronteira é igual a zero, tendendo assim ao escoamento não perturbado.

4.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A análise dimensional e a conseqüente adimensionalização do problema é um passo importante no sentido de reduzir o número de variáveis envolvidas nas análises e compactar os resultados encontrando relações entre os parâmetros adimensionais. Assim, os resultados obtidos podem ser comparados com outros já conhecidos na literatura. Esta etapa é de suma importância afim de diminuir a complexabilidade dos resultados, o número de dados gerados e, principalmente, validar os resultados. Para adimensionalizar o problema, adotam-se as seguintes escalas como sendo as mais representativas:

- Escala de comprimento: Diâmetro do cilindro circular (d);
- Escala de velocidade: Velocidade do escoamento incidente (U);
- Escala de tempo: Obtida através da relação entre as duas escalas anteriormente definidas (d/U);

Usando as escalas determinadas anteriormente, as demais grandezas presentes no problema podem ser adimensionalizadas como se segue (as grandezas adimensionalizadas são apresentadas com um índice superior *).

- Medida da abscissa (x): $x^* = \frac{x}{d}$;
- Medida da ordenada (y): $y^* = \frac{y}{d}$;
- Menor distância entre o corpo e o solo (h): $h^* = \frac{h}{d}$;
- Operador Gradiente ($\vec{\nabla}$): $\vec{\nabla}^* = d \vec{\nabla}$;
- Operador Laplaciano (∇^2): $\nabla^{2*} = d^2 \nabla^2$;
- Comprimento de cada painel plano que discretiza as fronteiras sólidas (ΔS): $\Delta S^* = \frac{\Delta S}{d}$;
- Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb (σ_0): $\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{d}$;
- Distância de geração dos vórtices discretos de Lamb (eps): $eps^* = \frac{eps}{d}$;
- Rugosidade relativa da superfície do cilindro circular (ε): $\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{d}$;
- Componente da velocidade filtrada do escoamento na direção x (\bar{u}): $\bar{u}^* = \frac{\bar{u}}{d}$;
- Componente da velocidade filtrada do escoamento na direção y (\bar{v}): $\bar{v}^* = \frac{\bar{v}}{d}$;
- Densidade de fontes/sumidouros (σ): $\sigma^* = \frac{\sigma}{U}$;
- Campo de pressões filtrado (\bar{p}): $\bar{p}^* = \frac{\bar{p}}{\rho U^2}$;
- Instante de tempo da simulação numérica (t): $t^* = t \frac{U}{d}$;

- Incremento de tempo da simulação numérica (Δt): $\Delta t^* = \Delta t \frac{U}{d}$;
- Intensidade do vórtice discreto de Lamb (Γ): $\Gamma^* = \frac{\Gamma}{Ud}$;
- Único componente não nulo do vetor vorticidade no plano (ω): $\omega^* = \omega \frac{d}{U}$;

Outros parâmetros adimensionais, que serão importantes ao longo da simulação e análise de resultados, são:

- Número de Reynolds: $Re = \frac{\rho U d}{\mu}$;
- Número de Strouhal: $St = f \frac{d}{U}$;

em que estes parâmetros foram escritos em função das variáveis de escala mais representativas do problema, definidas anteriormente.

O passo seguinte é adimensionalizar as equações governantes; são elas:

- Equação da Continuidade: $\vec{\nabla}^* \cdot \vec{u}^* = 0$;
- Equação de Navier-Stokes: $\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t} + \vec{u}^* \cdot \vec{\nabla}^* \vec{u}^* = -\vec{\nabla}^* p^* + \frac{1}{Re_m} \vec{\nabla}^{2*} \vec{u}^*$;
- Equação de Navier-Stokes na forma do transporte de vorticidade: $\frac{\partial \omega^*}{\partial t} = \omega^* \cdot \vec{\nabla}^* \vec{u}^* + \frac{1}{Re_m} \vec{\nabla}^{2*} \omega^*$;

As “barras” que designam o campo de velocidades e pressões filtrados foram omitidas aqui por conveniência; a partir deste ponto, tanto as barras quanto o *, designando parâmetro adimensional, são omitidos.

Nas equações de Navier-Stokes, apresentada anteriormente, o termo Re_m é o número de Reynolds modificado, dado por:

$$Re_m = \frac{Ud}{\nu + \nu_t} \quad (4.3)$$

onde ν_t é o coeficiente de viscosidade turbulenta responsável por fazer a transferência de energia entre as grandes escalas do escoamento e as pequenas escalas.

4.5 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO DE VÓRTICES

Apresenta-se, nesta seção, o algoritmo para a simulação numérica do problema apresentado. Porém, destaca-se que o mesmo pode ser empregado para simular o escoamento bidimensional e incompressível, de um fluido newtoniano com propriedades constantes ao redor um corpo de forma qualquer.

Relembra-se que o problema simulado aqui é o escoamento em torno de um cilindro circular rugoso estacionado nas vizinhanças de uma superfície plana (solo) que se move com a

mesma velocidade do escoamento incidente. O objetivo deste algoritmo é simular os efeitos da turbulência, rugosidade, os processos de geração, convecção, difusão da vorticidade e, por fim, calcular as cargas fluidodinâmicas atuantes sobre um cilindro circular colocado próximo ao solo.

Assim, com a utilização do método de vórtices discretos, a vorticidade presente no domínio é simulada a partir de um conjunto de vórtices discretos de Lamb e a movimentação deste conjunto é feita de maneira Lagrangeana; desta forma, para a convecção, é utilizado o esquema de Euler de primeira ordem, e o Método de Avanço Randômico é empregado para simular a difusão da vorticidade. Para a representação das fronteiras sólidas o algoritmo utiliza o método dos painéis e o desprendimento de vórtices discretos de Lamb ao longo de cada painel. Desta forma a vorticidade gerada nestas fronteiras e a formação da camada limite são simuladas.

A distribuição de pressões é calculada pelo método desenvolvido por Shintani & Akamatsu (1994), em que a pressão é obtida diretamente das equações de Navier-Stokes a partir da solução da equação de Poisson. Em seguida, as cargas fluidodinâmicas são obtidas por integração das pressões.

Os passos para a solução das equações são:

1. Introduz-se um potencial de velocidade (método dos painéis) que permite corrigir o campo de velocidades, garantindo a condição de impenetrabilidade e, assim, satisfazer a condição de aderência;
2. A parte rotacional do escoamento é resolvida e, assim, há a geração de vorticidade na fronteira sólida;

Com estas duas etapas determina-se as posições e intensidade de cada vórtice discreto de Lamb desprendido neste instante. É nesta etapa também que se considera o efeito da rugosidade do cilindro circular;

3. Determina-se a velocidade induzida em cada vórtice discreto de Lamb devido à nuvem de vórtices no domínio (Lei de Biot-Savart);
4. Determina-se a velocidade induzida pela fronteira sólida em cada vórtice discreto (Método dos Painéis);

As duas etapas anteriores, somando-se ainda a velocidade do escoamento incidente, determinam a velocidade total de cada vórtice discreto na nuvem. Ou seja, determina-se, respectivamente, a parte rotacional e potencial do campo de velocidades;

5. Calcula-se as cargas fluidodinâmicas atuantes no corpo;
6. Calcula-se a viscosidade turbulenta que é, então, somada à viscosidade molecular para simular a difusão turbulenta.
7. Calcula-se o deslocamento convectivo;

8. Calcula-se o deslocamento difusivo;

Com as etapas 7 e 8 atualiza-se as posições de cada vórtice discreto e estes são, então, acompanhados, caracterizando-se um método puramente Lagrangeano. Assim, o processo se reinicia obtendo-se uma nova discretização da vorticidade e do campo de velocidades. Desta maneira, em cada passo de tempo, a vorticidade é gerada ao longo dos limites impermeáveis, sendo necessário restaurar a condição de aderência na superfície do cilindro.

Na próxima seção são descritos as etapas numéricas para a resolução dos passos descritos anteriormente.

4.5.1 Descrição do Funcionamento do Programa

A figura 4.2 é um esquema resumido da estrutura do programa. Ele ainda foi dividido em etapas na qual se mediu o tempo de processamento que é discutido no próximo capítulo.

1° Passo: Entrada de dados

Neste ponto o programa faz a leitura dos dados necessários para simular o problema. Estes parâmetros podem ser listados como se segue:

- *Variáveis de controle:*
 - stop: Número total de incrementos de tempo;
 - option: option=1 (cilindro isolado) ou 2 (próximo ao solo);
 - turb_option: Simulação com ou sem modelagem da turbulência;
 - delt: Valor do incremento de tempo;
 - sm: Fator de Turbulência (define o valor do raio externo da coroa circular criada ao redor de cada vórtice discreto);
 - epsilon: Rugosidade Relativa (ϵ/D);
 - countr: Número de pontos rugosos em torno do ponto de desprendimento associado a cada painel que discretiza a superfície do corpo.
- *Variáveis necessárias para a discretização do domínio:*
 - tck: Raio do cilindro circular;
 - mb1: Número de painéis utilizado para discretizar a superfície do cilindro circular;
 - gmin: Distância entre o solo e o ponto extremo inferior do cilindro circular ($h = gmin$);

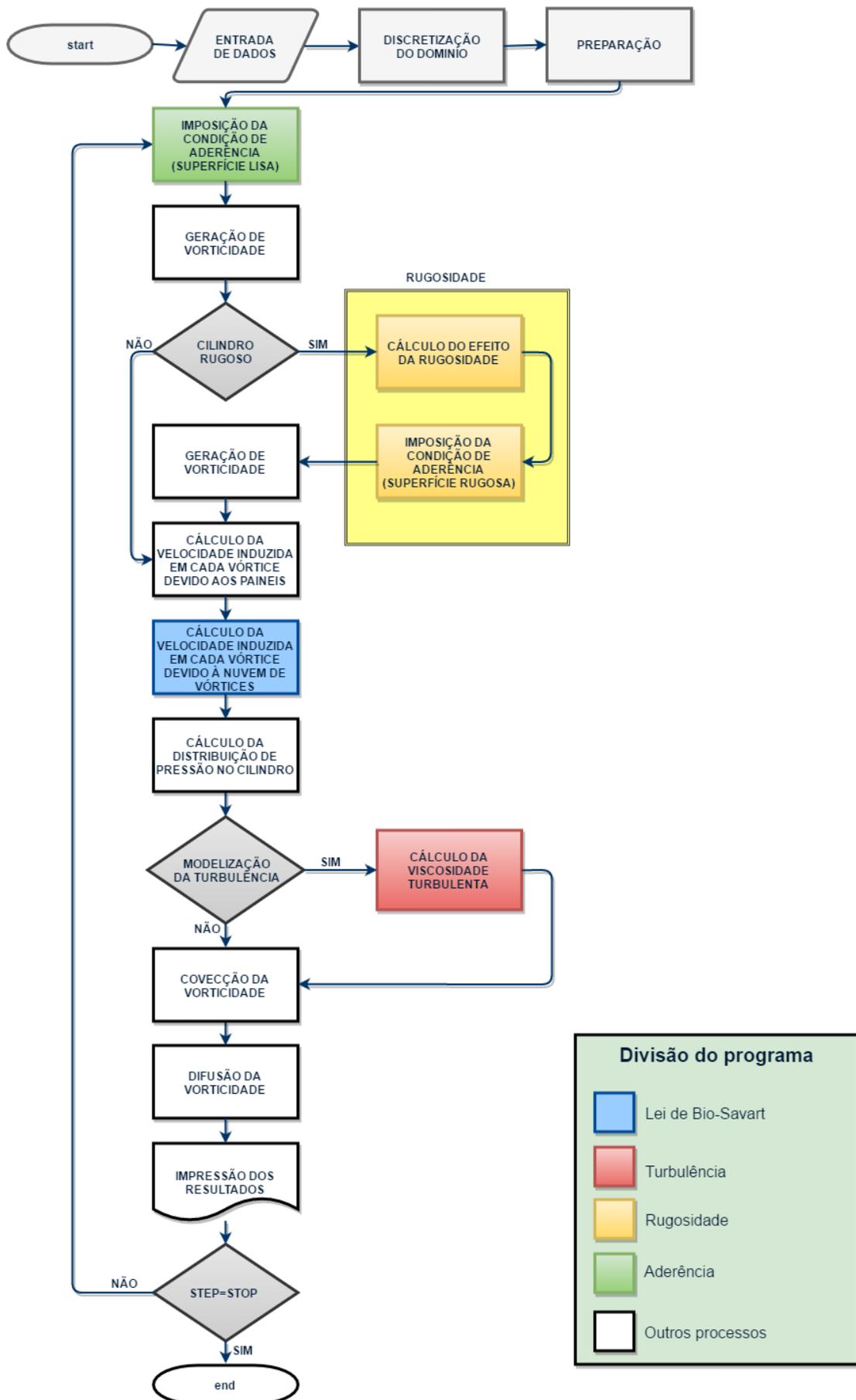


Figura 4.2: Esquema do algoritmo computacional

- l_m : Comprimento de cada módulo que define o solo; cada módulo tem comprimento igual ao diâmetro do cilindro;
- n : Número de módulos que compõem o solo situados a montante do corpo;
- nm : Número de módulos total que compõem a superfície do solo;
- np : Número de painéis utilizado para discretizar cada módulo;
- eps : Distância entre o ponto de controle de cada painel do cilindro circular ao ponto de geração de vórtices discretos correspondente.

- *Variáveis cinemáticas:*

- U : Velocidade, em módulo, do escoamento incidente ($U = \sqrt{u_\infty^2 + v_\infty^2}$);
- α : Ângulo de incidência do escoamento;
- $core$: Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb que nasce no corpo sem efeito da rugosidade;

- *Variável Dinâmica*

- Re : Número de Reynolds

2º Passo: Discretização do domínio

A discretização do domínio é apresentado no esquema 4.3 adaptado da tese de doutorado de Bimbato, 2012.

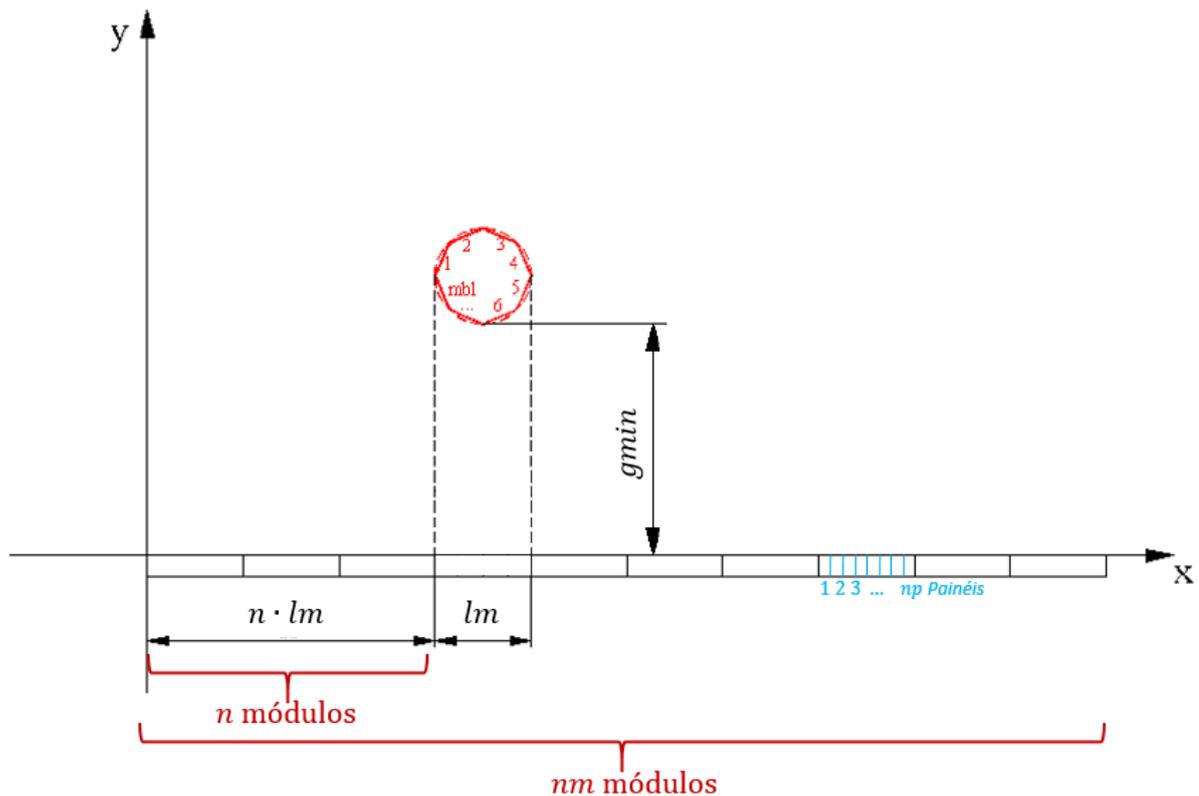


Figura 4.3: Representação esquemática do domínio discretizado (adaptado de Bimbato, 2012).

O cilindro circular, de diâmetro $d = 1$, é discretizado em $mb1$ painéis planos e o seu centro é posicionado a uma distância vertical de $gmin + d/2$ e horizontal de $n \cdot lm + d/2$ em relação ao início do solo.

A superfície do solo é discretizada em $mb2 = nm \times np$ (número de módulos total \times número de painéis em cada módulo) painéis planos, sendo que o número de painéis utilizados à montante do cilindro circular é dado por $n \times np$ (número de módulos a montante do corpo \times número de painéis em cada módulo). O comprimento total do solo é dado por $nm \times lm$ (número de módulos total \times comprimento de cada módulo). Por fim, o solo é posicionado sobre o eixo das abscissas. Observe que o número total de painéis que discretizam as superfícies no domínio (superfície do corpo e do solo) é igual a $mb = mb1 + mb2$.

Após a discretização, calcula-se as coordenadas do ponto de controle, dos pontos extremos, dos pontos de desprendimento dos vórtices discretos e dos pontos rugosos associados a cada painel; calcula-se, também, o ângulo de orientação e o comprimento de cada painel.

3° Passo: Preparação

Neste passo são construídas as matrizes que não dependem da distribuição do campo de vorticidade ou do campo de velocidades, ou seja, que só dependem da discretização e disposição das fronteiras sólidas. Essas matrizes constituem parte do sistema linear:

- Para determinar a distribuição de fontes/sumidouros e intensidade de vórtices desprendidos ao longo da fronteira para satisfazer a condição de aderência (parcela da equação 3.77);
- Para determinar a pressão distribuída ao longo de cada painel, e posteriormente obter as cargas distribuídas (parcela da equação 3.103) .

Estas matrizes dependem somente das coordenadas dos pontos de controle e/ou dos pontos extremos dos painéis, que são fixos ao longo da simulação, já que não há movimento relativo entre as fronteiras. Observe que neste trabalho, como desenvolvido por Bimbato (2008), o solo é mantido fisicamente em repouso e não há desprendimento de vórtices ao longo deste, como estratégia numérica para representar o movimento do solo com a mesma velocidade do escoamento incidente.

4° Passo: Imposição da condição de aderência (Superfície Lisa)

Neste passo, o conjunto de equações que representam a imposição da condição de impenetrabilidade e escorregamento nulo são resolvidos (equação 3.77). Ao final obtém-se a intensidade do conjunto de singularidades utilizada para garantir a condição de impenetrabilidade e a intensidade do conjunto de vórtices discretos para obter a condição de escorregamento nulo. Estes vórtices discretos irão representar a formação da camada limite e, posteriormente, com a convecção e a difusão da vorticidade, a esteira de vórtices que se forma a jusante do corpo.

5° Passo: Cálculo do efeito da Rugosidade

Neste passo calcula-se a velocidade total induzida no ponto de desprendimento e nos pontos rugosos distribuídos ao redor destes. De posse destas velocidades totais calcula-se a viscosidade turbulenta associada ao ponto de desprendimento inicial; com esta viscosidade turbulenta modifica-se o número de Reynolds local. Como o raio do núcleo do vórtice discretos depende do número de Reynolds, este também é modificado (equação 3.68).

O conjunto de vórtices desprendidos anteriormente influenciam no cálculo da viscosidade turbulenta, porém, este representa apenas um desprendimento de vórtices virtuais, pois um novo conjunto de fontes/sumidouros e vórtices discretos com intensidades diferentes do calculado anteriormente é necessário para garantir a condição de aderência, levando em conta o novo ponto de desprendimento.

Nota-se que, como os raios do núcleos dos vórtices discretos são modificados, e estes devem tangenciar o ponto de controle dos painéis que lhes dá origem, os pontos de desprendimento de vórtices discretos também devem ser modificados.

Observa-se também que, neste caso, parte do sistema linear da aderência (influência da velocidade induzida pelos vórtices desprendidos) que foi calculado no passo 3 deve ser refeito devido à mudança do ponto de desprendimento.

Assim os efeitos da rugosidade superficial do corpo são representados com a modificação do raio do núcleo e da intensidade dos vórtices discretos nascentes.

6° Passo: Imposição da condição de aderência (Superfície Rugosa)

Este passo é semelhante ao passo 4. Uma vez que as equações do sistema linear são recalculadas, resolve-se a equação matricial para obter a intensidade do conjunto de fontes/sumidouros e de vórtices discretos que garantem a condição de aderência considerando, agora, os efeitos da rugosidade superficial do corpo.

7° Passo: Geração de Vorticidade

Como discutido anteriormente, com a imposição da condição de aderência sobre cada ponto de controle, faz-se necessário gerar vórtices discretos tangenciando estes pontos (etapas anteriores). Este passo adiciona na nuvem de vórtices o novo conjunto de vórtices discretos desprendidos no instante considerado. Desta forma, o número de vórtices discretos de Lamb da nuvem aumenta a cada incremento de tempo da simulação numérica em $mb1$ (número de painéis que discretiza o cilindro circular) representando, assim, a evolução da esteira de Von Kármán.

8° Passo: Cálculo da velocidade induzida em cada vórtice discreto de Lamb pela fronteira sólida (Método dos Painéis)

Como abordado na seção 3.4, o campo de velocidades pode ser determinado pela soma do componente irrotacional $\vec{u}_p = (u_p, v_p)$ e rotacional $\vec{u}_s = (u_s, v_s)$ da velocidade. O componente irrotacional é dado pela contribuição do escoamento incidente e da fronteira sólida, e o campo rotacional é dado pela contribuição da nuvem de vórtices discretos. Neste passo, determina-se o componente irrotacional $\vec{u}_p = (u_p, v_p)$ da velocidade, como se segue:

1. *Contribuição do escoamento incidente:* O escoamento incidente induz velocidade nos vórtices discretos de Lamb. Este são dados pelas equações a seguir, respectivamente na direções x e y :

$$u_\infty = U \cdot \cos\alpha = 1 \quad (4.4)$$

$$v_\infty = U \cdot \sin\alpha = 0 \quad (4.5)$$

onde U é o módulo da velocidade incidente e α é o angulo de inclinação em relação à horizontal do escoamento incidente.

2. *Contribuição das fronteiras sólidas:* Esta contribuição contabiliza a correção da velocidade devido à superfície do corpo no escoamento e é levada em conta através do método dos painéis. Assim, determina-se a influência de cada singularidade distribuída sobre cada painel que discretiza as fronteiras ($mb = mb1 + mb2$ painéis) sobre cada vórtice discreto de Lamb que compõe a nuvem. A velocidade induzida em um vórtice k arbitrário, localizado no ponto de coordenada (x_k, y_k) , em x e y , respectivamente, é dada por:

$$u_{ki} = \sum_{i=1}^{mb} \frac{\sigma_i}{2\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{(x_k - x_{1i})^2 + (y_k - y_{1i})^2}}{\sqrt{(x_k - x_{2i})^2 + (y_k - y_{2i})^2}} \right) \quad (4.6)$$

$$v_{ki} = \sum_{i=1}^{mb} \frac{\sigma_i}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2) \quad (4.7)$$

θ_1 e θ_2 são dados como mostra a figura 3.2, considerando o ponto P a posição do vórtice k , (x_{1i}, y_{1i}) e (x_{2i}, y_{2i}) as coordenadas dos pontos extremos do painel i , σ_i a intensidade da singularidade distribuída no painel i e mb o número de painéis que discretizam as fronteiras sólidas (cilindro circular e solo).

Assim, o componente irrotacional da velocidade $\vec{u}_{pk} = (u_{pk}, v_{pk})$ em x e y , respectivamente, é dado por:

$$u_{p_k} = u_{ki} + u_{\infty} \quad (4.8)$$

$$v_{p_k} = v_{ki} + v_{\infty} \quad (4.9)$$

9º Passo: Cálculo da velocidade induzida em cada vórtice discreto devido à nuvem de vórtices discretos de Lamb (Lei de Biot-Savart)

Nesta parte determina-se o campo de velocidades a partir da distribuição de vorticidade no domínio, utilizando para isso a Lei de Biot-Savart. Esta lei determina a velocidade induzida em um determinado vórtice discreto de Lamb a partir da influência de todos os outros da nuvem. Esta equação pode ser descrita para um determinado vórtice k da seguinte forma:

$$u_{s_k} = \sum_{j=1}^{NV} \frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{(y_k - y_j)}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \left[1 - C \cdot \exp \left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_{0j}^2} \right) \right] \quad (4.10)$$

$$v_{s_k} = \sum_{j=1}^{NV} \frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{(x_k - x_j)}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \left[1 - C \cdot \exp \left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_{0j}^2} \right) \right] \quad (4.11)$$

onde (x_k, y_k) e (x_j, y_j) são, respectivamente, as coordenadas das posições do vórtice discreto k e do vórtice discreto j de intensidade Γ_j e raio do núcleo σ_{0j} ; NV é o número total de vórtices discretos na nuvem, $r_{kj} = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2}$ e $C = 0$ se a distância entre os vórtices j e k for maior ou igual ao raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb indutor ($r_{kj} \geq \sigma_{0j}$), simplificando assim o cálculo da velocidade induzida pela utilização do modelo do vórtice potencial. Caso contrário, C assume o valor de 1 e a equação do modelo de vórtice de Lamb é utilizada.

Desta forma, a velocidade total de cada vórtice, nas direções x e y , respectivamente, são dados pela soma das equações 4.8 e 4.10 e as equações 4.9 e 4.11.

10º Passo: Cálculo da distribuição de pressão no cilindro (Determinação das Cargas Fluidodinâmicas)

Neste passo, como exposto na seção 3.10, determina-se a distribuição instantânea de pressão e os coeficientes instantâneos de arrasto e de sustentação sobre o corpo. Esta pressão é determinada para cada ponto de controle que compõe a superfície discretizada do cilindro circular.

11º Passo: Cálculo da Viscosidade Turbulenta

A partir da construção do campo de velocidades, calculado nos passos 8 e 9, estima-se os efeitos da turbulência. Isso é feito calculando-se a viscosidade turbulenta ao longo do domínio e, então, modificando o número de Reynolds localmente. Os pontos em que a viscosidade

turbulenta é calculada são exatamente aqueles em que estão localizados os vórtices discretos. O cálculo da viscosidade turbulenta é feito como mostra a equação 3.31, na seção 3.2.

12° Passo: Convecção da Vorticidade

Neste passo o vórtice discreto é deslocado com sua velocidade local total; portanto, o escoamento nesta fase é caracterizado como potencial e a vorticidade é transportada como se fosse uma partícula material de fluido.

Para obter a nova posição dos vórtices devido à convecção, resolve-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem de problema de valor inicial independente. Neste trabalho isto é realizado através do esquema de avanço de primeira ordem de Euler (subseção 3.9.1).

13° Passo: Difusão da Vorticidade

É no processo de difusão que os efeitos da viscosidade e da turbulência são levados em consideração. Como a difusão depende do número de Reynolds local, os efeitos da turbulência são considerados pela modificação do número de Reynolds local do escoamento, onde as manifestações da turbulência são relevantes.

A difusão age, então, na nova posição (determinada pela convecção) modificando o campo de vorticidades do escoamento através da perturbação do movimento de cada partícula de vórtices em um movimento estocástico (Método do Avanço Randômico).

14° Passo: Impressão dos resultados

Neste passo todos os resultados necessários para as análises do escoamento são gravados em arquivos externos.

Capítulo 5

ANÁLISE DO TEMPO DE PROCESSAMENTO

Este capítulo apresenta uma análise do tempo de processamento para diferentes partes do programa e, em seguida, as medidas tomadas para acelerá-las, especialmente o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta.

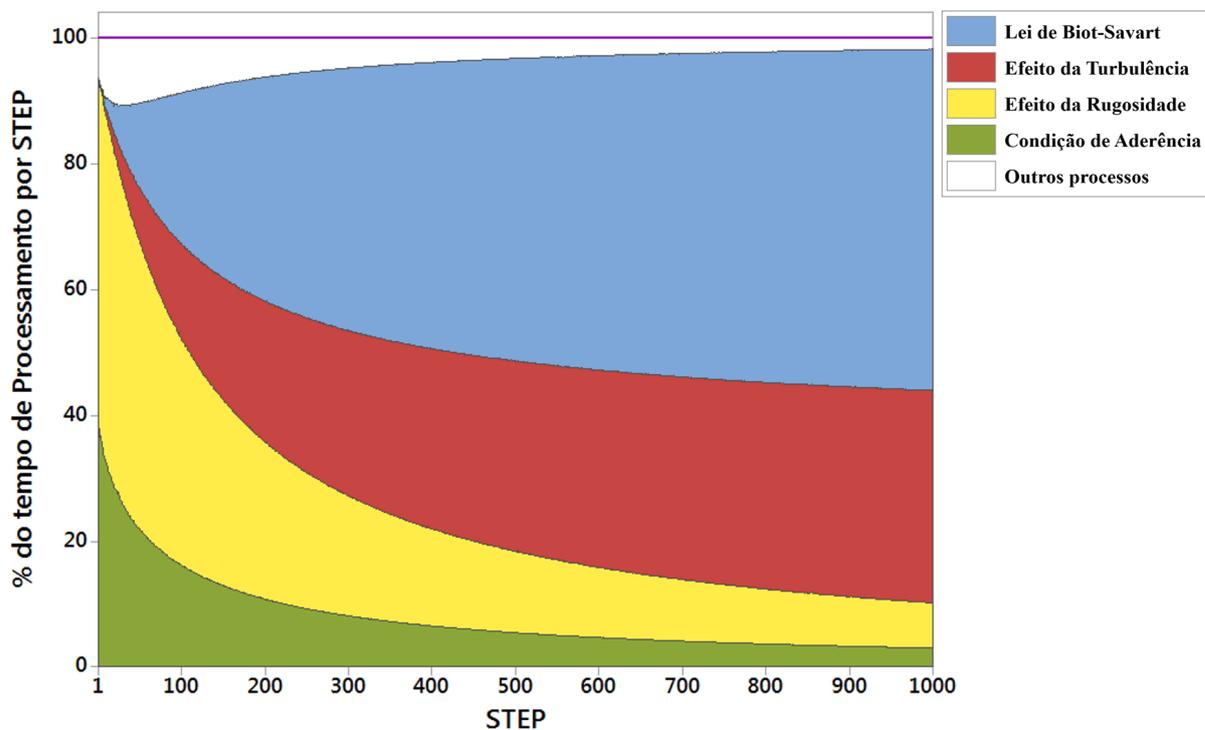
5.1 TEMPO DE PROCESSAMENTO DO PROGRAMA

Como apresentado na figura 4.2, para identificar as tarefas mais onerosas, o programa foi dividido nas seguintes etapas:

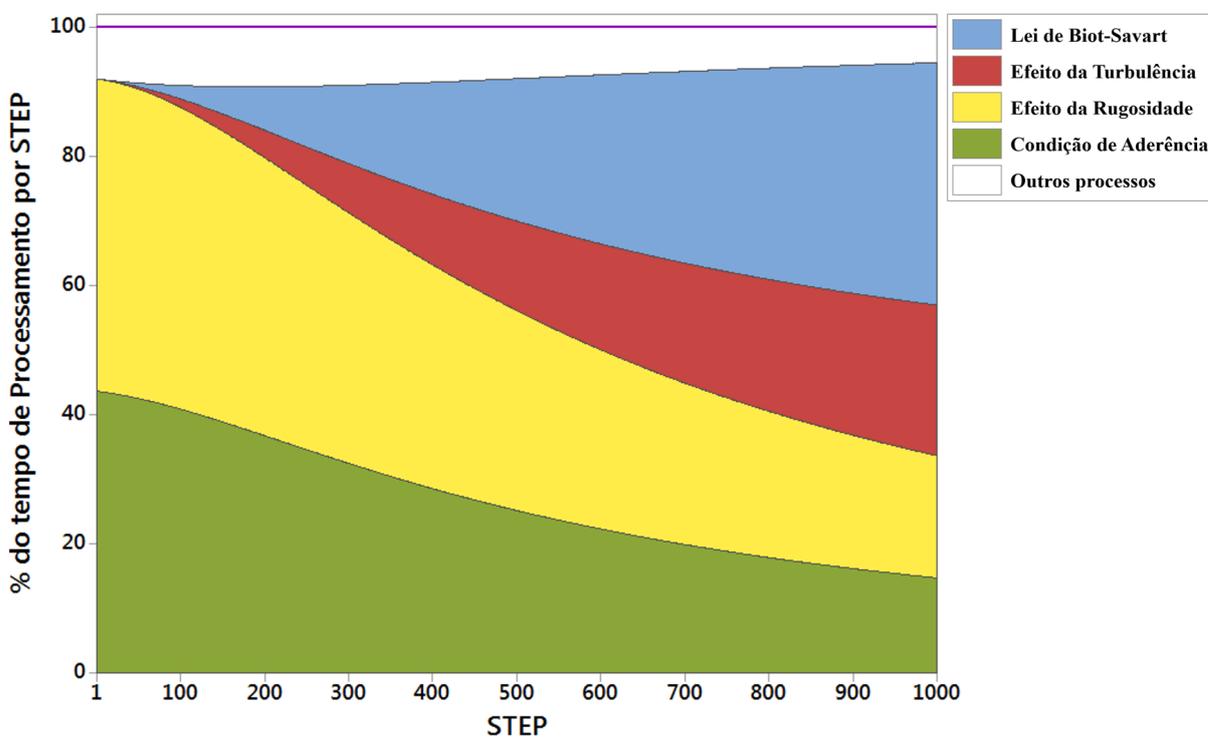
1. Imposição da condição de aderência no corpo;
2. Efeito da Rugosidade;
3. Lei de Biot-Savart;
4. Efeito da turbulência;
5. Outros processos;

Foram analisados os programas com cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado e sob o efeito do solo. Na figura (5.1) é apresentada a porcentagem de tempo gasto em cada um dos processos listados anteriormente para cada incremento de tempo (step).

Para o programa com o cilindro circular isolado, 2,58% do tempo de processamento total foram gastos com as outras etapas como geração de vorticidade, cálculo das cargas fluidodinâmicas, convecção e difusão da vorticidade; já no programa com efeito do solo este número representa 7,19% do tempo total.



(a) Cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado.



(b) Cilindro circular hidraulicamente rugoso sob a influência do solo.

Figura 5.1: Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapa para cada incremento de tempo (step)

Como observado na figura 5.1a, para o cilindro circular isolado, verifica-se que inicialmente pouco tempo é gasto para o cálculo da Lei de Biot-Savart e para o cálculo do efeito da turbulência, enquanto que a aderência e a rugosidade são mais onerosas; porém, à medida que a simulação avança, esta situação inverte-se. Isso ocorre porque, para os primeiros passos de tempo, há poucos vórtices discretos no domínio fluido e o tempo de processamento para a Lei de Biot-Savart e para a turbulência dependem muito mais deste fator do que as outras etapas. Da mesma forma, o tempo gasto para o estabelecimento da condição de aderência e dos efeitos da rugosidade é dependente do número de painéis usado para discretizar a fronteira sólida, e este é constante ao longo da simulação. Isto justifica o fato de que, nos primeiros passos de tempo, a porcentagem do tempo de processamento gasto para o cálculo do efeito da rugosidade e da condição de aderência seja maior do que para o cálculo da Lei de Biot-Savart e do efeito da turbulência, e nos últimos passos esta fato se inverte. Como se pode observar na tabela 5.1, para o último passo de tempo, cerca de 54,30% e 33,80% do tempo de processamento foi utilizado, respectivamente, para calcular a Lei de Biot-Savart e o efeito da turbulência.

Para o caso da simulação levando em conta o solo (figura 5.1b), de modo semelhante ao que ocorre no caso anterior, inicialmente pouco tempo é gasto para o cálculo da Lei de Biot-Savart e o cálculo do efeito da turbulência, enquanto que a aderência e a rugosidade são mais onerosas; porém, devido ao número de painéis utilizados para discretizar o solo, o tempo gasto com a aderência e a rugosidade continua dispendioso até o final da simulação. Isso faz com que o tempo gasto ao longo da simulação seja dividido entre as etapas de maneira mais homogênea do que para o cilindro circular isolado. Ao final, o tempo gasto com o modelo de rugosidade representa uma porcentagem maior do que aquela gasta com a Lei de Biot-Savart (tabelas 5.2 e 5.1).

As tabelas (5.1) e (5.2) resumem os dados para o tempo de processamento para cada etapa:

Tabela 5.1: Tempo de processamento gasto no último incremento de tempo (STEP =1000) para cada etapa

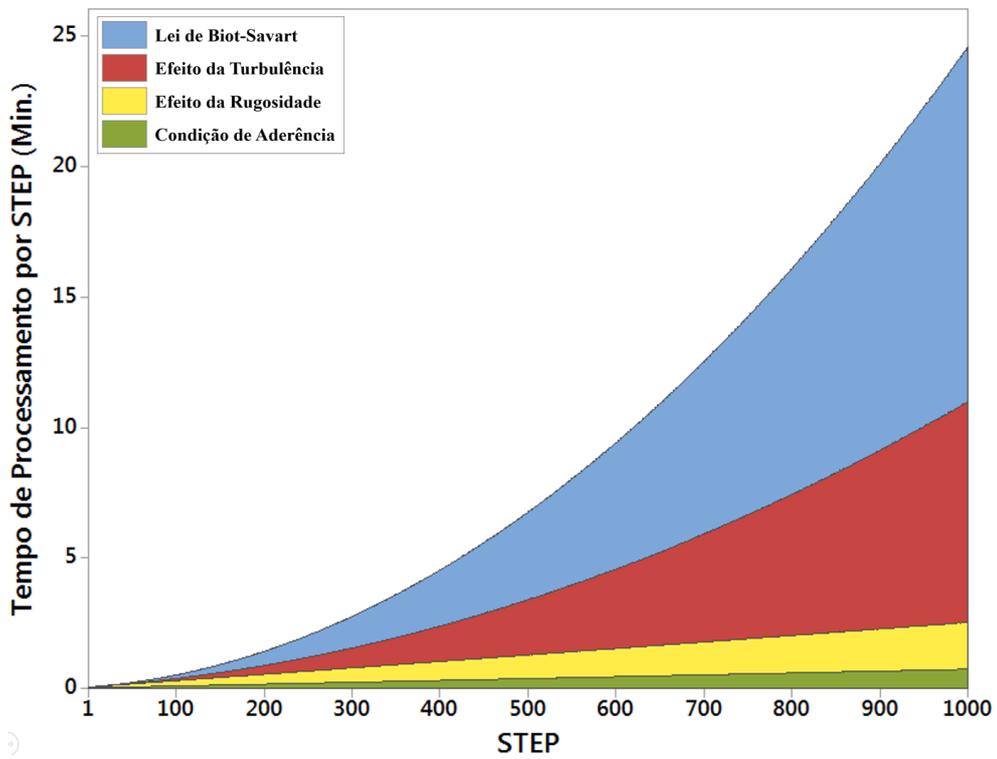
ETAPAS	CILINDRO ISOLADO	CILINDRO PRÓXIMO AO SOLO
Lei de Bio-Savart	13,56 min 54,30%	13,56 min 37,49%
Turbulência	8,44 min 33,80%	8,43 min 23,30%
Rugosidade	1,79 min 7,17%	6,84 min 18,91%
Aderência	43,93 seg. 2,93%	5,32 min 14,69%
Outros	29,95 seg. 1,80%	2,03 min 5,61%
Total	24,98 min 100%	36,19 min 100%

Tabela 5.2: Tempo de processamento gasto em todo o programa para cada etapa

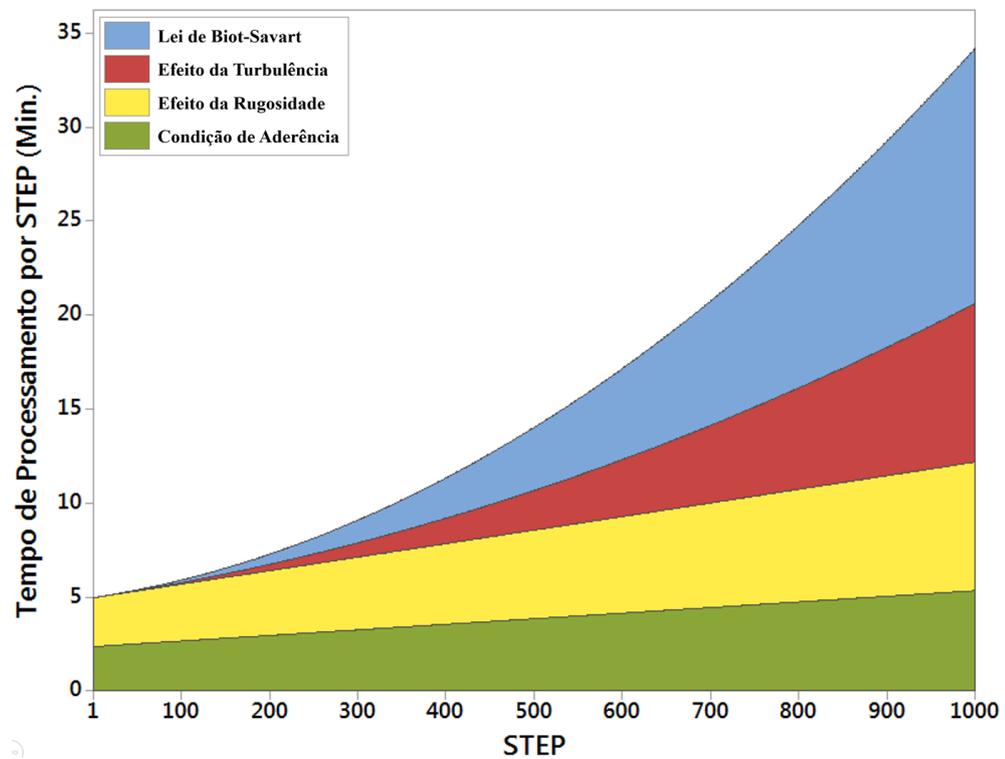
ETAPAS	CILINDRO ISOLADO	CILINDRO PRÓXIMO AO SOLO
Lei de Bio-Savart	3 dias, 3 horas e 3,21 min 51,00%	3 dias, 3 horas e 3,78 min 26,35%
Turbulência	1 dia, 22 horas e 56,71 min 31,90%	1 dia, 22 horas e 53,28 min 16,46%
Rugosidade	15 horas e 5,95 min 10,26%	3 dias, 6 horas e 35,16 min 27,59%
Aderência	6 horas e 15,74 min 4,26%	2 dias, 15 horas e 48,85 min 22,40%
Outros	3 horas e 48,16 min 2,58%	20 horas e 29,17 min 7,19%
Total	6 dias, 3 horas e 9,78 min 100,00%	11 dias, 20 horas e 50,24 min 100,00%

O programa foi compilado com o gfortran no Linux, em um computador com as seguintes configurações: INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 8GB RAM DDR3 1333 MHZ. O tempo de processamento total (para step até 1000) foi de 6 dias, 3 horas e 9 minutos para o caso do cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado e de 11 dias, 20 horas e 50 minutos para o cilindro circular hidraulicamente rugoso próximo ao solo. As figuras (5.2a) e (5.2b) mostram, respectivamente, para o cilindro circular hidraulicamente rugoso, isolado e sob efeito do solo, o tempo de processamento gasto em cada incremento de tempo individual.

Após esta primeira análise, o objetivo é propor mudanças no algoritmo a fim de otimizá-lo ou procurar maneiras de diminuir o tempo. Neste trabalho a atenção será voltada para o cálculo do efeito da turbulência, da rugosidade e para a imposição da condição de aderência.



(a) Cilindro circular hidráulicamente rugoso isolado.



(b) Cilindro circular hidráulicamente rugoso próximo ao solo.

Figura 5.2: Tempo de processamento para cada incremento de tempo individual

5.2 Aceleração do código

É necessário destacar aqui que as mudanças implementadas vêm apenas no sentido de diminuir o tempo de processamento e não de provocar mudanças na precisão dos cálculos ou nos resultados. Assim, no próximo capítulo serão analisados os valores dos coeficientes de pressão, de arrasto e de sustentação e número de Strouhal, comparando os resultados obtidos com o programa original e aqueles obtidos com as mudanças implementadas a seguir.

5.2.1 Aceleração da Turbulência

A atividade turbulenta local é calculada a partir da função estrutura de velocidade de segunda ordem, como já mencionado. A partir deste cálculo obtém-se a viscosidade turbulenta local, que é somada à viscosidade molecular, modificando o número de Reynolds localmente. O efeito da turbulência é considerado no processo de difusão, ou seja, neste estágio faz-se a conexão entre as grandes e as pequenas escalas do escoamento. Com o intuito de se acelerar o cálculo da viscosidade turbulenta faz-se as seguintes observações:

1. Os pontos onde são calculados os efeitos da turbulência são os mesmos das posições dos vórtices discretos;
2. O efeito da turbulência é calculado a partir da viscosidade turbulenta (equação (3.31)) que, por sua vez, depende da função estrutura de velocidade de segunda ordem (equação (3.30));
3. Os vórtices discretos que influenciam a turbulência em um ponto k são aqueles localizados dentro de uma coroa circular centrada no vórtice em análise (vórtice k). Os raios das circunferências que delimitam a coroa são: raio interno é igual $0,1$ do raio do núcleo do vórtice k e raio externo igual a 1 mais s_m (parâmetro de entrada do programa) do raio do núcleo do vórtice k .

Para identificar o conjunto de vórtices discretos que influenciam no cálculo do efeito da turbulência em um ponto k , ou seja, que pertencem à área delimitada pelos raios descritos anteriormente, o programa verifica a distância entre o vórtice k e cada um dos vórtices da nuvem, encontrando assim o conjunto de vórtices que influenciam a turbulência neste local. Esta mesma análise é feita para todos os vórtices discretos do domínio. Esta forma de busca faz com que este processamento fique muito oneroso. A ideia aqui será criar um modelo que identifique de maneira mais eficiente este conjunto de vórtices.

Assim, a ideia do modelo desenvolvido é criar uma estrutura de caixas, como uma malha, de tal maneira a dividir o domínio em regiões menores. Estas caixas limitam o raio de procura daqueles vórtices que influenciam a turbulência em k . Assim o seguinte algoritmo foi criado:

1° PASSO: Delimitar o domínio total com vorticidade.

Encontrar o valor da coordenada x dos vórtices que delimitam o domínio na direção horizontal;

Encontrar o valor da coordenada y dos vórtices que delimitam o domínio na direção vertical;

O objetivo deste passo é construir o domínio de análise. Isso é feito para cada incremento de tempo (step) e a procura pelas coordenadas (x_{min}, y_{min}) e (x_{max}, y_{max}) é feito em toda a nuvem.

2° PASSO: Determinar em qual caixa cada vórtice discreto da nuvem pertence:

Observa-se que o número de cálculos deste passo depende exclusivamente da quantidade de vórtices discretos na nuvem no incremento de tempo em questão, e não do número de caixas utilizadas para delimitar o domínio. Não há uma construção efetiva de caixas, mas sim, a determinação de índices i e j para cada vórtice discreto que correspondem aos índices da caixa à qual ele pertenceria. Estes índices são calculados como mostra nas equações (5.1) e (5.2).

$$i = \left(\frac{y_k - y_{min}}{\Delta y} \right) \quad (5.1)$$

$$j = \left(\frac{x_k - x_{min}}{\Delta x} \right) \quad (5.2)$$

onde Δx e Δy são as dimensões em x e em y de cada uma das caixas, que é constante e dado pela equações (5.3) e (5.4).

$$\Delta x = \left(\frac{x_{max} - x_{min}}{2^{level}} \right) \quad (5.3)$$

$$\Delta y = \left(\frac{y_{max} - y_{min}}{2^{level}} \right) \quad (5.4)$$

sendo $level$ um parâmetro de entrada do programa que determina o número de divisões do domínio em cada uma das direções. Desta forma, 2^{level} é o número de caixas virtualmente construídas na direção x e na direção y e, portanto, $2^{level} \cdot 2^{level} = 4^{level}$ é o número total de caixas. Para identificar a caixa à qual cada vórtice pertence foi dado um rótulo e a matriz box guarda este rótulo da seguinte forma:

$$BOX(i, j, m) = k \quad (5.5)$$

onde:

- i é o rótulo da caixa na direção y ;

- j é o rótulo da caixa na direção x , portanto tem-se a caixa (i,j) ;
- m é o rótulo do vórtice na caixa, ou seja, é uma contagem interna (na caixa) do número de vórtices discretos. O máximo valor de m para um (i,j) é o número total de vórtices discretos na caixa (i,j) ;
- k é o rótulo do vórtice na simulação (ex: $k=1$ primeiro vórtice discreto nascente);

Inicialmente, para identificar a dimensão da matriz na compilação do programa, atribui-se à matriz BOX uma dimensão fixa (alocação estática de memória) com os seguintes valores:

$$i_{max} = j_{max} = 2^{level} \quad (5.6)$$

$$m_{max} = mb \cdot stop \quad (5.7)$$

sendo mb o número de painéis no cilindro circular (não há desprendimento de vórtices no solo) e $stop$ o número máximo de iterações (step máximo).

As simulações foram feitas para $mb = 300$ e $stop = 1000$, o que caracteriza um número final de vórtices discretos na nuvem de 300000, sendo este o limite superior para o valor de m (rótulo do vórtice na caixa). Pela limitação de armazenamento de uma matriz, já que a princípio foi utilizado uma alocação estática de memória, os testes foram feitos inicialmente para valores de $level$ até 6. É importante destacar que o Fortran não limita o tamanho máximo de declaração ou alocação de uma matriz; este valor é limitado pela memória RAM disponível no computador. A máquina utilizada para esta simulação tem 8Gb ($8GBytes = 8 \cdot 1024MBytes = 8 \cdot 1024^2KBytes = 8 \cdot 1024^3Bytes$) de memória; supondo que 100% desta memória estará disponível para a simulação e como a matriz BOX é inteira, ela consome 4 bytes de memória para cada espaço de alocação; assim, de acordo com a dimensão máxima que a matriz BOX pode chegar, o valor de $level$ máximo é:

$$2^{level} \cdot 2^{level} \cdot mb \cdot stop = \frac{8 \cdot 1024^3}{4}$$

$$2^{2level} \cdot 300 \cdot 1000 = 2 \cdot 1024^3$$

$$level = 6,4$$

Porém, o $level$ deve ser um número inteiro, portanto, 6. Isso aconteceu pois, na alocação estática, é necessário que se estime antes do início do programa a quantidade de memória que será necessária, podendo sobrestimá-la, como neste caso. Assim, optou-se por uma alocação dinâmica de memória, o que permitiu trabalhar com níveis maiores de divisão do domínio (maiores valores de $level$). Desta forma, antes do passo 2, uma estrutura semelhante a esta etapa é feita

com o objetivo de calcular o tamanho máximo de alocação da matriz BOX, para o nível de divisão do domínio em questão; ou seja determina-se o número máximo de vórtices discretos (m_{ij}) em cada caixa (i, j) ($M = \{m_{ij} / 1 \leq i \leq 2^{level} e 1 \leq j \leq 2^{level}\}$) e aloca-se dinamicamente a matriz BOX a partir deste valor, em cada incremento de tempo (step), da seguinte forma¹:

$$i_{max} = j_{max} = 2^{level} \tag{5.8}$$

$$m_{max} = \max M = \max_{m_{ij} \in M} m_{ij} \tag{5.9}$$

3º PASSO: Calcular a viscosidade turbulenta.

A diferença entre esta etapa e o algoritmo inicial é que o raio de busca dos vórtices discretos que influenciam no cálculo da viscosidade turbulenta em um determinado local é menor; inicialmente este conjunto de vórtices era procurado em toda a nuvem e agora apenas na caixa onde o ponto em que se deseja obter a influência da turbulência está e nas caixas vizinhas (figura 5.3).

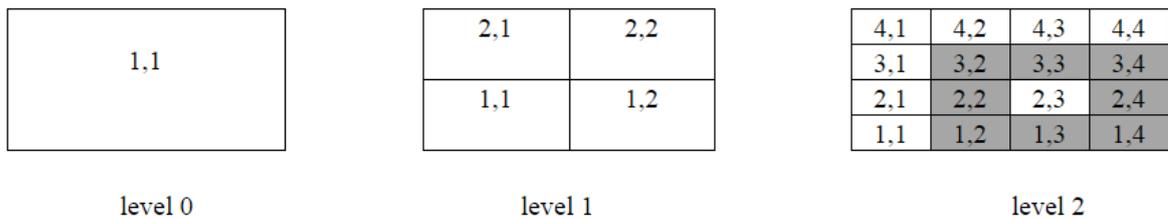


Figura 5.3: Exemplo de estrutura de caixas para calcular a viscosidade turbulenta.

Como exemplificado na figura (5.3), para o cálculo da turbulência em um ponto pertencente à caixa (2,3), leva-se em conta todos os vórtices discretos pertencentes à caixa (2,3) e às caixas vizinhas (em cinza). A figura 5.4 mostra um arquivo de saída destacando a estrutura de caixas criada.

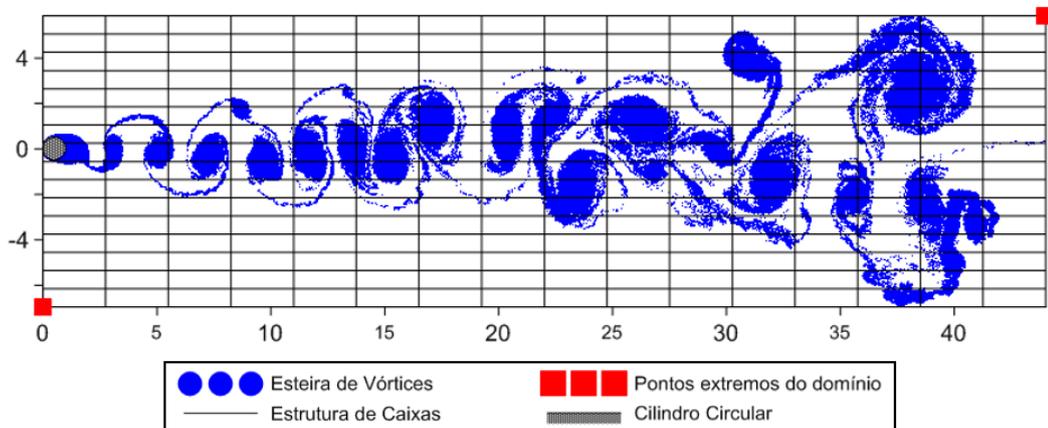


Figura 5.4: Estrutura das caixas no level 4 para a esteira no instante $t = 50$ (step=1000) - simulação para um cilindro circular isolado.

¹Apêndice B

No apêndice B é apresentado um esquema do algoritmo desenvolvido para acelerar o cálculo da turbulência e uma descrição das rotinas desenvolvidas em linguagem fortran.

Estudo do nível de divisão do domínio na estrutura de caixas (level)

Para estudar a variação do tempo de processamento para diferentes níveis de divisão do domínio criou-se um algoritmo que, para um determinado arquivo externo com os valores de posição, velocidade, raio do núcleo e intensidade de cada vórtice discreto da nuvem, calcula-se a viscosidade turbulenta em cada posição. Tais arquivos foram obtidos através de uma simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro circular hidraulicamente liso e isolado, discretizado em 300 painéis planos, na qual o tempo adimensional final da simulação numérica foi de $t = 50,00$. O objetivo é obter o tempo de processamento para diferentes valores de level e compará-los com o tempo de processamento do programa inicial sem o uso da estrutura de caixas (chamado level 0). Também são comparados os resultados do tempo de processamento com alocação estática de memória e com alocação dinâmica de memória (figura 5.5).

A figura 5.6 mostra o tempo gasto por cada passo de tempo (step) para valores de level maiores que 6. Observa-se que há um limite para o nível de divisão do domínio a partir do que o tempo começa a crescer novamente; este limite é dado pelo level 11.

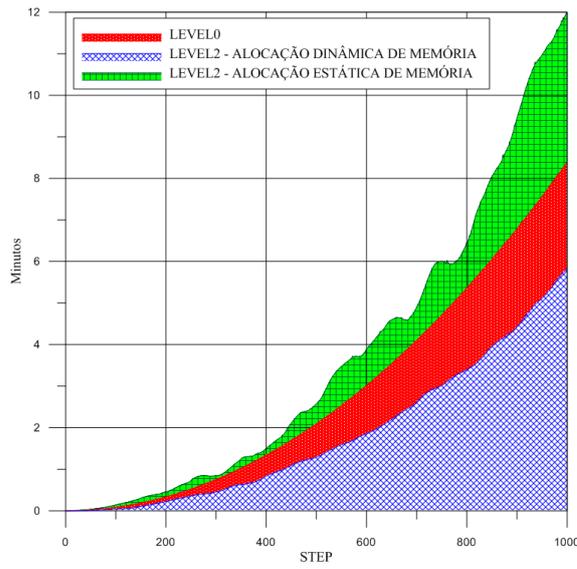
Destaca-se ainda, que as simulações foram feitas para valores de level de até 14, pois a partir do level 15 o espaço de alocação no computador não é suficiente. Fazendo uma análise semelhante à feita na secção anterior tem-se que, como o computador utilizado tem 8Gb ($8GBytes = 8 \cdot 1024MBytes = 8 \cdot 1024^2KBytes = 8 \cdot 1024^3Bytes$) de memória e supondo que 100% desta memória estará disponível para a simulação, e como a matriz BOX consome 4 bytes de memória para cada espaço de alocação, o número máximo de vórtices discretos (z) que cada caixa pode possuir para level igual a 15 é:

$$2^{level} \cdot 2^{level} \cdot z = \frac{8 \cdot 1024^3}{4}$$

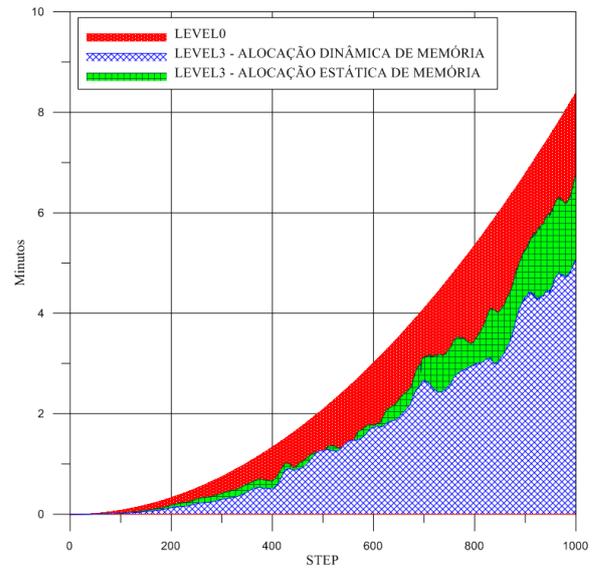
$$2^{15} \cdot 2^{15} \cdot z = 2 \cdot 1024^3$$

$$z = 2$$

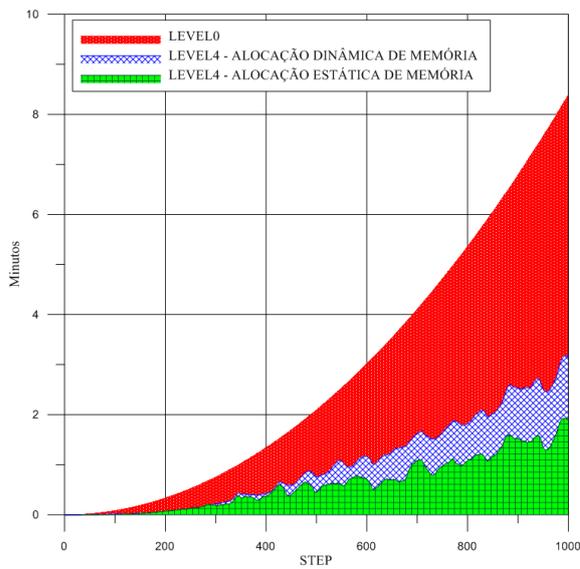
como o número de vórtices discretos é maior que este valor, o programa para a execução.



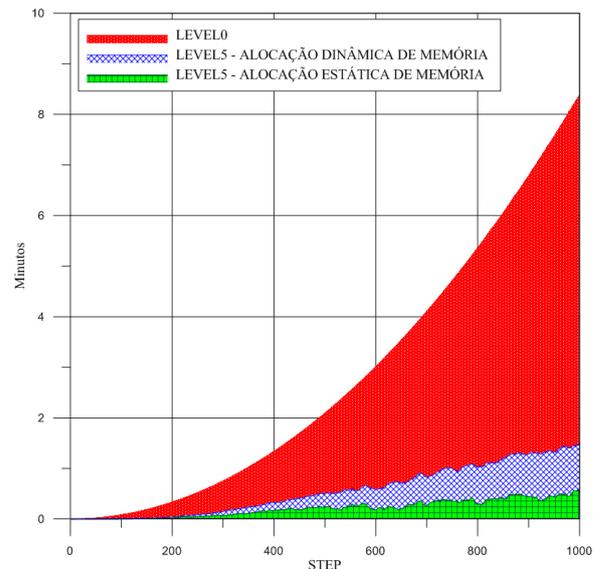
(a) Tempo de processamento por STEP - level 2



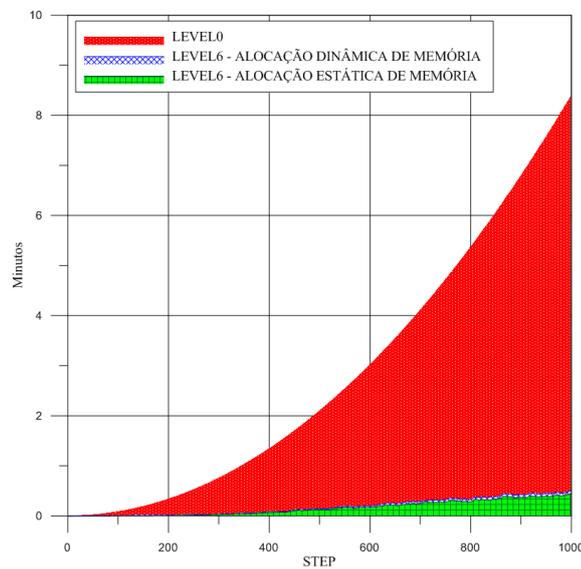
(b) Tempo de processamento por STEP - level 3



(c) Tempo de processamento por STEP - level 4



(d) Tempo de processamento por STEP - level 5



(e) Tempo de processamento por STEP - level 6

Figura 5.5: Comparação do tempo de processamento com alocação estática e dinâmica de memória e o modelo inicial, por step

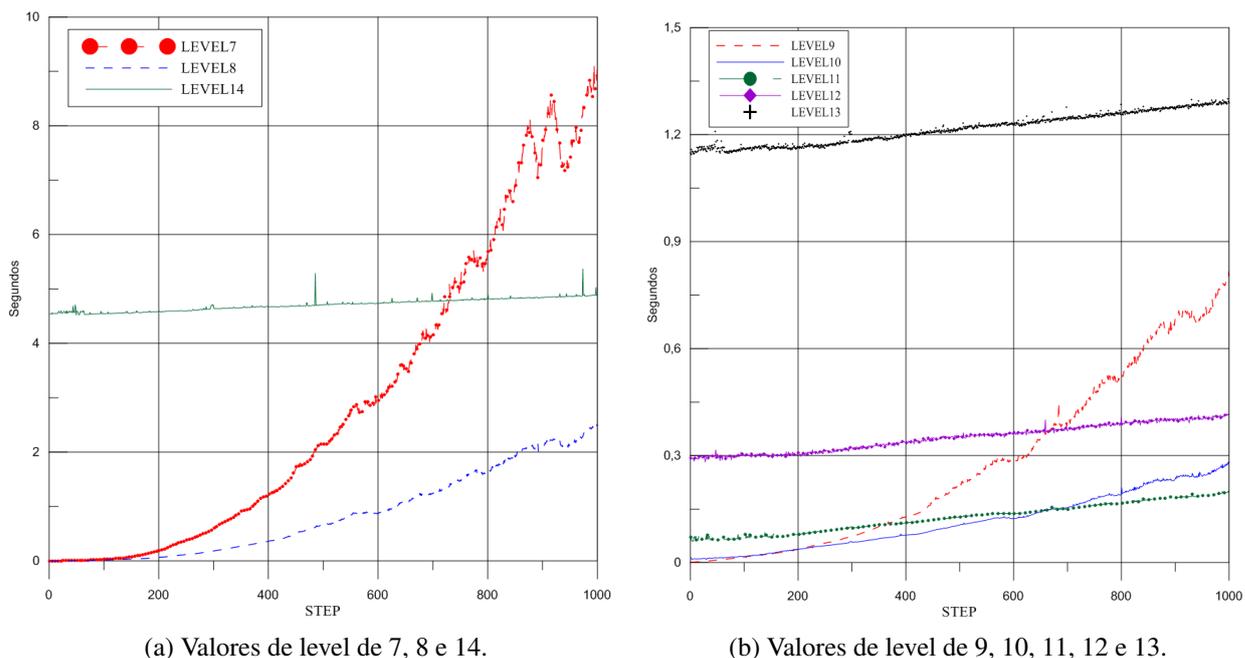
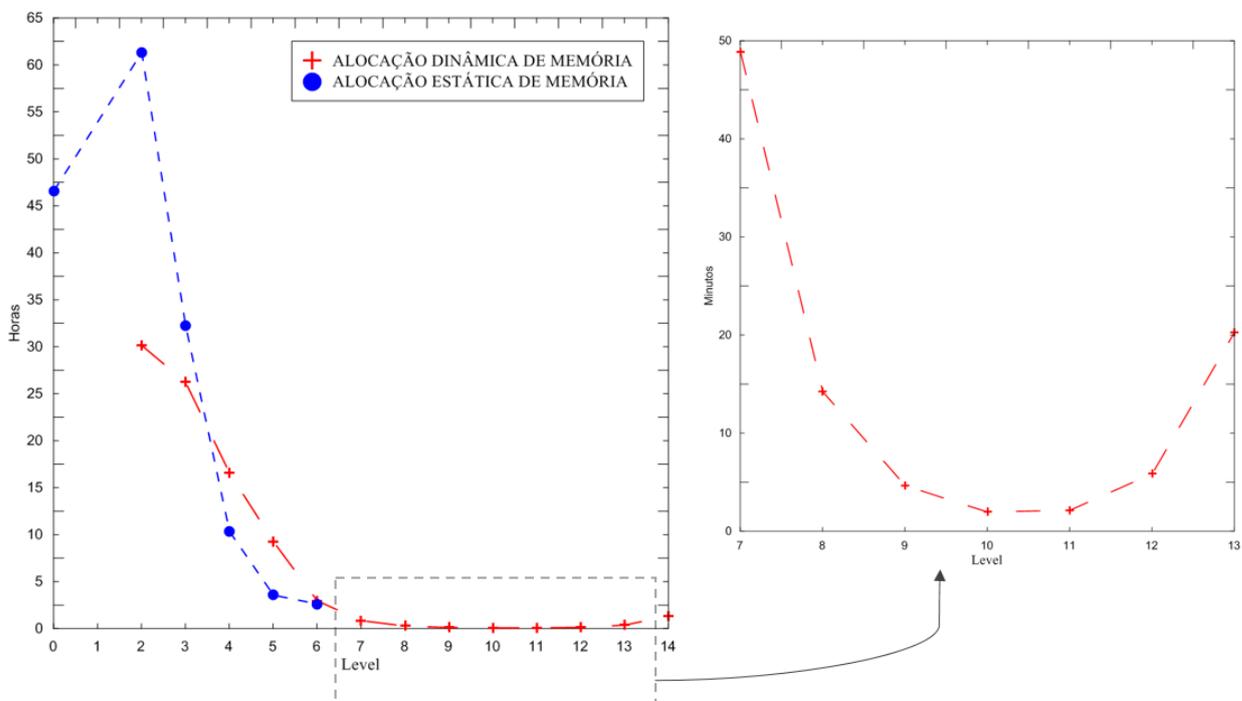


Figura 5.6: Tempo de processamento para diferentes valores de level por step (Alocação dinâmica de memória).

A figura 5.7 mostra a variação do tempo de processamento total para diferentes valores de level com alocação estática e dinâmica de memória.



As análise anteriores são resumidas na tabela 5.3 .

Tabela 5.3: Tempo de processamento total para diferentes valores de level por tipo de alocação de memória e porcentagem do tempo gasto em relação ao level 0 ($t_{total\ level\ x}/t_{total\ level\ 0}$)

LEVEL	TEMPO TOTAL (horas)		$t_{total\ level\ x}/t_{total\ level\ 0}$	
	Estática	Dinâmica	Estática	Dinâmica
0	46,633	-	100,00%	-
2	61,355	30,122	131,57%	64,59%
3	32,264	26,191	69,19%	56,16%
4	10,354	16,551	22,20%	35,49%
5	3,599	9,228	7,72%	19,79%
6	2,652	2,927	5,69%	6,28%
7	-	0,814	-	1,75%
8	-	0,236	-	0,51%
9	-	0,077	-	0,17%
10	-	0,032	-	0,07%
11	-	0,035	-	0,08%
12	-	0,097	-	0,21%
13	-	0,338	-	0,72%
14	-	1,307	-	2,80%

A opção pelo uso de alocação dinâmica de memória é devido à possibilidade de se calcular a viscosidade turbulenta em uma estrutura de caixas com um nível de divisão maior do domínio. Destaca-se ainda os seguintes benefícios de se usar a alocação dinâmica de memória:

- Este recurso permite decidir pela requisição de uma quantidade de memória para uso em matrizes somente quando esta se faz necessária. Na alocação estática havia a necessidade de se certificar se alocação assumida era suficiente para o programa rodar;
- Como visto, a alocação dinâmica de memória viabiliza a compilação e execução de programas que, com a alocação estática, não eram viáveis devido ao excessivo consumo de memória;
- Com a alocação dinâmica não há necessidade de recompilar o programa a cada vez que a quantidade de memória requerida é diferente daquela existente no programa, o que é uma outra restrição da alocação estática;

Após o estudo do tempo de processamento com diferentes valores de level optou-se pelo uso do level 8; tal level é o máximo valor para o qual no início da simulação não haja perda de informação, ou seja, este valor de level garante que nos primeiros passos de tempo o raio de procura entre o vórtice em análise e os outros é no mínimo $1 + sm$ vezes o seu raio do núcleo (figura (5.8)). Para valores de level maiores é necessário garantir que este raio de busca para os primeiros passos de tempo não seja menor que a maior distância requerida para o cálculo. Destaca-se que, embora este não seja o valor de level que possui menor tempo de processamento, o tempo gasto aqui é de 14,18 min, o que corresponde a cerca de 0,51% do tempo gasto com o programa inicialmente.

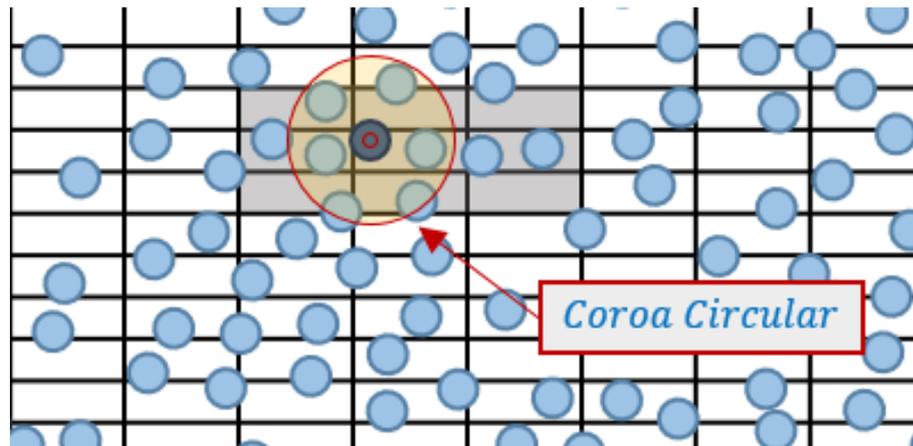


Figura 5.8: Esquema das caixas para o caso em que a coroa circular é maior as caixas utilizadas para o cálculo da viscosidade turbulenta.

5.2.2 Aceleração da Condição de Aderência e Rugosidade

Nesta seção será discutida a modificação efetuada para a obtenção da condição de aderência. Observe que, se o cilindro é rugoso, os vórtices discretos desprendidos depois da determinação da condição de aderência são virtuais e, assim, é necessário, após levar em conta o efeito da rugosidade, reestabelecer a condição de aderência. Desta forma, dentro do efeito da rugosidade inclui-se uma estrutura semelhante para determinar a condição de aderência.

No apêndice C é apresentada a estrutura desenvolvida por Bimbato (2012) para a imposição da aderência, sendo este o ponto de partida do presente trabalho. Logo, para acelerar o processo de imposição da condição de aderência, o objetivo é trocar o processo iterativo, feito pelo programa inicial, pela resolução de um único sistema linear. Este sistema linear é formado pelas equações que representam a velocidade normal e tangencial induzida em cada ponto de controle devido à nuvem de vórtices, às singularidades distribuídas ao longo de cada painel e aos vórtices desprendidos sobre estes. Estas velocidades devem ser iguais a zero para garantir a condição de aderência. As incógnitas do sistema são os valores das singularidades distribuídas e dos vórtices desprendidos sobre cada painel. Assim, resolve-se um sistema de $2 \cdot mb1 + 2$ equações e $2 \cdot mb1$ incógnitas:

$$\left[COUP \right] \left\{ \begin{array}{l} SIGMA \\ GAMMA \end{array} \right\} = \left\{ RHS \right\} \quad (5.10)$$

onde:

- $\left[COUP \right]$ é a matriz de influência;
- $\left\{ \begin{array}{l} SIGMA \\ GAMMA \end{array} \right\}$ é o vetor incógnita, constituído primeiramente pela singularidade fontes/sumidouros ($\sigma(x)$) e, em seguida, pela intensidade dos vórtices desprendidos (Γ);
- $\left\{ RHS \right\}$ é o vetor coluna lado direito (Right Hand Sides).

A matriz de influência é escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 0,5 & K_{1,2}^{fnormal} & \dots & K_{1,n}^{fnormal} & K_{1,1}^{vnormal} & K_{1,2}^{vnormal} & \dots & K_{1,n}^{vnormal} \\ K_{2,1}^{fnormal} & 0,5 & \dots & K_{2,n}^{fnormal} & K_{2,1}^{vnormal} & K_{2,2}^{vnormal} & \dots & K_{2,n}^{vnormal} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n,1}^{fnormal} & K_{n,2}^{fnormal} & \dots & 0,5 & K_{n,1}^{vnormal} & K_{n,2}^{vnormal} & \dots & K_{n,n}^{vnormal} \\ 0 & K_{1,2}^{ftangen} & \dots & K_{1,n}^{ftangen} & K_{1,1}^{vtangen} & K_{1,2}^{vtangen} & \dots & K_{1,n}^{vtangen} \\ K_{2,1}^{ftangen} & 0 & \dots & K_{2,n}^{ftangen} & K_{2,1}^{vtangen} & K_{2,2}^{vtangen} & \dots & K_{2,n}^{vtangen} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n,1}^{ftangen} & K_{n,2}^{ftangen} & \dots & 0 & K_{n,1}^{vtangen} & K_{n,2}^{vtangen} & \dots & K_{n,n}^{vtangen} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

onde:

- $K_{i,j}^{fnormal}$ é um elemento da matriz de influência que representa a velocidade normal induzida pelo painel j no ponto de controle do painel i , devido à distribuição de fontes com densidade constante (ou uniforme) e unitária sobre o painel j ;
- $K_{i,j}^{vnormal}$ é um elemento da matriz de influência, o qual representa a velocidade normal induzida pelo vórtice discreto de Lamb posicionado no ponto de desprendimento j , sobre o ponto de controle do painel i , considerando que a intensidade do vórtice discreto localizado em j seja unitária;
- $K_{i,j}^{ftangen}$ é um elemento da matriz de influência que representa a velocidade tangencial induzida pelo painel j no ponto de controle do painel i , devido à distribuição de fontes com densidade constante (ou uniforme) e unitária sobre o painel j ;
- $K_{i,j}^{vtangen}$ é um elemento da matriz de influência, o qual representa a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb posicionado no ponto de desprendimento j , sobre o ponto de controle do painel i , considerando que a intensidade do vórtice discreto localizado em j seja unitária;
- 0,5 e 0 representam a autoindução, ou seja, $K_{i,i}^{fnormal}$ e $K_{i,i}^{ftangen}$, respectivamente .

O vetor incógnita é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} SIGMA \\ GAMMA \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_i \\ \vdots \\ \sigma_n \\ \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_i \\ \vdots \\ \Gamma_n \end{array} \right\} \quad (5.12)$$

σ_i e Γ_i são as incógnitas do problema e representam, respectivamente, a distribuição uniforme de fontes sobre o painel i e a intensidade do vórtice discreto posicionado no ponto de desprendimento i .

O vetor coluna lado direito, é dado por:

$$\left\{ RHS \right\} = \left\{ \begin{array}{l} LDN_1 \\ \vdots \\ LDN_i \\ \vdots \\ LDN_n \\ LDT_1 \\ \vdots \\ LDT_i \\ \vdots \\ LDT_n \end{array} \right\} \quad (5.13)$$

sendo:

- LDN_i representa a velocidade normal total induzida no ponto de controle do painel i , devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb. O valor de LDN_i para um painel i , que tem um ângulo de orientação de β_i , considerando (u_∞, v_∞) os componentes da velocidade do escoamento incidente, NV o número total de vórtices discretos na nuvem e (u_{ij}, v_{ij}) os componentes da velocidade induzida pelo vórtice j sobre o ponto de controle i , é dado por:

$$LDN_i = u_\infty \sin \beta_i - v_\infty \cos \beta_i + \sum_{j=1}^{NV} (u_{ij} \sin \beta_i - v_{ij} \cos \beta_i) \quad (5.14)$$

- LDT_i representa a velocidade tangencial total induzida no ponto de controle do painel i , devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de

Lamb. Esta pode ser escrita da seguinte forma:

$$LDT_i = -u_\infty \cos \beta_i - v_\infty \sin \beta_i + \sum_{j=1}^{NV} (-u_{ij} \cos \beta_i - v_{ij} \sin \beta_i) \quad (5.15)$$

Acrescenta-se ainda ao sistema linear (5.10) as equações que representam a conservação da massa e a conservação da circulação; estas equações são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_1 \Delta s_1 + \sigma_2 \Delta s_2 + \dots + \sigma_i \Delta s_i + \dots + \sigma_{n-1} \Delta s_{n-1} + \sigma_n \Delta s_n = 0 \quad (5.16)$$

sendo Δs_i é o comprimento do painel i .

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 + \dots + \Gamma_i + \dots + \Gamma_{n-1} + \Gamma_n = 0 \quad (5.17)$$

A próxima seção destaca o tempo ganho aqui com o uso de um único sistema linear.

5.3 TEMPO DE PROCESSAMENTO APÓS A ACELERAÇÃO DO CÓDIGO

Esta seção tem o objetivo de examinar o tempo de processamento de cada etapa, definida no início do capítulo, após a aceleração do código computacional. As figuras (5.9) e (5.10) mostram, respectivamente, para o cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado e sob o efeito do solo, a porcentagem de tempo gasto com o programa inicial e a porcentagem de tempo gasto após a aceleração do código, em relação ao programa inicial.

Inicialmente as modificações discutidas anteriormente foram implementadas para a simulação do escoamento em torno de um cilindro circular isolado hidraulicamente liso e rugosos. Após a comparação dos resultados das cargas fluidodinâmicas, número de Strouhal e do padrão do escoamento entre o programa inicial e obtido com a aceleração do código (capítulo 6) as modificações foram, então, estendidas para o caso da simulação do escoamento em torno de um cilindro circular sob o efeito do solo. Para o caso da simulação do escoamento em torno de um cilindro circular hidraulicamente rugoso sob o efeito do solo, o programa apresentou algumas instabilidades numéricas e, portanto, a aceleração do cálculo do efeito da rugosidade não foi estendida a este caso.

Esta instabilidade aconteceu pois o sistema obtido no cálculo do efeito da rugosidade para satisfazer a condição de aderência é mal condicionado e, para sistemas deste tipo, uma pequena diferença num coeficiente causa uma grande mudança nos resultados. É necessário destacar que o condicionamento é uma propriedade da matriz, não do algoritmo ou da precisão do computador usado para resolver o sistema correspondente. Uma das maneiras de sanar o problema de se encontrar tal resultado, causado pelo mau condicionamento do sistema, é fazer um refinamento da solução, que consiste em obter uma solução inicial e depois melhorá-la via processo iterativo. Destaca-se que isso é justamente o que o programa desenvolvido por Bimbató (2012) faz,

porém, utilizando dois sistemas lineares, um para satisfazer a condição de impenetrabilidade e outro para satisfazer a condição de escorregamento nulo. Uma sugestão para trabalhos futuros é implementar um processo iterativo, no algoritmo que leva em conta a condição de impenetrabilidade e escorregamento nulo simultaneamente, para o cálculo do efeito da rugosidade quando o efeito solo está presente. Nota-se que, para levar em conta o efeito solo, é necessário solucionar mb_2 ¹ equações a mais e encontrar o valor de mb_2 incógnitas a mais para satisfazer a condição de aderência.

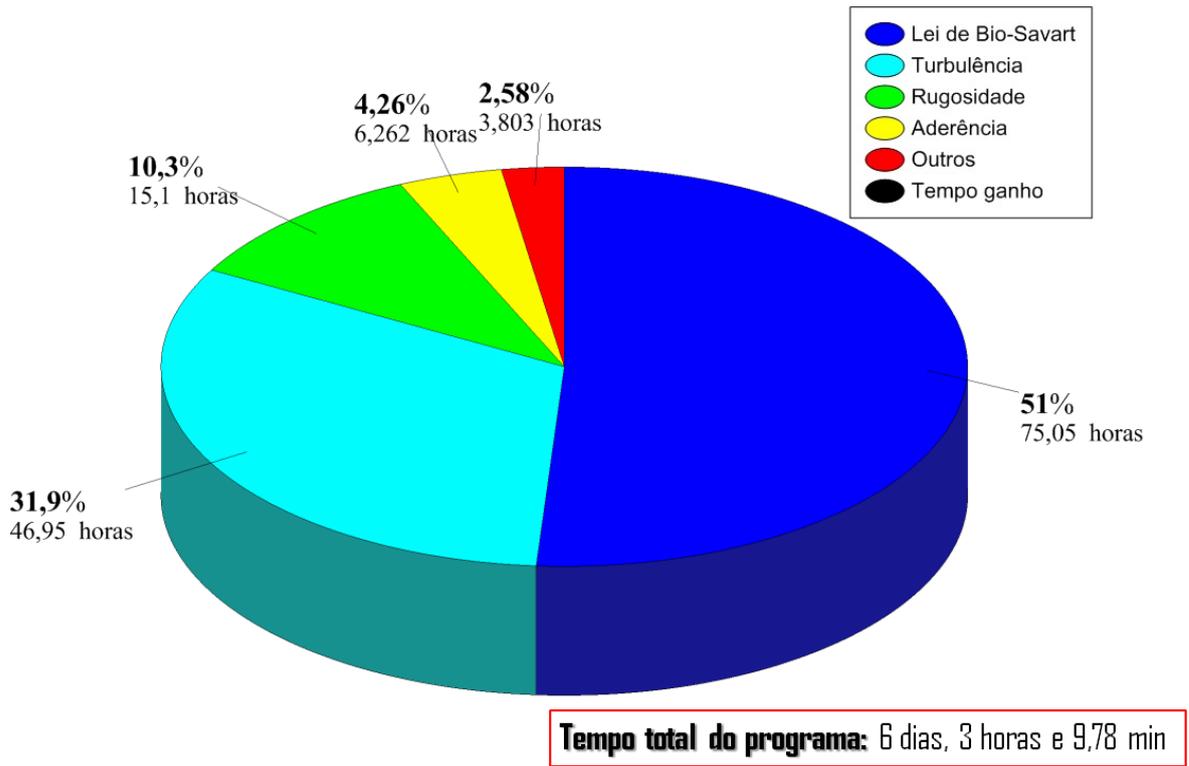
Além dos resultados das cargas fluidodinâmicas, número de Strouhal e do padrão do escoamento dos casos simulados, para validar as acelerações na aderência e na rugosidade, também foram verificadas a velocidade induzida em cada ponto de controle, a conservação da massa e da circulação ao longo de toda a simulação os resultados obtidos são satisfatórios.

Examinando a figura (5.9), observa-se que, após a aceleração do código, para a simulação do escoamento ao redor de um cilindro circular isolado, o programa reduziu cerca de 40,29% do tempo de processamento total em relação ao programa inicial, levando agora 3 dias, 15 horas e 52,25 min para executar 1000 incrementos de tempo. Isto se deve à redução do tempo gasto com o cálculo da viscosidade turbulenta, aderência e rugosidade. O cálculo da viscosidade turbulenta teve uma redução de 99,40%, correspondendo agora a 0,19% do tempo total gasto com o programa inicial. O cálculo do efeito da rugosidade, por sua vez, reduziu 41,16% do tempo, representando agora 6,04% do tempo total gasto com o programa inicial. A imposição da condição de aderência no corpo teve uma redução de 90,85%, representando agora 0,39% do tempo total gasto com o programa inicial.

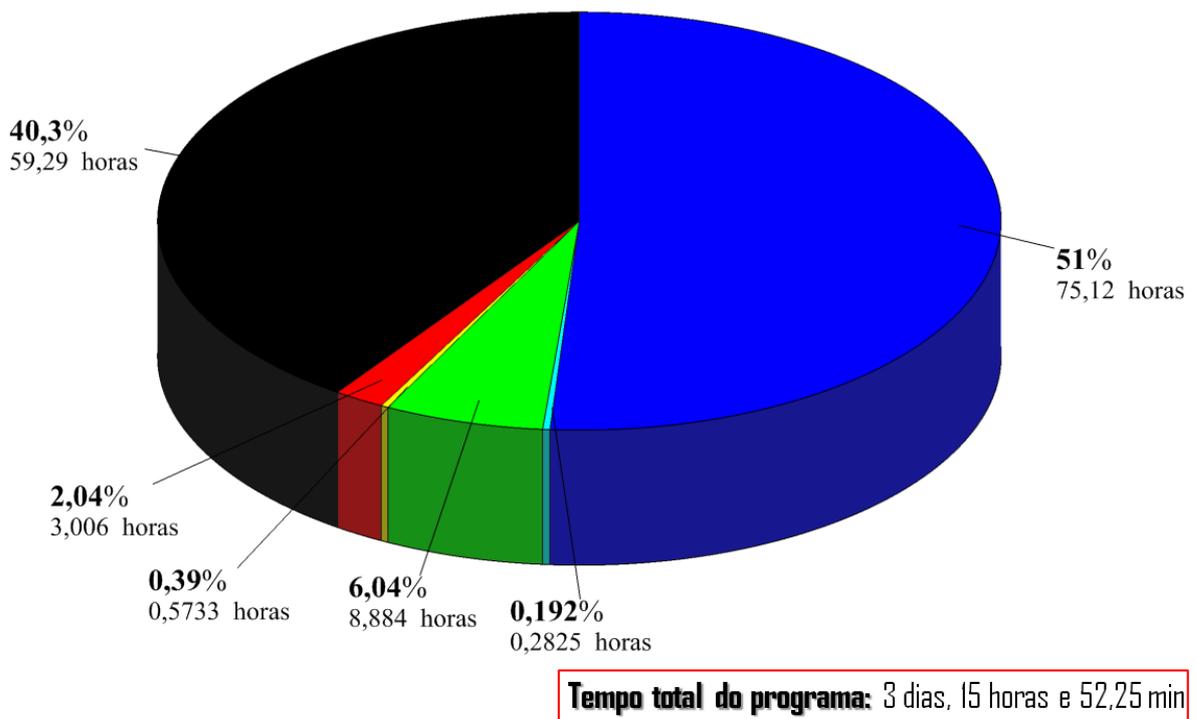
Para a simulação com o cilindro circular próximo ao solo (figura (5.10)), após a aceleração do código, o programa reduziu cerca de 38,1% do tempo de processamento total em relação ao programa inicial, levando agora 7 dias, 20 horas e 58,40 min para executar 1000 incrementos de tempo. O cálculo da viscosidade turbulenta teve uma redução de cerca de 99,40%, como apresentado no programa com o cilindro isolado, o que era de se esperar já que o número de vórtices e o level utilizado neste programa é o mesmo e este cálculo depende somente destes fatores. Com esta redução, o tempo gasto no cálculo da viscosidade turbulenta representa 0,10% do tempo total gasto com o programa inicial.

Para o tempo gasto com a imposição da condição de aderência, a porcentagem de redução do tempo em relação a esta etapa no programa inicial foi de 86,72%. A diferença entre este valor e o apresentado para a simulação do programa com o cilindro circular isolado se deve ao fato de que não há despreendimento de vórtices no solo e, com isso, a condição de escorregamento nulo é abdicada sobre ele. Isto gera uma redução de mb_2 equações na montagem do sistema linear para a imposição da condição de aderência, onde mb_2 é o número de painéis que discretizam o solo. Desta forma, como é mostrado na figura (5.10b), a imposição da condição de aderência no corpo representa agora 2,98% do tempo total gasto com o programa inicial.

¹número de painéis que discretizam o solo; para o presente trabalho este valor é igual à 950.

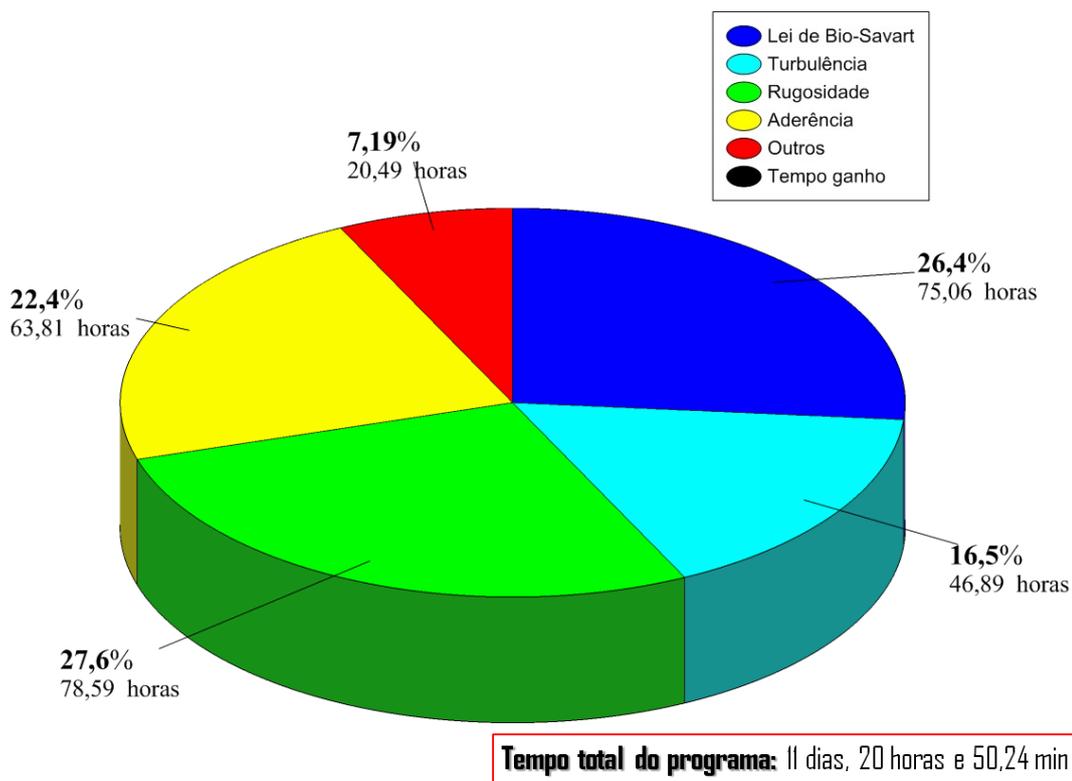


(a) Programa Inicial.

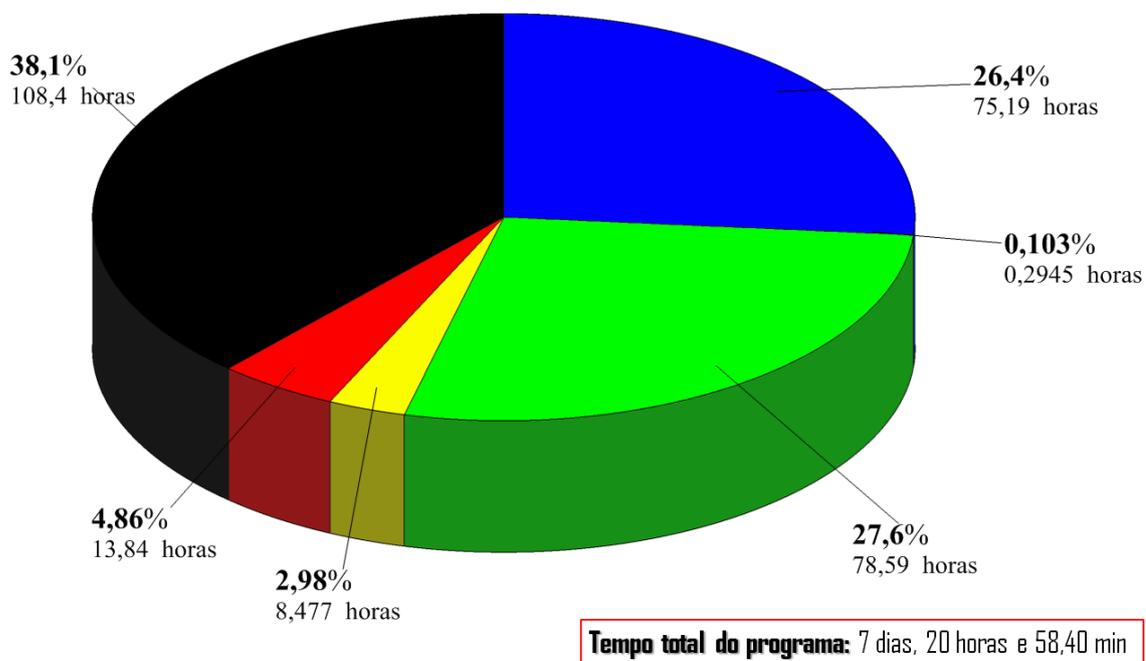


(b) Programa otimizado.

Figura 5.9: Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapas para o programa do cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado.



(a) Programa Inicial



(b) Programa otimizado

Figura 5.10: Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapas para o programa do cilindro circular hidraulicamente rugoso submetido ao efeito do solo.

As tabelas 5.4 e 5.5 mostram detalhes de como o tempo total de processamento é dividido ao longo do programa, após a aceleração do código.

Tabela 5.4: Tempo de processamento gasto no último incremento de tempo (STEP =1000) para cada etapa

ETAPAS	CILINDRO ISOLADO	CILINDRO PRÓXIMO AO SOLO
Lei de Bio-Savart	13,58 min 90,04%	13,60 min 60,28%
Turbulência	2,66 seg. 0,29%	4,15 seg. 0,31%
Rugosidade	1,05 min 6,94%	6,84 min 30,32%
Aderência	3,13 seg. 0,35%	35,00 seg. 2,59%
Outros	21,51 seg. 2,38%	1,47 min 6,52%
Total	15,08 min 100%	22,56 min 100%

Tabela 5.5: Tempo de processamento gasto em todo o programa para cada etapa

ETAPAS	CILINDRO ISOLADO	CILINDRO PRÓXIMO AO SOLO
Lei de Bio-Savart	3 dias, 3 horas e 7,47 min 85,49%	3 dias, 3 horas e 11,50 min 42,63%
Turbulência ¹	16,95 min 0,32%	17,67 min 0,17%
Rugosidade	8 horas e 53,04 min 10,11%	2 dias, 15 horas e 48,85 min 44,55%
Aderência	34,40 min 0,65%	8 horas e 28,61 min 4,81%
Outros	3 horas e 0,39 min 3,43%	13 horas e 50,42 min 7,85%
Total	3 dias, 15 horas e 52,25 min 100%	7 dias, 20 horas e 58,40 min 100%

Como se pode verificar, após a aceleração, cerca de 85,49% do tempo de processamento do programa do cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado é gasto com a lei de Bio-Savart, enquanto que para com programa do cilindro circular sob efeito do solo este valor representa 42,63%. Esta etapa pode ser otimizada com o uso do método de expansão em multipolos e de

¹a diferença do tempo de cálculo da viscosidade turbulenta apresentado aqui e o apresentado na seção 5.2.1 se deve à impressão de arquivos externos.

processamento paralelo. Este último está sendo atualmente desenvolvido no Laboratório Computacional de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI e não é objeto de estudo deste trabalho.

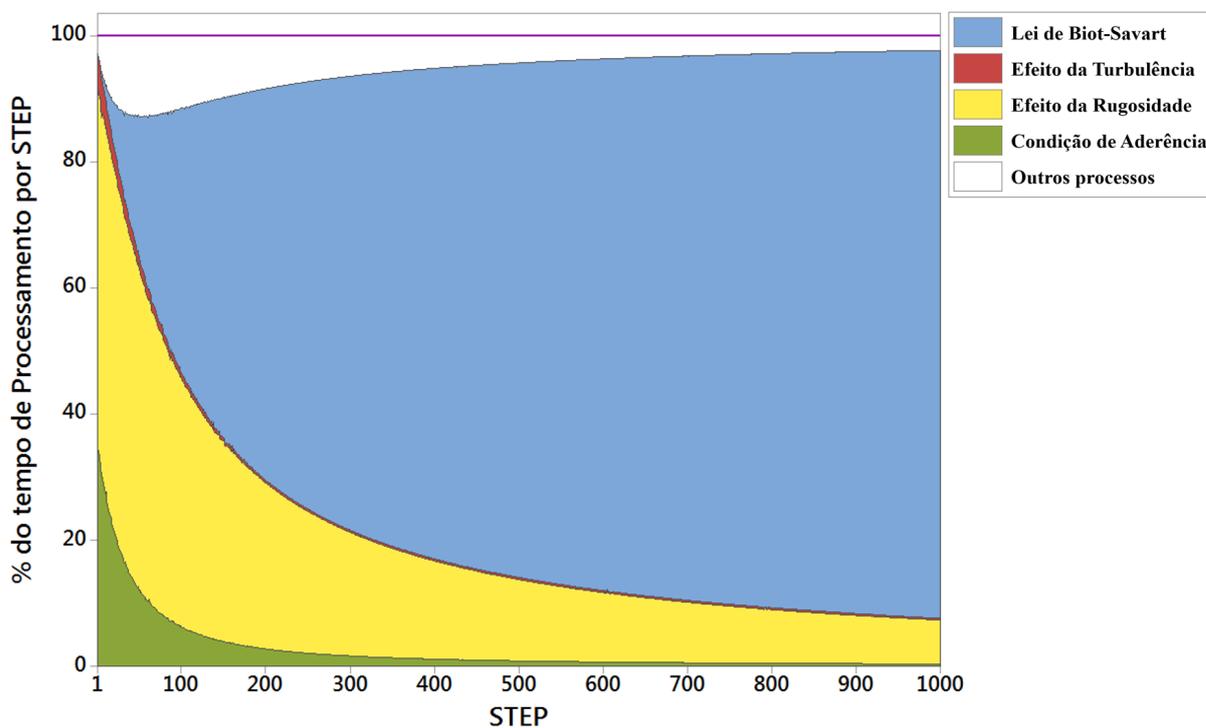
As figuras (5.11a) e (5.11b) complementam as análises feitas aqui apresentando como o tempo de processamento é dividido ao longo de cada uma das etapas definidas anteriormente para cada incremento de tempo (step). As figuras correspondem respectivamente à simulação com o cilindro circular hidraulicamente rugoso, isolado e sob efeito do solo.

As figuras (5.12a) e (5.12b) mostram, tempo consumido em cada passo de tempo individual (step) ao longo da simulação, respectivamente, para o cilindro circular hidraulicamente rugoso, isolado e sob o efeito do solo.

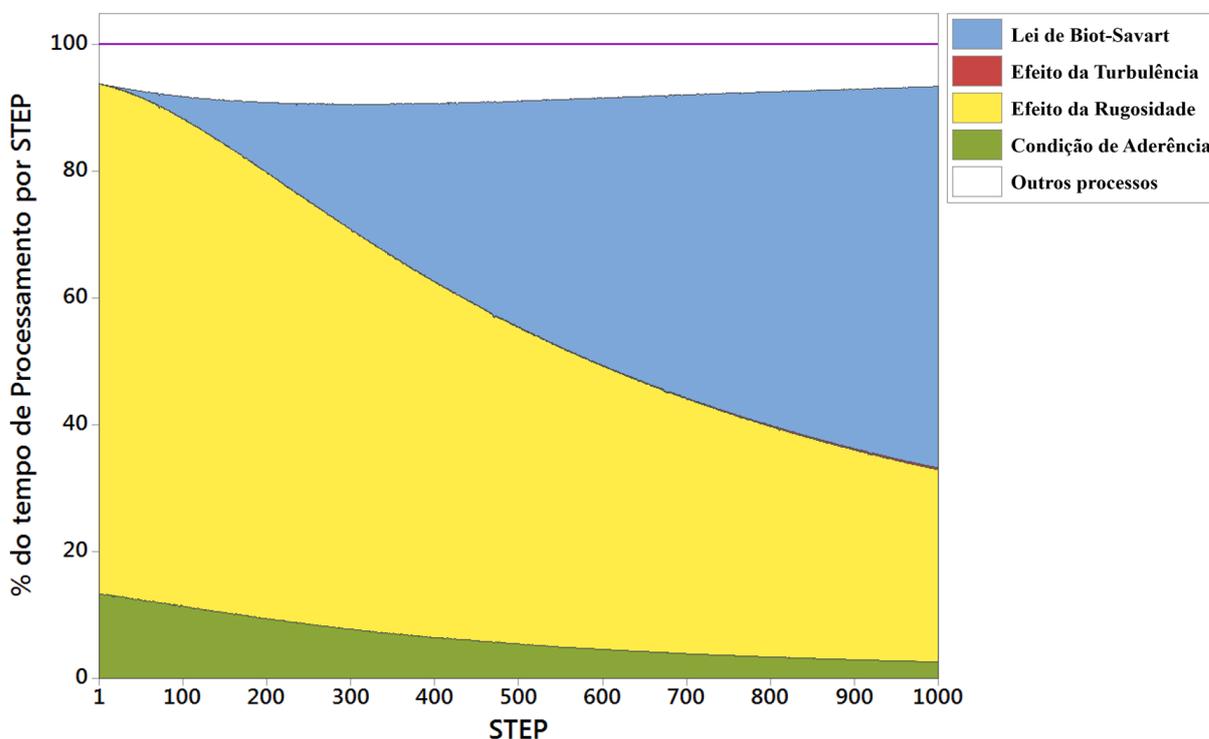
Como se pode observar pelos gráficos (5.2a), (5.2b), (5.12a) e (5.12b), a grande diferença entre o programa inicial e o novo código é que o tempo gasto com o cálculo da viscosidade turbulenta, da imposição da aderência e do efeito da rugosidade (somente para o cilindro isolado) não aumentam consideravelmente com os incrementos de tempo, como ocorria no programa inicial.

As acelerações aplicadas ao algoritmo são satisfatórias, uma vez que diminuem cerca de 40% o tempo de processamento em relação ao programa inicial. A estrutura de caixas criada é capaz de identificar eficientemente conjuntos de vórtices discretos próximos, em diferentes regiões do domínio fluido, estabelecendo, desta forma, em um custo computacional menor, o conjunto de vórtices discretos que influenciam a turbulência em um determinado local. Observa-se que, com isso, o tempo de processamento necessário para calcular a viscosidade turbulenta é consideravelmente reduzido, representando agora 0,51% do tempo gasto inicialmente neste cálculo.

O procedimento de aceleração da obtenção da condição de aderência em cada ponto de controle também é um ponto promissor. Levando-se em conta, simultaneamente, a velocidade total normal e tangencial induzida em cada ponto de controle, o tempo de processamento diminui em mais de 85% em relação ao tempo gasto inicialmente nesta etapa.

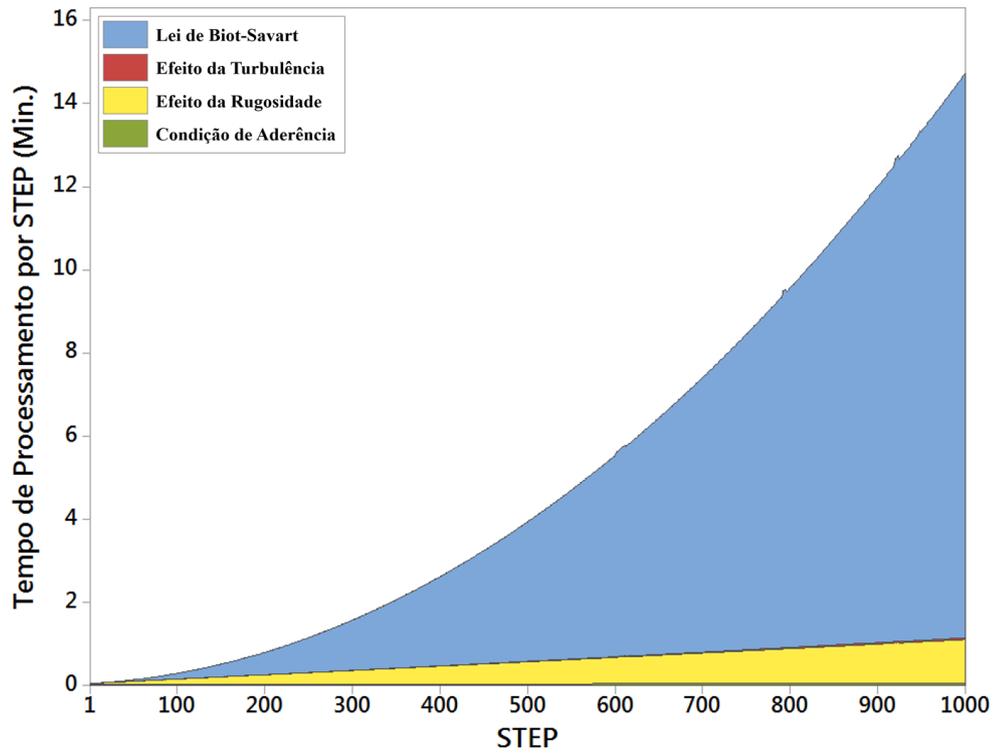


(a) Cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado.

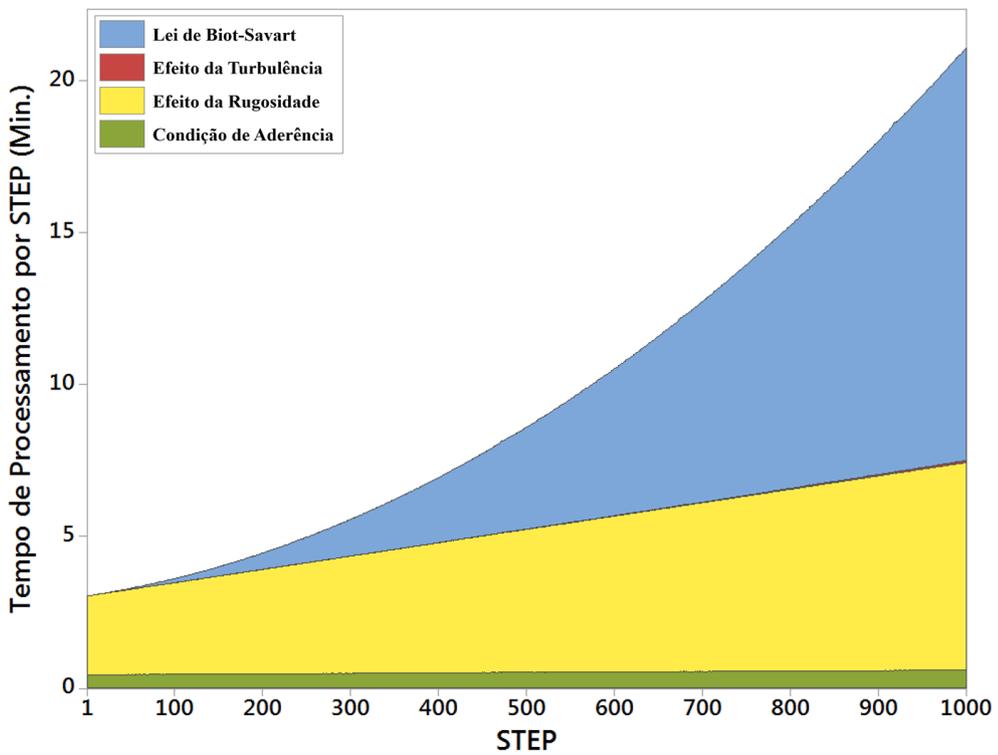


(b) Cilindro circular hidraulicamente rugoso próximo ao solo.

Figura 5.11: Porcentagem do tempo de processamento gasto em cada uma das etapas para cada step após a aplicadas as modificações no código.



(a) Cilindro circular hidráulicamente rugoso isolado.



(b) Cilindro circular hidráulicamente rugoso próximo ao solo.

Figura 5.12: Tempo de processamento para cada incremento de tempo individual.

Capítulo 6

ANÁLISE DE RESULTADOS

Este capítulo apresenta os principais resultados obtidos com as simulações numéricas dos escoamentos bidimensionais, incompressíveis e em regime não permanente de um fluido newtoniano com propriedades constantes que incidem sobre um cilindro circular. As simulações foram feitas para o cilindro isolado e sob o efeito do solo com diferentes rugosidades superficiais.

Destaca-se que as modificações aplicadas ao código têm como objetivo apenas a diminuição do tempo de processamento, sem perda de informação ou generalidade do programa. Assim, este capítulo tem como propósito analisar os resultados obtidos (cargas fluidodinâmicas e número de Strouhal) e compará-los com resultados experimentais encontrados na literatura. Os resultados da presente simulação também são confrontados com os apresentados numericamente por Bimbato (2012), na qual deu origem ao programa de partida utilizado neste trabalho. Também se faz aqui uma análise física detalhada dos resultados obtidos.

Vale a pena destacar que apenas a condição de impermeabilidade é satisfeita sobre os pontos de controle dos painéis que discretizam o solo, com o propósitos de eliminar a influência da camada limite desenvolvida junto a ele.

Desta forma, é investigada a variação das cargas fluidodinâmicas integradas (coeficientes de arrasto e de sustentação) e distribuídas (coeficiente de pressão) e do número de Strouhal com os seguintes parâmetros:

1. Rugosidade da superfície do corpo;
2. Distância vertical entre o cilindro circular e o solo.

As simulações foram feitas com 1.500 avanços no tempo e os valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e o número de Strouhal foram calculados entre $t_{inicial} = 10,0$ e $t_{final} = 75,0$. O número de Strouhal é obtido analisando as características espectrais do conjunto de dados que representa a evolução do coeficiente sustentação ao longo do tempo de simulação, após aplicada a transformada rápida de Fourier.

6.1 PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Os parâmetros numéricos utilizados aqui são os mesmos aferidos e utilizados por Bimbato em sua tese de doutorado em 2012. São eles:

1. Número de painéis planos que discretizam as superfícies:

- (a) A superfície do cilindro circular foi discretizada em 300 painéis planos ($mb1 = 300$);
- (b) A superfície do solo foi discretizada em 10 módulos ($nm = 10$) de comprimento igual ao diâmetro do cilindro circular ($lm = 1,0$), sendo cada módulo discretizado em 95 painéis ($np = 95$), resultando em 950 painéis.

Observa-se que quanto maior o número de painéis maior a precisão dos resultados das simulações numéricas, porém, maior o tempo de processamento, pois o número de vórtices discretos desprendidos em cada instante é igual ao número de painéis que discretizam o cilindro circular; aumentando-se o número de vórtices maior será o tempo gasto em cada uma das etapas destacadas anteriormente, principalmente no cálculo da Lei de Biot-Savart, em que o número de operações é proporcional ao quadrado do número de vórtices discretos presentes na nuvem. Além disso, o aumento do número de painéis (pontos de controle), faz com que o número de equações que devem ser satisfeitas para que a aderência seja estabelecida também aumente.

2. Posicionamento do cilindro circular:

Para as simulações com o efeito do solo, o cilindro circular foi posicionado a 3 módulos do início do solo ($n = 3$), ou seja, a 3 vezes o diâmetro do cilindro circular.

3. Incremento de tempo:

Bimbato (2012), após avaliar diversas simulações com um esquema de avanço convectivo de primeira ordem (esquema de Euler), concluiu que um incremento de tempo igual à 0,05 é satisfatório.

4. Raio externo da coroa circular para o cálculo da viscosidade turbulenta:

Bimbato (2012) em seu trabalho de doutorado investigou a distância radial máxima na qual os vórtices discretos vizinhos ainda tinham alguma influência sobre o vórtice discreto em análise no cálculo da viscosidade turbulenta. Para isso o autor estipulou o raio externo igual à $r_{ext} = (1 + sm) \sigma_0$, onde σ_0 é o raio do vórtice em análise e sm é o parâmetro que determina o valor final do raio externo da coroa circular. Após esta primeira etapa foram feitos 61 testes com diferentes valores de sm em um estudo estatístico considerando-se uma esteira composta por 300.000 vórtices discretos de Lamb, obtida

através da simulação do escoamento ao redor de um cilindro circular isolado e hidraulicamente liso, discretizado em 300 painéis planos. Obteve-se, ao final dos testes, um valor para sm de 3.

Para o raio interno considerou-se como no trabalho de Alcântara Pereira (2002), o valor de $r_{int} = 0,1\sigma_0$.

5. Número de pontos rugosos:

O número de pontos rugosos, como apresentado na secção 3.7, é o número de pontos definidos ao redor de cada posição de geração de vórtices discretos na qual são calculadas as velocidades totais induzidas. Em seguida, são calculadas as diferenças de velocidades entre os pontos de geração de vórtices discretos e os pontos rugosos, para então determinar a viscosidade turbulenta em cada ponto de desprendimento. Como no trabalho de Bimbato (2012), o número de pontos rugosos utilizados neste trabalho é igual à 21.

6. Número de Reynolds (Re):

Como o intuito deste trabalho é, em um primeiro momento, acelerar o código, o valor adotado para o número de Reynolds é o mesmo adotado por Bimbato (2012) de $1,0 \cdot 10^5$, permitindo, assim, comparar os resultados encontrados aqui com os obtidos pelo autor. Como destaca também o autor, este valor de número de Reynolds, uma vez pertencente ao regime de escoamento subcrítico, permite mostrar que o modelo de rugosidade é capaz de antecipar a transição da camada limite laminar para a camada limite turbulenta, obtendo padrões de escoamentos supercríticos.

Em seguida, com a aceleração do código, é possível explorar as potencialidades do programa em prever valores de coeficientes fluidodinâmicos e número de Strouhal, para diferentes valores de rugosidade, tanto para o cilindro circular isolado como para o cilindro circular submetido ao efeito solo.

6.2 ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR ISOLADO

6.2.1 Cilindro Circular Hidraulicamente Liso

A tabela 6.1 apresenta os resultados numéricos obtidos com a presente simulação e por Bimbato (2012), e os resultados experimentais obtidos por Blevins (1984).

Tabela 6.1: Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Autores	\bar{C}_D	\bar{C}_L	St
Blevins (1984) - experimental	1,200	-	0,190
Bimbato (2012)	1,223	0,021	0,207
Presente Simulação	1,184	0,020	0,213

Analisando a tabela 6.1, primeiramente observa-se que os resultados obtidos no trabalho de Bimbato (2012) e a presente simulação diferenciaram em apenas 3,19% para o coeficiente de arrasto e 2,90% no número de Strouhal. Esta diferença deve-se apenas a erros de arredondamento, evidenciando a não perda de informação com a aceleração do código.

Comparando os resultados numéricos da presente simulação com os valores experimentais de Blevins (1984), os quais possuem uma incerteza de $\pm 10\%$, observa-se uma boa concordância entre eles. Como previsto para o escoamento subcrítico, o qual o número de Strouhal é igual à 0,20, o resultado obtido aqui é de 0,213.

Na figura 6.1 é feita uma comparação entre os resultados da presente simulação, da teoria potencial e os resultados experimentais de Blevins (1984) para a distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular.

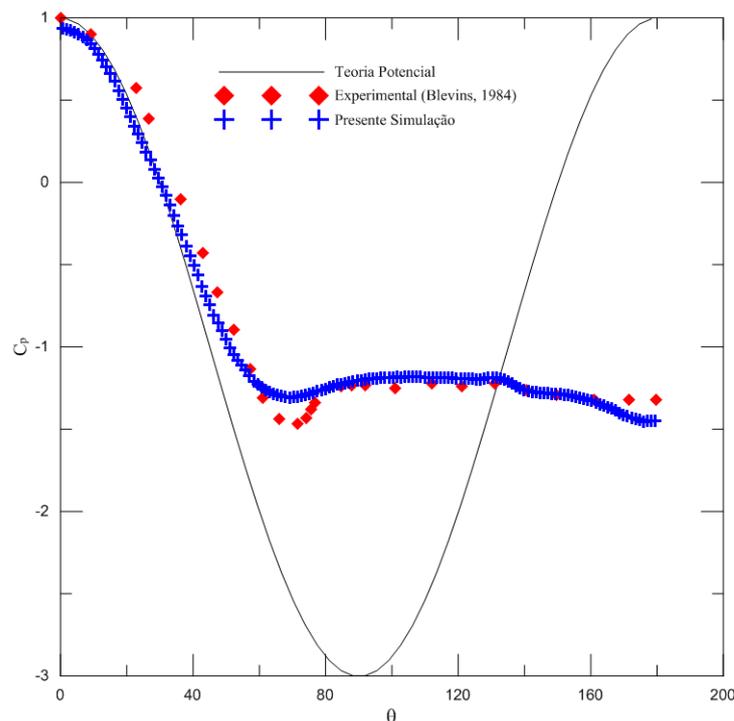


Figura 6.1: Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Analisando a figura 6.2, que mostra a evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo, verifica-se que, enquanto a curva do coeficiente de arrasto oscila duas vezes em torno de 1,18, o coeficiente de sustentação oscila uma vez em torno de zero. Isso acontece

pois, para o cilindro circular, que é um corpo rombudo e simétrico, o coeficiente de sustentação médio é zero (o valor do coeficiente de sustentação médio obtido com a presente simulação não é nulo devido a erros de aproximação numérica) e, como este é hidraulicamente liso e isolado, o coeficiente de arrasto oscila uma vez para cada estrutura vorticosa que se desprende, enquanto o coeficiente de sustentação completa um ciclo de oscilação para cada par de estruturas vorticosas contrarrotativas que se desprende a partir dos pontos de separação do corpo.

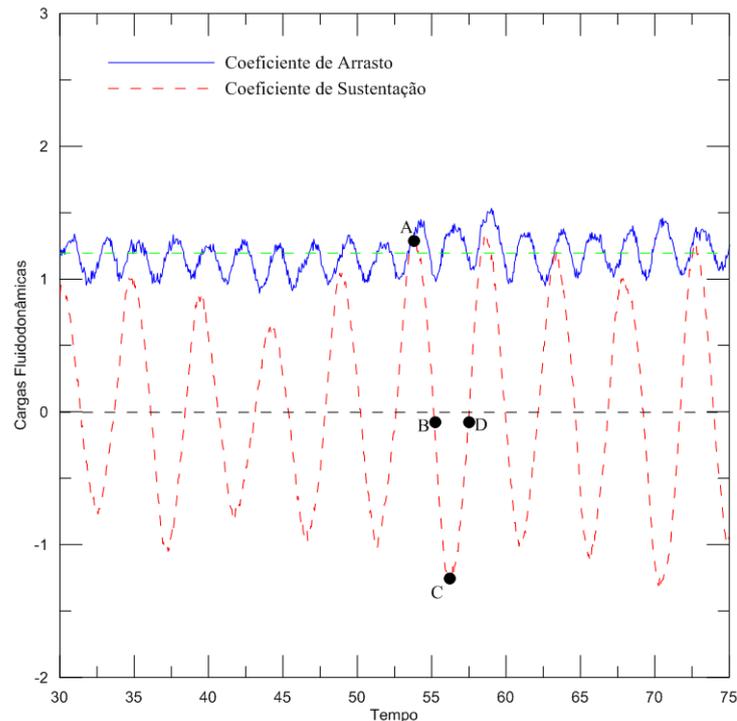


Figura 6.2: Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Com o objetivo de entender o mecanismo de desprendimento das estruturas vorticosas ao longo de um ciclo, como proposto por Gerrard (1966), escolheu-se 4 pontos ao longo de um período da curva que representa o coeficiente de sustentação (figura 6.2). Nos instantes representados pelos pontos A, B, C e D apresenta-se a distribuição de pressão instantânea que atua sobre a superfície discretizada do cilindro circular (figura 6.3). A curva em rosa representa a distribuição de pressão média ao longo da superfície do cilindro circular. Os ângulos foram medidos a partir do bordo de ataque do cilindro circular no sentido horário.

No instante representado pelo ponto A, existe uma zona de baixa pressão na parte compreendida entre I e II quadrante do cilindro circular (figura 6.4a). Esta zona de baixa pressão corresponde a uma estrutura vorticosa horária que nasceu na parte superior do corpo e, neste instante encontra-se em fase inicial de desenvolvimento, o que implica no aparecimento de uma força de sustentação positiva e no crescimento do coeficiente de arrasto (figura 6.2). Esta estrutura cresce alimentada pela vorticidade da camada limite à qual ela está conectada.

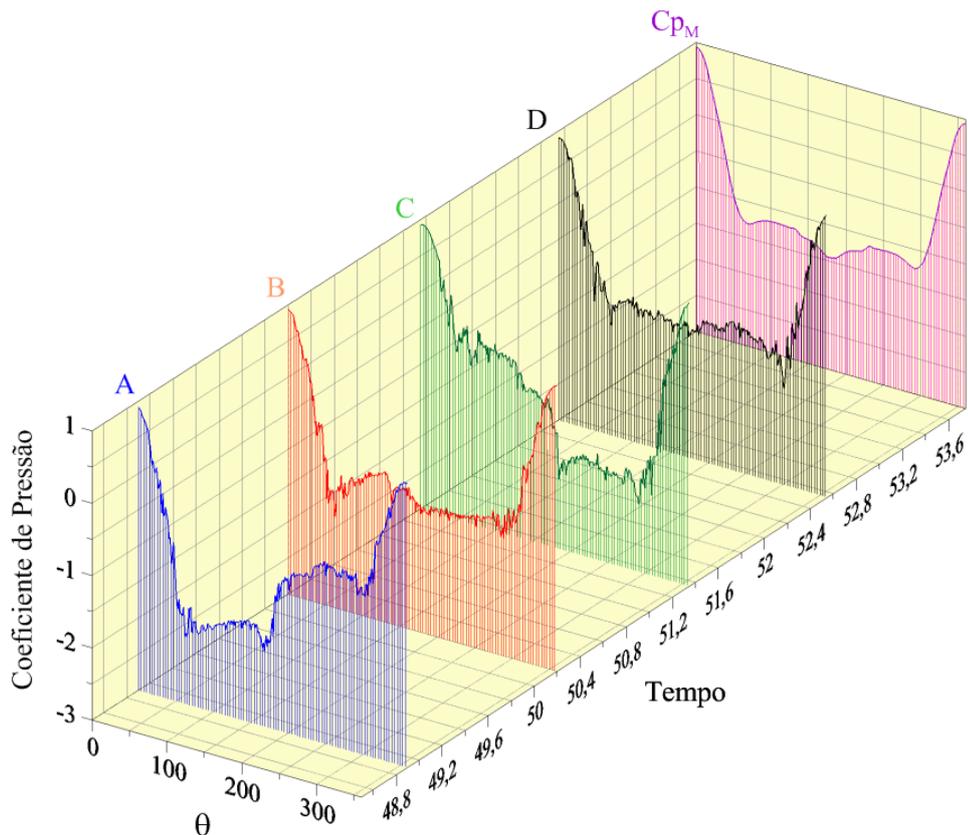


Figura 6.3: Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente liso e isolado ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

No instante posterior, representado por B na figura 6.3 a zona de baixa pressão move-se, no sentido horário, para o I, IV e III quadrantes correspondendo à transição do coeficiente de sustentação de positivo para negativo. A estrutura vorticosa inferior, que é maior que a do lado oposto, atrai o vórtice superior, que corta o suprimento de vorticidade do inferior fazendo com que ele seja despreendido, se tornando um vórtice livre (figura 6.4b).

No instante representado pelo ponto C, a estrutura vorticosa superior continua crescendo e começa, então, a atrair a camada cisalhante oposta, enquanto que na parte inferior inicia-se o desenvolvimento de uma estrutura vorticosa anti-horária (figura 6.4c), formando uma zona de baixa pressão compreendida entre o III e IV quadrantes. Isto acontece pois, neste instante, esta estrutura está em estágio inicial de desenvolvimento, implicando no surgimento de uma força de sustentação negativa e no crescimento do coeficiente de arrasto, como mostra a figura 6.2 no ponto C.

Esta estrutura inferior continua se desenvolvendo, atraindo a camada cisalhante oposta; a aproximação do vórtice inferior, de circulação contrária à do vórtice superior, corta o suprimento de vorticidade do vórtice superior de tal maneira que culmina no despreendimento da estrutura vorticosa horária (superior), através da interrupção da camada cisalhante superior. Então, esta estrutura passa a fazer parte da esteira viscosa, o que corresponde ao instante representado pelo ponto D (figura 6.4d).

Como acontece no instante representado pelo ponto B, em D existe uma região de baixa

pressão aproximadamente constante entre o I, III e IV quadrantes, correspondendo à transição do coeficiente de sustentação de negativo para positivo, ou seja, a força de sustentação sobre o cilindro é na direção oposta ao desprendimento da estrutura vorticosa.

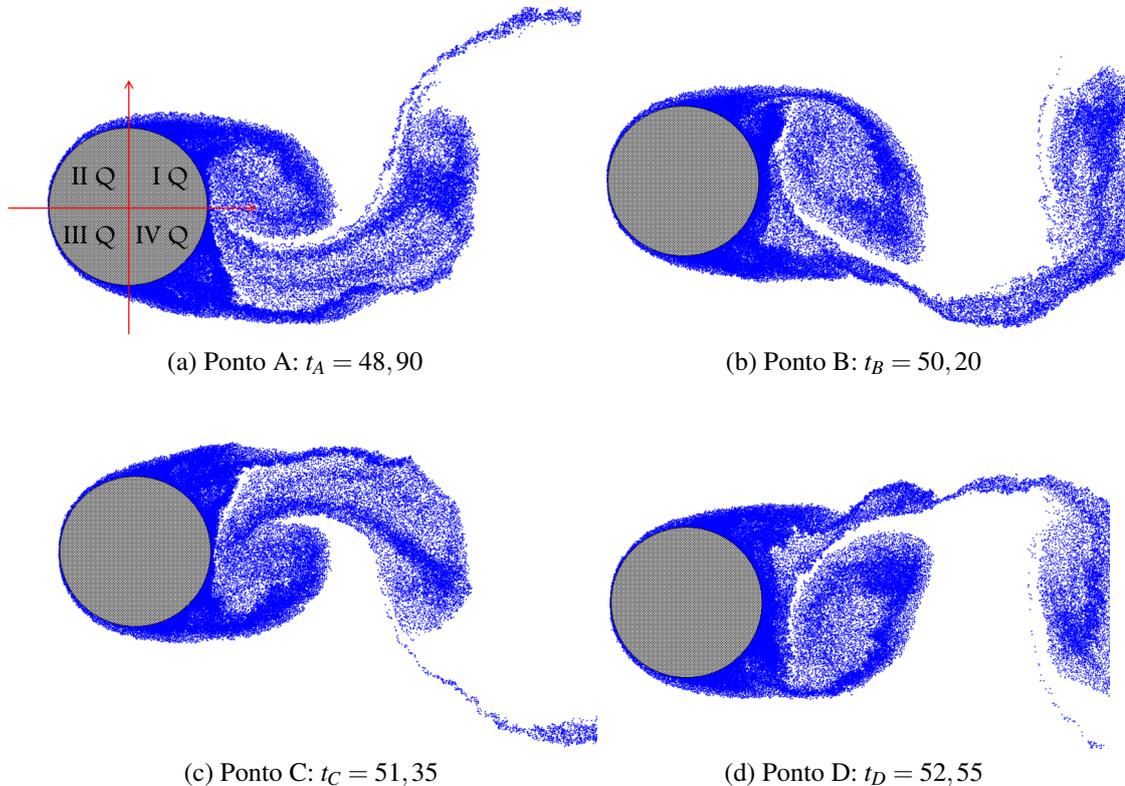


Figura 6.4: Detalhes do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes representados pelos pontos A, B, C e D das figuras 6.2 e 6.3 ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Assim, o processo se reinicia com o surgimento de uma nova estrutura vorticosa horária na parte superior do cilindro circular, e, desta forma, pares contrarrotativos de estruturas vorticosas são gerados alternadamente a partir dos pontos de separação do cilindro circular. Este caráter oscilatório faz com que haja a formação da esteira de Von Kármán a jusante do corpo, como apresentada, para o instante D, na figura 6.5.

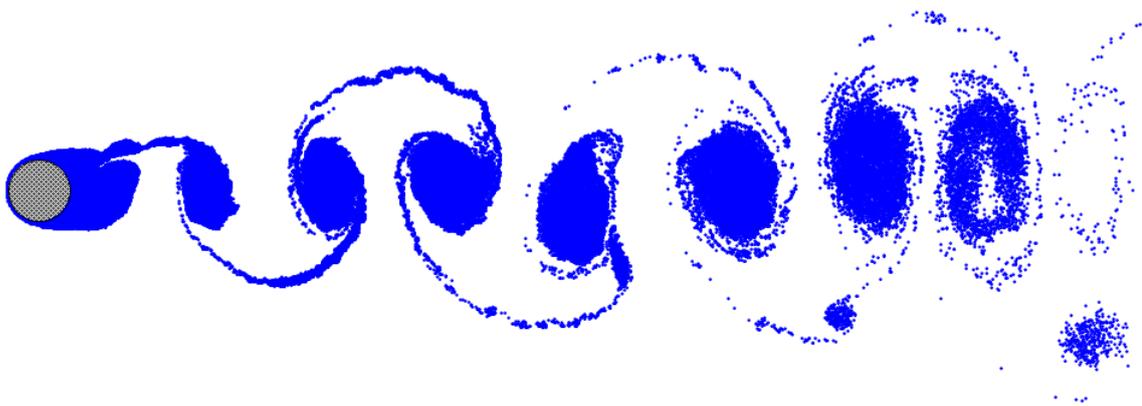


Figura 6.5: Detalhes da esteira de Von Kármán no instante representado pelo ponto D das figuras 6.2 e 6.3 ($mb1 = 300$; $t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$; $t_D = 52,55$).

Bimbato (2012) destaca o elevado tempo de simulação para se obter uma esteira com 450.000 vórtices discretos. O tempo de CPU aproximado para esta simulação foi de 482 horas em um computador com processador INTEL CORE I7 de 2,80GHz. Para a presente simulação, utilizando um computador com as mesmas configurações, o tempo gasto foi de aproximadamente 262 horas para obter uma esteira com o mesmo número de vórtices, o que representa cerca de 54% do tempo do programa anterior.

6.2.2 Cilindro Circular Hidraulicamente Rugoso

Na tabela 6.2 encontra-se os valores dos coeficientes de arrasto e de sustentação médios, bem como o número de Strouhal para os diferentes valores de rugosidade. Os resultados foram obtidos com a presente simulação e as simulação feitas por Bimbato (2012) em sua tese de doutorado. O primeiro objetivo é mostrar que não há perda de informação com a aceleração realizada na estrutura de cálculo da rugosidade. Como se pode observar, de acordo com a tabela 6.2, a maior diferença entre o coeficiente de arrasto e o número de Strouhal, entre os resultados de Bimbato (2012) e a presente simulação, é, respectivamente de 3% e 4,9%, ambos para o caso em que a rugosidade relativa (ε/d) é de 0,002. Em média, os resultados diferiram entre si de 2,1% para o coeficiente de arrasto, e 3,4% para o número de Strouhal. Esta diferença deve-se a erros de truncamento ou arredondamento acumulados no processo de cálculo.

O segundo objetivo desta análise é mostrar que os resultados encontrados estão de acordo com os estudos apresentados na literatura. Verifica-se, inicialmente, como observado por Bimbato (2012), que para pequenos valores de rugosidade relativa ($\varepsilon/d = 0,001$ e $\varepsilon/d = 0,002$) não há grandes modificações no escoamento e, desta forma, os valores dos coeficientes fluidodinâmicos e do número de Strouhal estão bem próximos do caso do cilindro circular liso. Isso também pode ser verificado pela evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para os três casos (figura 6.6).

Tabela 6.2: Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Autores	ε/d	\bar{C}_D	\bar{C}_L	St	R.M.S do C_L^1
Bimbato (2012)	0,000	1,223	0,021	0,207	-
	0,001	1,188	0,035	0,206	-
	0,002	1,133	0,005	0,203	-
	0,007	1,071	-0,132	0,191	-
	0,020	1,025	-0,058	0,179	-
Presente Simulação	0,000	1,184	0,020	0,213	1,157
	0,001	1,217	0,010	0,213	1,200
	0,002	1,167	-0,022	0,213	1,126
	0,007	1,074	-0,022	0,187	1,059
	0,020	1,053	0,041	0,173	1,035

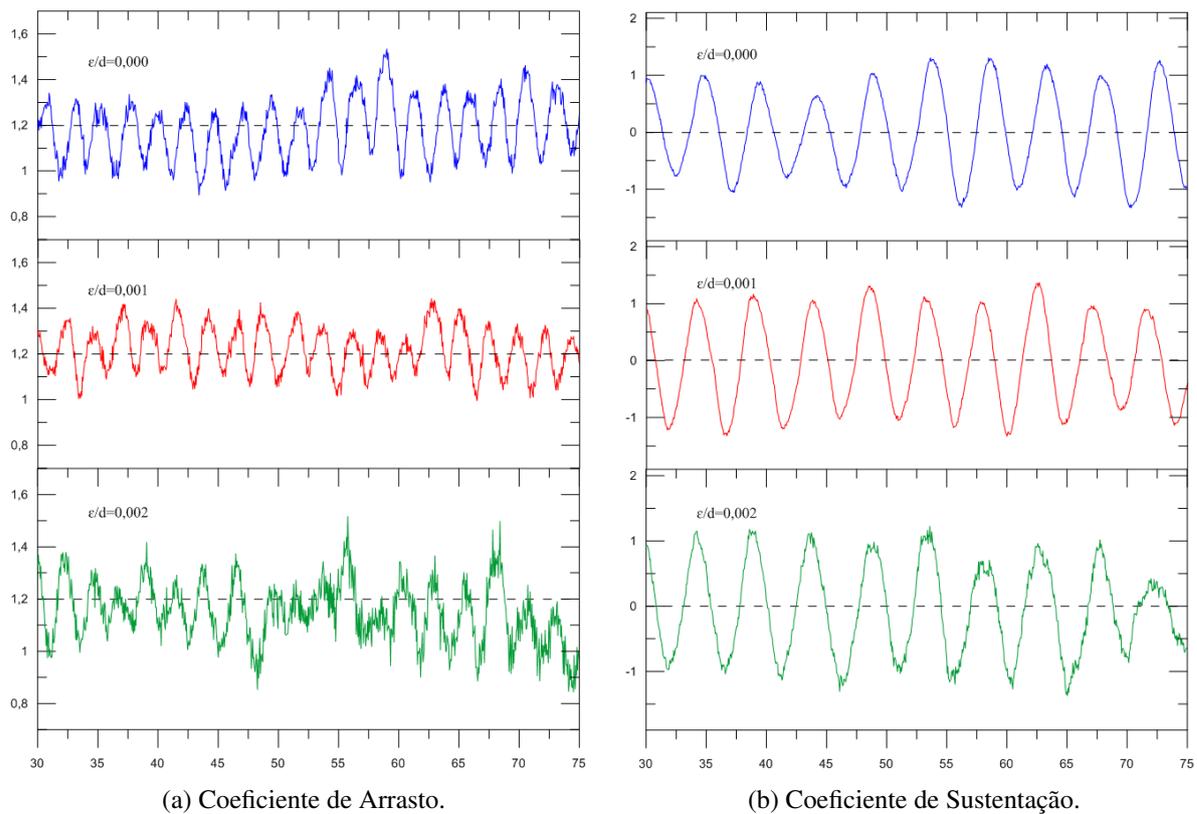


Figura 6.6: Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular isolado com: $\varepsilon/d = 0,000, 0,001$ e $0,002$ ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Esta conclusão está de acordo com inúmeros estudos encontrados na literatura. Fage & Warsap, por exemplo, determinaram o coeficiente de arrasto para cilindro circular hidraulicamente rugoso ($5 \cdot 10^{-4} \leq \varepsilon/d \leq 2 \cdot 10^{-2}$) em uma faixa de número de Reynolds de $2,5 \cdot 10^4 < Re < 2,5 \cdot 10^5$ e foi observado que no regime subcrítico a rugosidade não tem influência no padrão do escoamento e nas forças fluidodinâmicas, assim como no número de Strouhal. Isso ocorre devido à espessa camada limite no regime subcrítico. Como evidenciado por Achenbach, Zdravkovich, o efeito da rugosidade é governado pela relação ε/δ (δ é a espessura da camada limite) e, no regime subcrítico, a camada limite é espessa ($\varepsilon \ll \delta$) e, desta forma, o efeito da rugosidade pode ser negligenciado. Por exemplo, o número de Strouhal para o cilindro circular hidraulicamente liso é 0,2, assim como para o caso em que a rugosidade relativa (ε/d) é igual a 0,0012 (Demartino et al., 2017). Observa-se que para os três primeiros casos estudados com a presente simulação o valor do número de Strouhal se manteve constante (0,213).

A figura 6.7 mostra detalhes da esteira de Von Kármán formada, para $\varepsilon/d = 0,001$ e $0,002$, no instante final da simulação ($t = 75,00$).

¹R.M.S (do inglês root mean square) ou valor eficaz é uma medida estatística, dada pela raiz do valor quadrático médio da variável em questão.

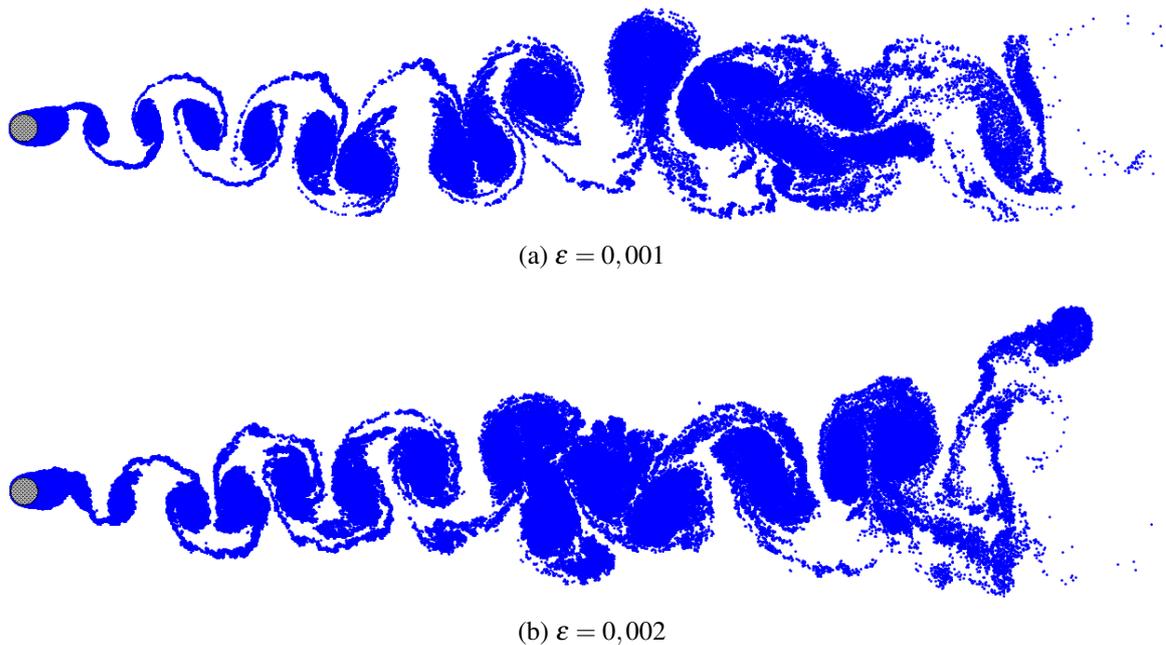


Figura 6.7: Detalhes da esteira de Von Kármán no instante $t = 75,00$ ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $\varepsilon = 0,007$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Embora o padrão de escoamento não mude com valor da rugosidade relativa para o regime subcrítico, a transição da camada limite entre os regimes subcrítico e crítico são fortemente afetadas pela rugosidade. Achenbach e Heinecke indicaram que para $\varepsilon/d > 0,003$, há uma antecipação do regime supercrítico e o regime crítico desaparece (Demartino et al., 2017).

Desta forma, assim como observado por Bimbato (2012), para valores maiores de rugosidade as simulações numéricas cujo número de Reynolds está em regime subcrítico de escoamento ($Re = 1,0 \cdot 10^5$), devido a rugosidade, apresentam padrões bidimensionais de escoamentos supercríticos e de alta transição. Assim, verifica-se que nas simulações em que as rugosidades são maiores ($\varepsilon/d = 0,007$ e $\varepsilon/d = 0,020$), o comportamento do escoamento é alterado de maneira significativa, deixando o regime subcrítico.

Zhou et al. (2015) analisaram experimentalmente o padrão do escoamento no regime subcrítico para rugosidades relativas (ε/d) entre 0,0028 e 0,025 e concluíram que os valores de coeficiente de arrasto e R.M.S do coeficiente de sustentação eram menores que para o caso liso e diminuían com o aumento da rugosidade relativa. Observe, da tabela 6.2, que o mesmo ocorre com os resultados da presente simulação.

Da mesma forma, como evidenciado nos estudos de Zhou et al. (2015), o coeficiente de sustentação é mantido constante ($CL \approx 0$) devido à simetria no escoamento em torno do cilindro circular (figuras 6.7 e 6.12).

A seguir analisa-se o caso em que a rugosidade relativa é igual à 0,007. A figura 6.8 apresenta o comportamento da distribuição média de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular isolado, hidraulicamente liso e rugoso ($\varepsilon/d = 0,007$). Já a figura 6.9 mostra a evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular rugoso.

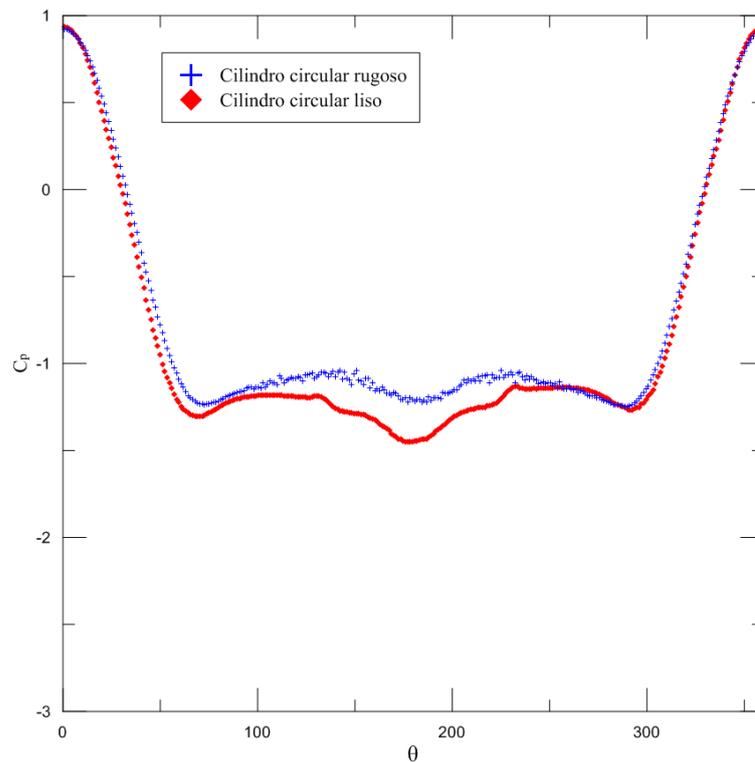


Figura 6.8: Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $\varepsilon = 0,007$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

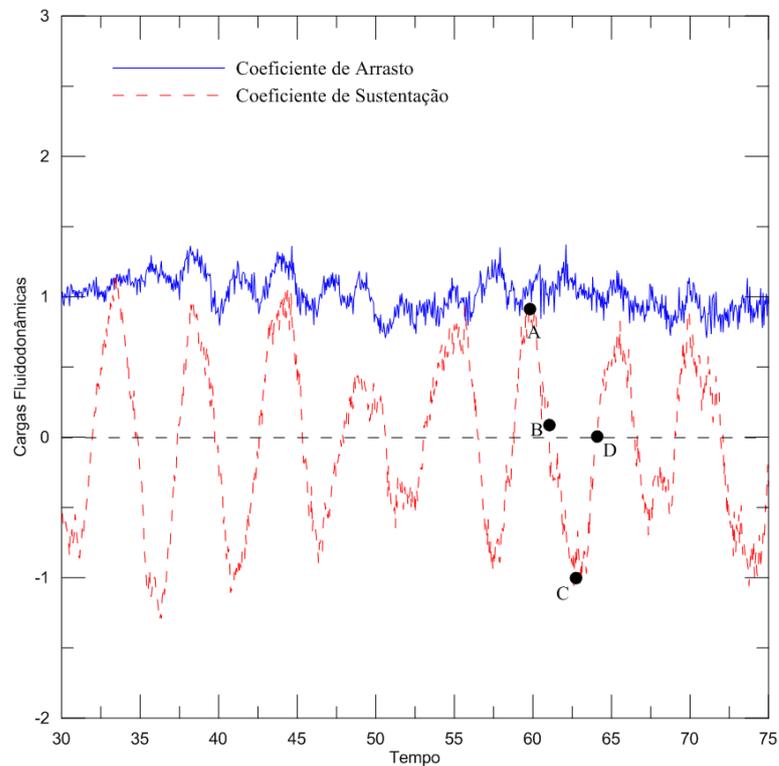


Figura 6.9: Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $\varepsilon = 0,007$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Primeiramente, observa-se que o coeficiente de arrasto para $\varepsilon/d = 0,007$ sofreu uma redução de 12,2% quando comparado com o cilindro liso e as oscilações periódicas verificadas na curva do coeficiente de arrasto para o caso do cilindro circular hidraulicamente liso são reduzidas para o cilindro hidraulicamente rugoso ($\varepsilon/d = 0,007$) (figura 6.9), o que justifica a mudança do número de Strouhal de 0,213 (cilindro circular liso) para 0,187.

Identificou-se, na figura 6.9, quatro pontos ao longo de um período de oscilação do coeficiente de sustentação, com o objetivo de entender o mecanismo de desprendimento de vórtices para o cilindro circular rugoso. Nos instantes representados por estes pontos são apresentadas a distribuição de pressão instantânea que atua sobre a superfície discretizada do cilindro circular (figura 6.10).

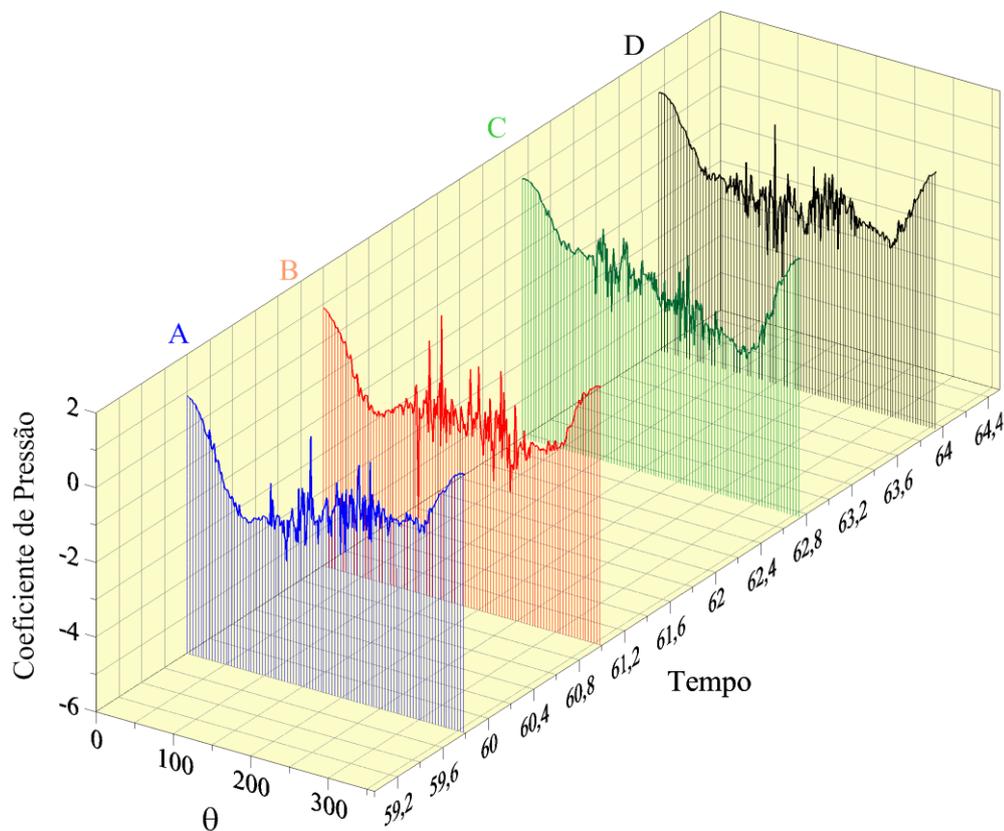


Figura 6.10: Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular hidraulicamente rugoso e isolado ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $\varepsilon = 0,007$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

De acordo com a distribuição instantânea de pressão apresentada na figura 6.10, constata-se que embora o comportamento seja semelhante ao caso do cilindro circular hidraulicamente liso, a rugosidade do corpo provoca flutuações na distribuição de pressão.

A figura 6.11 apresenta detalhes da esteira formada nos instantes representados pelos pontos A, B, C e D da figura 6.9. É possível verificar os mesmos mecanismos de formação e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas descrito para o caso do cilindro circular hidraulicamente liso. Porém, de acordo com o discutido por Bimbato (2012), como o ciclo de desprendimento é mais lento, conforme se pode observar pela diminuição do número

de Strouhal, a estrutura vorticosa horária (superior) nasce e permanece na parte traseira do cilindro circular por mais tempo, o que faz com que esta estrutura adquira uma dimensão maior (figura 6.11a). Com isso ocorre o atraso no desenvolvimento da estrutura vorticosa anti-horária (inferior), a qual é a responsável por causar o desprendimento da estrutura vorticosa horária (superior) (figuras 6.11c e 6.11d). Assim como ocorre o atraso no desprendimento da estrutura superior, o mesmo mecanismo é responsável pelo atraso no desprendimento da estrutura vorticosa inferior.

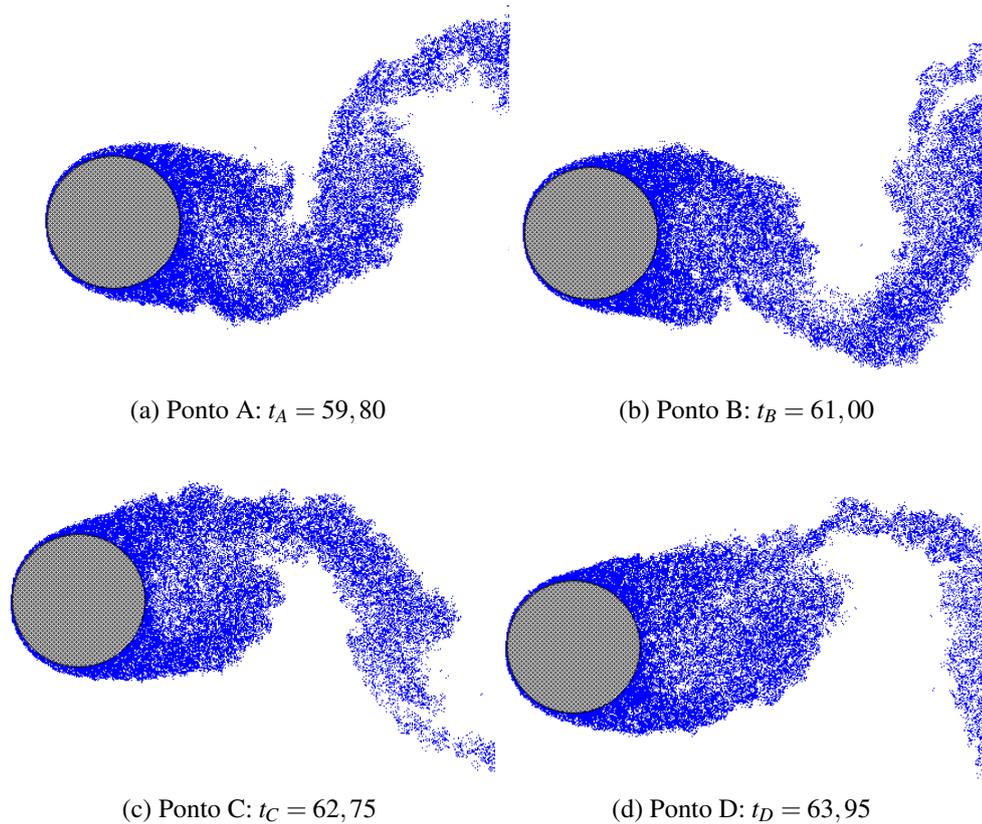


Figura 6.11: Detalhes do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes representados pelos pontos A, B, C e D das figuras 6.9 e 6.10 ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $\varepsilon = 0,007$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

A figura 6.12 mostra a forma da esteira no instante D da figura 6.9.

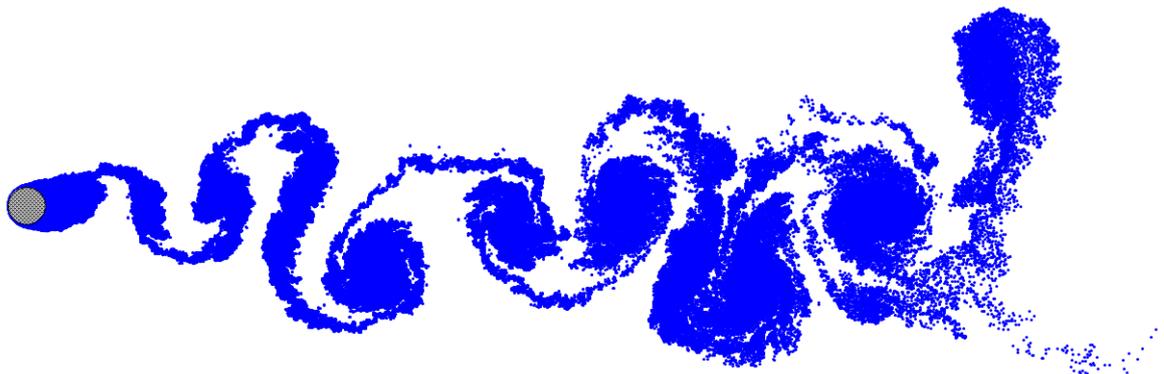


Figura 6.12: Detalhes da esteira de Von Kármán no instante representado pelo ponto D das figuras 6.9 e 6.10 ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $\varepsilon = 0,007$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$; $t_D = 52,55$).

Quanto ao tempo de simulação, Bimbato (2012) cita que o tempo médio gasto para realizar as simulações envolvendo efeitos da rugosidade foi de 526 horas, o que representou um aumento de cerca de 9% do tempo de processamento para as mesmas simulações realizadas para o cilindro circular hidraulicamente liso. Este tempo corresponde ao necessário para obter uma esteira com 450.000 vórtices discretos em um computador com processador INTEL CORE I7 de 2,80GHz. Para a presente simulação, utilizando um computador com as mesmas configurações, o tempo gasto foi de aproximadamente 281 horas para obter uma esteira com o mesmo número de vórtices, o que representa cerca de 54% do tempo de processamento anterior. Neste caso, a rugosidade representa cerca de 7% do tempo total.

6.3 ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR NA PRESENÇA DO EFEITO SOLO

Nesta seção estuda-se a influência do solo no escoamento ao redor de um cilindro circular, sendo que este move-se à mesma velocidade do escoamento incidente, evitando assim a formação de camada limite sobre ele. Com isso há uma simplificação das análises uma vez que não há efeito de entrelaçamento da esteira formada a jusante do corpo com a camada limite desenvolvida junto ao solo. As análises feitas no presente trabalho são divididas em duas partes: considerando o cilindro circular hidraulicamente liso e hidraulicamente rugoso.

6.3.1 Cilindro Circular Hidraulicamente Liso

Os resultados da presente simulação são validados a partir da comparação, principalmente, com os testes experimentais realizados por Nishino (2007). Como já mencionado, Nishino (2007) determinou os coeficientes de arrasto e de sustentação médios para o cilindro circular sob o efeito do solo que se movimenta com a mesma velocidade do escoamento incidente em regime subcrítico ($Re = 0,4 \cdot 10^5$ e $Re = 1 \cdot 10^5$).

Neste experimento foram utilizadas placas planas nas extremidades do cilindro para produzir escoamento aproximadamente bidimensional; assim, um fator adicional foi considerado nos estudos; a distância entre a extremidade das placas planas e o bordo inferior do cilindro circular, tendo em vista que estas placa não podiam tocar o solo em movimento. A figura 6.13 mostra uma foto e um esquema do aparato experimental utilizado, onde y_e é a distância entre a borda da placa plana e a borda do cilindro circular. Esta distância foi configurada em três diferentes valores: $0d$, $0,2d$ e $0,4d$ para examinar os efeitos de ponta do cilindro. Desta forma, quatro diferentes condições foram analisadas neste experimento: três com o uso de placas na ponta do cilindro circular e uma sem o uso delas (escoamento tridimensional). Nishino (2007) concluiu que a efetividade das placas planas colocadas na ponta do cilindro circular são reduzidas com a diminuição y_e , ou seja, o caso que mais se aproxima do escoamento bidimensional é o que

corresponde ao caso em que o corpo é posicionado a uma distância $y_e/d = 0,4$ da extremidade inferior das placas inibidoras dos efeitos tridimensionais, e são, principalmente, estes resultados que são comparados com os resultados obtidos com o presente trabalho.

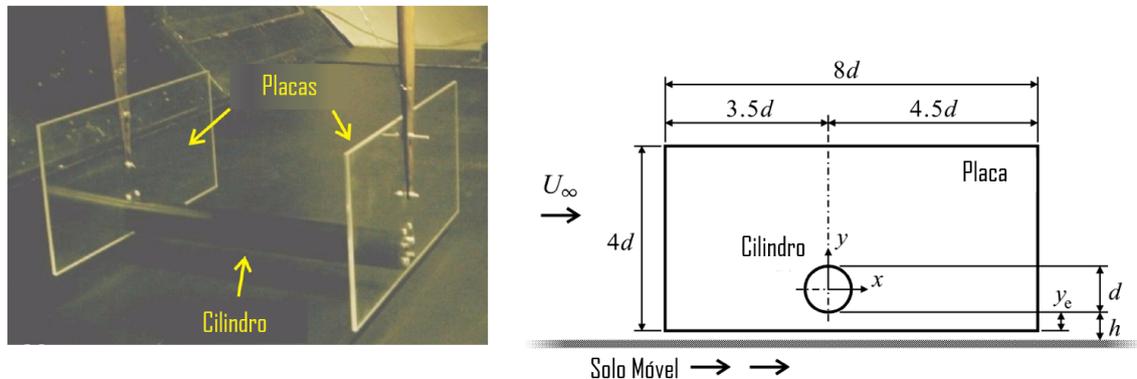


Figura 6.13: Aparato experimental utilizado em testes em túnel de vento (adaptada de Nishino, 2007).

Também são apresentados os resultados obtidos pela simulação numérica bidimensional do método de vórtices discretos realizado por Bimbato e al. (2012a,b), já que este foi a base para os estudos realizados neste trabalho.

A figura 6.14 mostra a variação dos coeficientes arrasto médio apresentados por Zdravkovich (2003), Nishino (2007), Bimbato et al. (2012a,b) e a presente simulação. A partir desta figura é possível verificar:

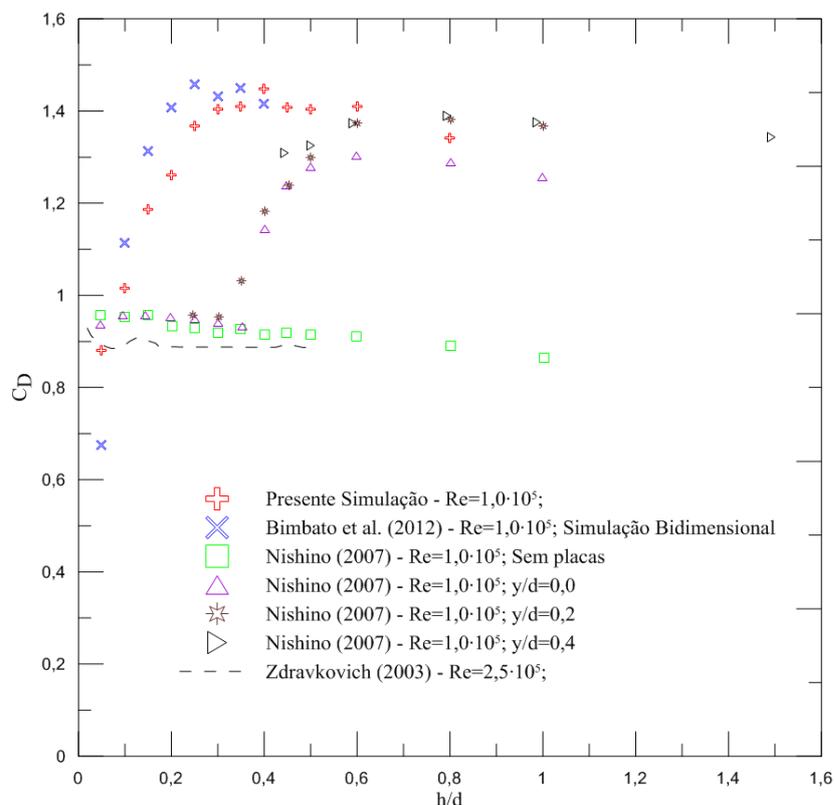


Figura 6.14: Comparação entre resultados numéricos e experimentais obtidos para o coeficiente de arrasto médio para o cilindro submetido ao efeito solo.

1. Primeiramente, como discutido por Nishino (2007), um dos mecanismos que governa o fenômeno do efeito solo está relacionado com a tridimensionalidade do escoamento, pois, como pode ser observado nos experimentos em que os efeitos tridimensionais eram importantes, o coeficiente de arrasto aumentava suavemente com a aproximação do cilindro circular ao solo, enquanto que, para o caso em que o escoamento é praticamente bidimensional ($y_e/d = 0, 0,2$ e $0,4$), ocorreu uma rápida redução no coeficiente de arrasto com a diminuição de h/d para menor que $0,5$ o que também ocorreu com na presente simulação;
2. Observa-se que, assim como apresentado por Nishino (2007) sem o uso das placas planas, o experimento de Zdravkovich (2003) também apresenta uma tendência de diminuição do coeficiente de arrasto com o aumento da distância h/d . Neste experimento o solo também se movia com a mesma velocidade do escoamento incidente;
3. Comparando os resultados da presente simulação com os apresentados por Nishino (2007), verifica-se que, quanto maior o valor de y_e/d , menor a diferença entre os valores apresentados, evidenciando que, quanto maior a distância entre a extremidade inferior das placas inibidoras e a extremidade do corpo, maior a eficiência destas em inibir os efeitos tridimensionais. Verifica-se que, para $h/d \geq 0,45$, os resultados da presente simulação diferenciam dos experimentais em 8%, em média. Para distâncias $h/d \leq 0,40$, a diferença entre os resultados experimentais e numéricos aumentam, porém, como a placa não deve tocar o solo, y_e/d diminui e, com isso, a efetividade das placas planas em produzir escoamentos bidimensionais é prejudicada, justificando o aumento da diferença entre os resultados.
4. Verifica-se que os resultados apresentados na presente simulação e os apresentados por Bimbato et al. (2012a,b) diferenciam, em média, 6% entre si, apresentando casos, como por exemplo $h/d = 0,4$, em que os resultados diferenciam em 2%. Isso deve-se aos cálculos numéricos e arredondamentos.

Para o coeficiente de sustentação, Nishino (2007) mostrou a existência de uma dependência pequena do uso ou não da placa plana; concluiu-se que, basicamente, o coeficiente de sustentação aumenta com a diminuição h/d para menor que $0,5$ para todos os casos investigados. Ou seja, o cilindro circular passa a ter uma sustentação positiva à medida que se aproxima do solo; isso acontece pois o ponto de estagnação é deslocado para a face inferior do corpo.

A seguir, faz-se uma análise mais detalhada sobre o escoamento ao redor do cilindro circular sob efeito do solo. Como exemplo, considera-se o caso em que o corpo é situado a uma distância de $0,45$ do solo ($h/d = 0,45$). Na tabela 6.3 são apresentados os valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e o número de Strouhal para este caso. Observa-se que o resultado obtido para o coeficiente de arrasto através da presente simulação difere em aproximadamente 4,6% em relação ao resultado apresentado por Bimbato (2012) e 7,32% em relação ao resultado

experimental apresentado Nishino (2007). Comparou-se aqui os resultado para $y_e/d = 0,4$ pois este caso se aproxima mais do escoamento bidimensional e, assim, a discrepância em relação ao resultado experimental é aceitável, pois, mesmo utilizando as placas inibidoras dos efeitos tridimensionais, o escoamento não é perfeitamente bidimensional.

Tabela 6.3: Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para o cilindro circular hidraulicamente liso submetido ao efeito solo ($h/D = 0,45$ e $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

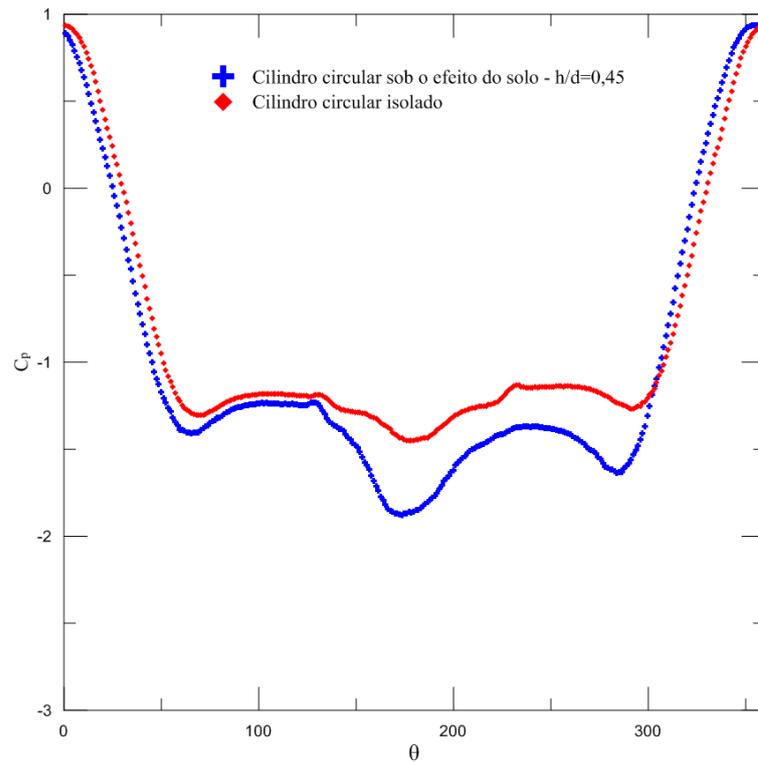
Autores	\bar{C}_D	\bar{C}_L	St
Nishino (2007) - $y_e/d = 0,4$	1,311	0,102	-
Bimbato (2012)	1,474	0,154	0,205
Presente Simulação	1,407	0,003	0,200

Para este caso, são apresentados, na figura 6.15, a distribuição média de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular (figura 6.15a) e a evolução das cargas fluidodinâmicas integradas no tempo que atuam sobre o corpo (figura 6.15b). Na figura 6.15a também é apresentada a distribuição média de pressão sobre a superfície para a simulação do cilindro circular isolado e, comparando as duas curvas, é possível verificar que a pressão na parte traseira do cilindro circular sob o efeito do solo é menor que no caso do cilindro isolado, o que justifica o aumento do coeficiente de arrasto de 1,184 (cilindro circular isolado) para 1,407.

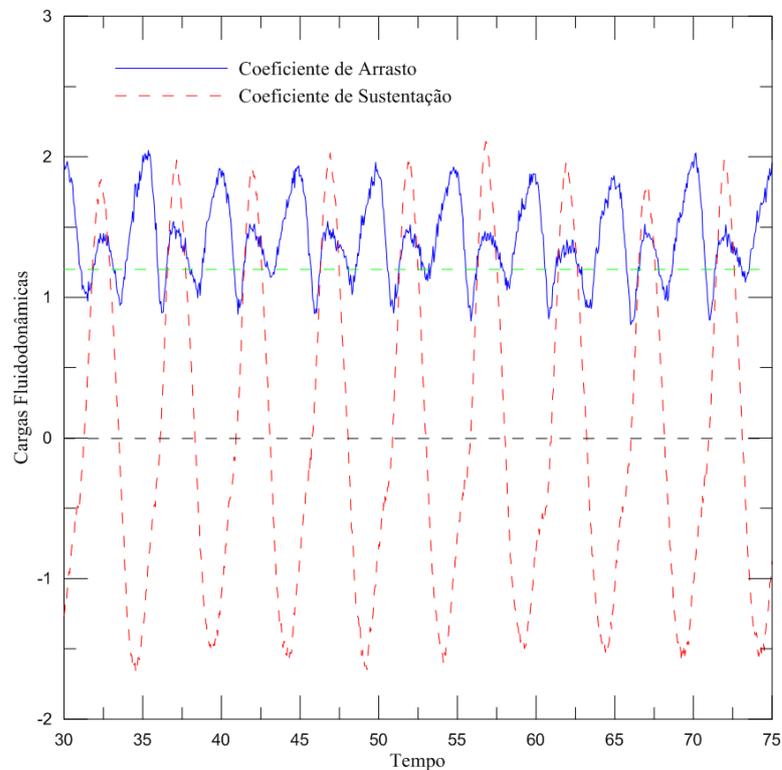
Comparando agora as curvas que representam a evolução das cargas fluidodinâmicas integradas no tempo para o caso do cilindro circular isolado (figura 6.2) e para o caso do cilindro circular sob o efeito do solo - $h/d = 0,45$ (figura 6.15b) observa-se que, diferentemente do primeiro caso, para o cilindro sob o efeito do solo, em um período de oscilação do coeficiente de arrasto, há o aparecimento de uma amplitude de maior pico e uma de menor. Isto ocorre devido ao efeito de bloqueio imposto pela presença do solo, que é um dos mecanismos que governa o fenômeno do efeito solo.

Este efeito faz com que a estrutura vorticosa anti-horária (inferior) tenha seu desenvolvimento limitado pela presença do solo, enquanto a estrutura vorticosa horária (superior) tenha total liberdade para se desenvolver, até ser incorporada definitivamente pela esteira viscosa. Com isso, produz-se picos de amplitude maiores na curva do coeficiente de arrasto no desenvolvimento de uma estrutura vorticosa superior e picos de amplitude menores no desenvolvimento de uma estrutura vorticosa anti-horária (inferior) (veja a figura 6.16).

Para a evolução do coeficiente de sustentação (figura 6.17), de maneira geral, verifica-se a mesma dinâmica de geração e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas observada para o cilindro circular isolado. Porém, é possível verificar que, para o cilindro circular sob efeito solo, a estrutura vorticosa anti-horária (inferior) desenvolve-se mais próxima ao corpo (figura 6.17, ponto C) do que no caso isolado (figura 6.4c). Devido a isto, há uma pressão mais baixa na traseira do corpo, o que justifica o aumento do coeficiente de arrasto médio em relação ao caso em que o corpo encontra-se isolado.



(a) Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular.



(b) Evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo.

Figura 6.15: Cargas fluidodinâmicas exercidas sobre um cilindro circular hidraulicamente liso submetido ao efeito solo ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

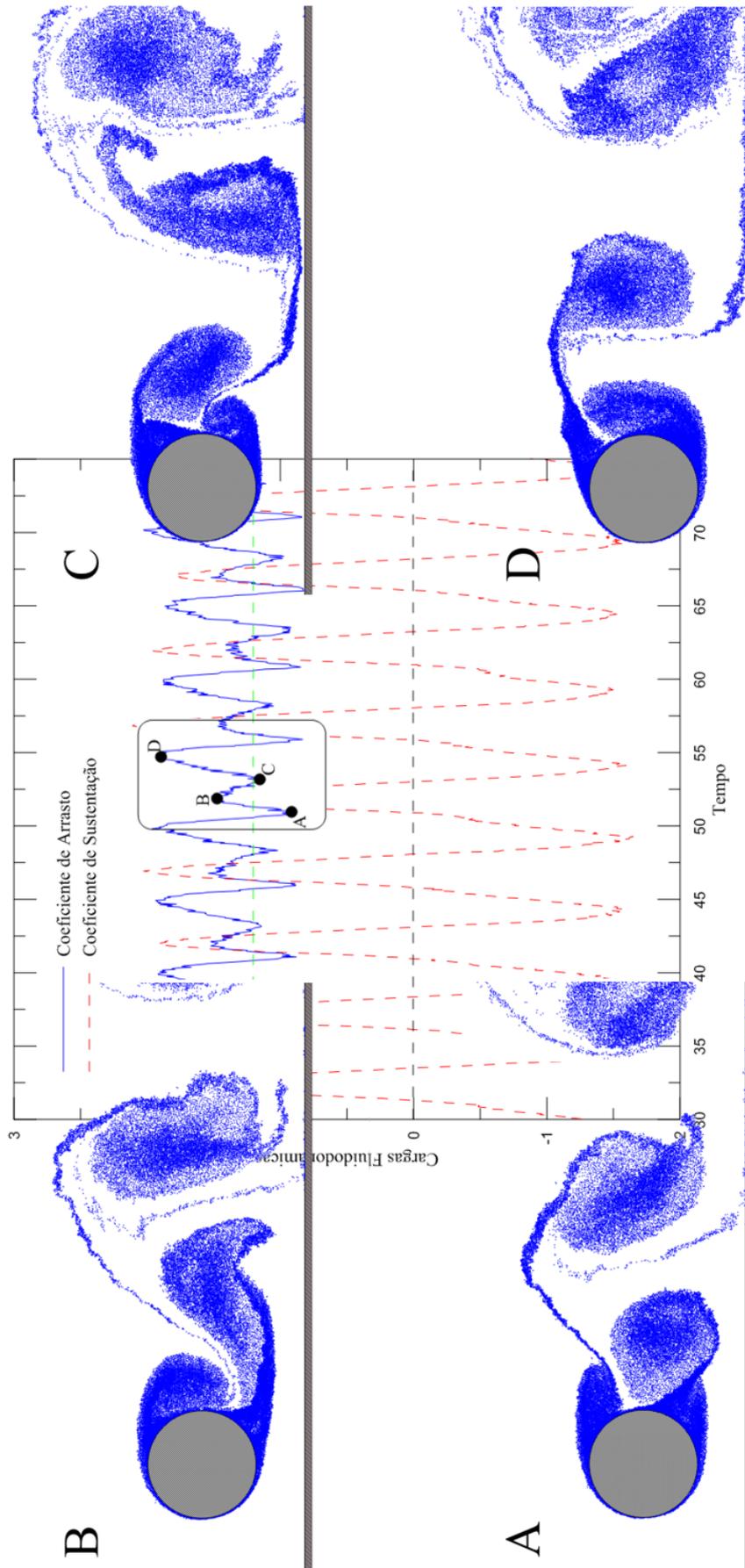


Figura 6.16: Detalhe do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes $t_A = 50,95$, $t_B = 51,80$, $t_C = 53,20$ e $t_D = 54,70$ ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

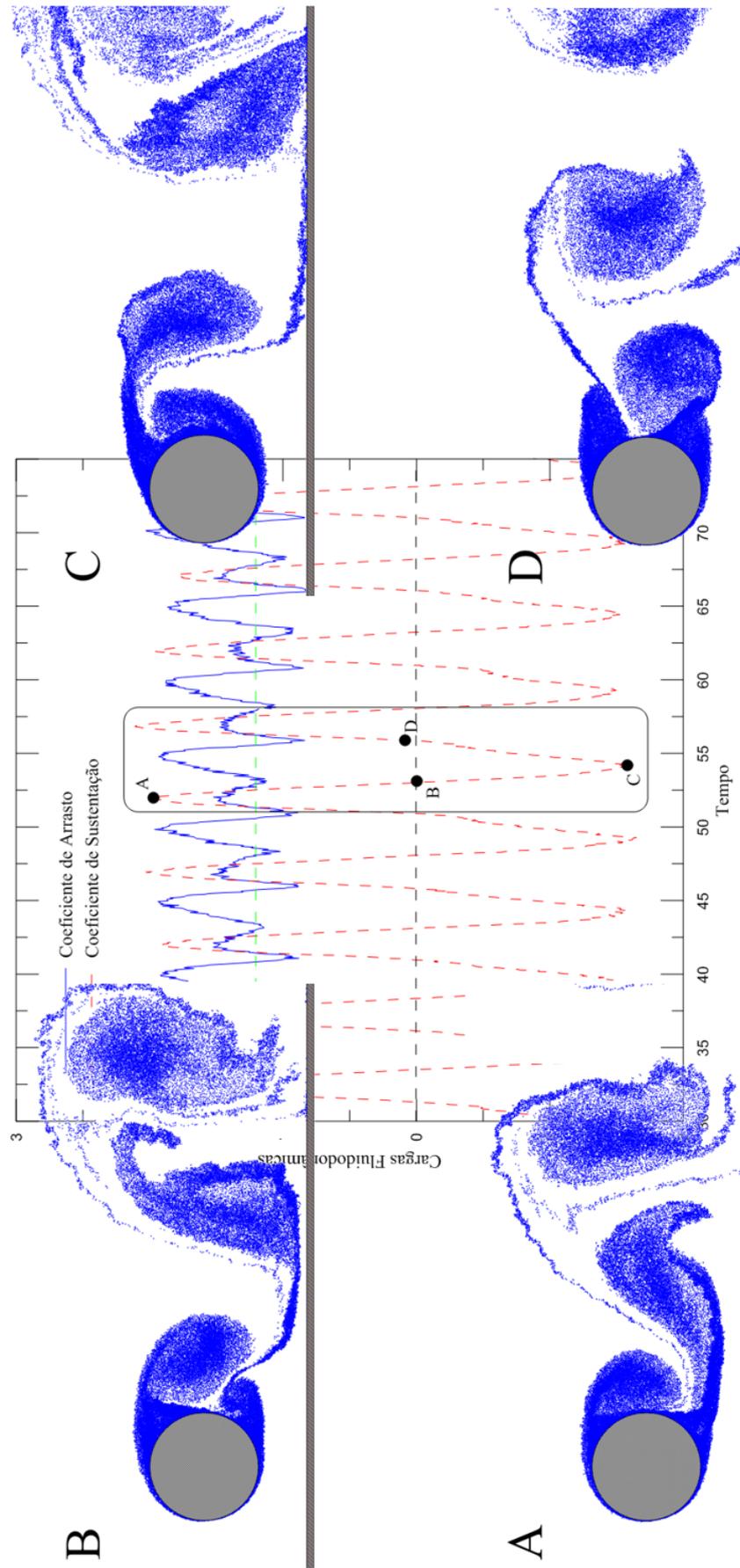


Figura 6.17: Detalhe do desprendimento das estruturas vorticosas nos instantes $t_A = 52,00$, $t_B = 53,00$, $t_C = 54,20$ e $t_D = 55,85$ ($mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

A figura 6.18, apresenta a forma da esteira de Von Kármán, correspondente ao ponto D da figura 6.17, sob o efeito do solo.

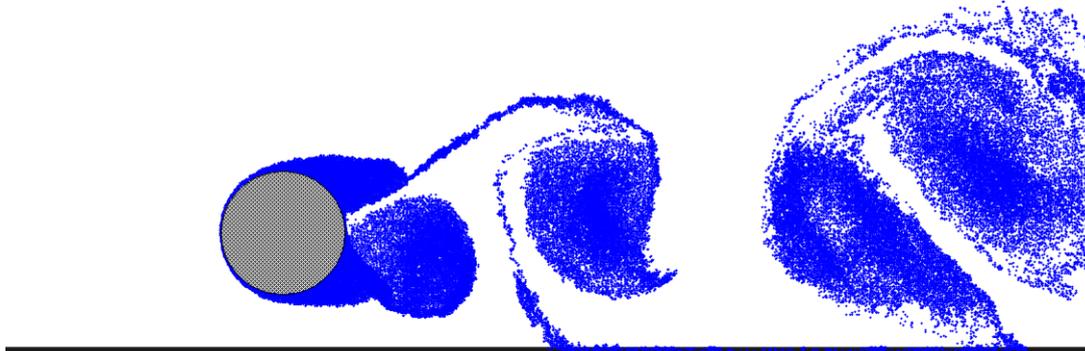


Figura 6.18: Detalhes da esteira de Von Kármán no instante $t = 55,85$ (representado pelo ponto D da figura 6.17, $mb1 = 300$; $\Delta t = 0,05$; $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Bimbato (2012) destaca que, para a simulação do escoamento em torno do cilindro circular sob o efeito do solo ($h/d = 0,45$), foram necessárias 584 horas de tempo de CPU, utilizando um computador com um processador INTEL CORE I7 de 2,80GHz, para se chegar a uma esteira de 450.000 vórtices discretos. Utilizando um computador com as mesmas configurações e para uma esteira com o mesmo número de vórtices discretos, a presente simulação levou em torno de 294 horas.

6.3.2 Cilindro Circular Hidraulicamente Rugoso

A carência de resultados e estudos que levam em conta o efeito conjunto do solo e da rugosidade, fazem com que esta secção seja discreta. O objetivo aqui é mostrar que os resultados obtidos com a aceleração do código estão de acordo com os apresentados por Bimbato (2012). O autor apresentou, como exemplo de aplicação do modelo de rugosidade, a análise do escoamento subcrítico ($Re = 1,0 \cdot 10^5$) ao redor de um cilindro circular situado a uma distância $h = 0,45$ da superfície do solo e com uma rugosidade relativa de 0,007. Como destaca o autor, este valor de rugosidade foi escolhido pois é capaz de provocar padrões de escoamentos supercríticos. Na tabela 6.4 apresenta-se os resultados obtidos com a presente simulação e por Bimbato (2012) para o cilindro circular hidraulicamente liso e rugoso e os resultados obtido por Nishino (2007) para o cilindro circular hidraulicamente liso. Observa-se que os resultados da presente simulação diferenciam em 3% em relação aos apresentados por Bimbato (2012).

Bimbato (2012) destacou em seu trabalho que tal rugosidade é capaz de propiciar a transição da camada limite laminar para a camada limite turbulenta, causando uma redução no coeficiente de arrasto de cerca de 18,0%. O mesmo fato é obtido com o presente resultado, em que o coeficiente de arrasto obteve uma queda de cerca de 17%.

Tabela 6.4: Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para o cilindro circular hidraulicamente liso e rugoso submetido ao efeito solo ($h = 0,45$ e $Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Autores	ε/d	\bar{C}_D	\bar{C}_L	St
Nishino (2007) - $y_e/d = 0,4$	-	1,311	0,102	-
Bimbato (2012)	0,00000	1,474	0,154	0,205
	0,00700	1,208	0,055	0,209
Presente Simulação	0,00000	1,407	0,003	0,200
	0,00700	1,172	0,074	0,213

Quanto ao tempo de processamento correspondente à simulação de uma esteira de 450.000 vórtices discretos, consumiu-se, aproximadamente, 438 horas, o que corresponde a cerca de 61% do tempo gasto na mesma simulação por Bimbato (2012). Como reportado por Bimbato (2012) o tempo de simulação de um escoamento ao redor de um cilindro circular hidraulicamente rugoso próximo ao solo foi de 717 horas, o que corresponde à aproximadamente 30 dias.

A partir das análises e resultados apresentados por Bimbato (2012), o autor pode comprovar que o modelo de rugosidade, de fato, modificava as características do escoamento.

Capítulo 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O ponto de partida deste trabalho foi o código computacional desenvolvido em linguagem Fortran na tese de doutorado de Bimbato (2012), a qual utilizava o método de vórtices discretos associado ao modelo da função estrutura de velocidade de segunda ordem para o cálculo do efeito da turbulência e o modelo de rugosidade que é dependente do modelo de turbulência. O código computacional permite analisar o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente ao redor de um corpo de forma arbitrária sob o efeito ou não do solo que se move a mesma velocidade do escoamento incidente.

O objetivo central deste trabalho foi acelerar o algoritmo responsável pelo cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta. Com o programa inicial, o tempo gasto para calcular a função estrutura de velocidade de segunda ordem representava 31,90%¹ para o cilindro circular hidraulicamente rugoso isolado e 16,46% quando o efeito solo era levado em conta nas simulações; este tempo correspondia a cerca de 1 dia e 23 horas de tempo de simulação. Observa-se que como discutido, o tempo gasto neste processo é independente do efeito solo e depende unicamente do número de vórtices discretos no domínio em análise. Com a aceleração desta etapa o cálculo passou a representar, respectivamente, com e sem o efeito solo, 0,19% e 0,10% do tempo total com o programa inicial. A estrutura de caixas criada limitou o domínio, de maneira eficiente, em sub-regiões e, como isso, o conjunto de vórtices discretos que influenciam no efeito da turbulência local é determinado de maneira mais rápida. Este cálculo leva agora cerca² de 14 min para o número de caixas utilizadas ($4^{level} - level = 8$). Também foram analisadas as diferenças entre os valores dos coeficientes de arrasto e de sustentação e do número de Strouhal para o programa inicial e aquele obtido com, apenas, a aceleração do cálculo do efeito da turbulência, esta diferença foi menor que 2,5%, devido aos erros de arredondamento acumulados ao longo da simulação.

Outra contribuição deste trabalho foi a análise completa do tempo de processamento para

¹as análises feitas aqui correspondem a 1000 incrementos de tempo.

²sem a impressão de arquivo externo.

as diferentes etapas do programa (Lei de Biot-Savart, cálculo do efeito da turbulência, cálculo do efeito da rugosidade e imposição da aderência). Assim, foi possível verificar quais etapas são mais onerosas e quais têm um aumento do tempo de processamento mais íngreme com o aumento do número de vórtices no domínio. Desta forma, foi proposta a aceleração do cálculo do efeito da rugosidade e da imposição da condição de aderência. Para o cilindro circular a porcentagem de tempo gasto com estes cálculos, inicialmente, foi de 10,26% para o cálculo do efeito da rugosidade e 4,26% para a imposição da aderência, o que corresponde a cerca de 21 horas de cálculo; com a aceleração do código este tempo passou a ser de cerca de 9 horas. Para o caso do cilindro circular sob o efeito do solo, somente a aceleração da imposição da condição de aderência foi implementada, pois o programa com a aceleração da rugosidade apresentou algumas instabilidades numéricas, devido ao mal condicionamento do sistema obtido nesta etapa. Para solucionar este problema fica como sugestão para trabalhos futuros a implementação de um processo iterativo para o refinamento da solução obtida pelo sistema.

Observe que na simulação do cilindro circular sob o efeito do solo as etapas de imposição da condição de aderência e de cálculo do efeito da rugosidade são bem mais críticas do que no caso do cilindro circular isolado. As porcentagens do tempo de processamento gastos inicialmente nestas etapas são, respectivamente de 22,40% e 27,59%, o que corresponde, juntas a cerca de 5 dias e 22 horas de cálculo; ou seja, mais de 50% do tempo de processamento é gasto nestas etapas. Com a aceleração da imposição da condição de aderência, o tempo gasto nesta etapa passou de 2 dias e 15 horas para 8 horas e 28 min, o que representa cerca de 2,98% do tempo de processamento do programa inicial.

Para o programa que simula o escoamento ao redor do cilindro circular isolado, a diferença entre os resultados das cargas fluidodinâmicas e do número de Strouhal, para o código inicial e aquele obtido com a aceleração do cálculo da turbulência, do efeito da rugosidade e da condição de aderência, são menores que 5%, o que se mostrou satisfatório, uma vez que a comparação com os resultados, qualitativos, experimentais comprovam a capacidade do programa em simular tais escoamentos. Para o caso da simulação do escoamento ao redor do cilindro circular hidraulicamente liso sob o efeito do solo, a diferença média entre os resultados é de 6% e, comparando com os resultados experimentais encontrados na literatura, estas diferenças não excedem 8%, conseguindo, assim, reproduzir os padrões de escoamento.

Observa-se que inicialmente o tempo de processamento total para simular o escoamento em torno do cilindro circular rugoso sem e com o efeito do solo, respectivamente, foi de 6 dias, 3 horas e 9,78 min e 11 dias, 20 horas e 50,24 min. Com a aceleração estes valores passaram a corresponder, respectivamente, 3 dias, 15 horas e 52,25 min (59,7% do tempo do programa inicial) e 7 dias, 20 horas e 58,40 min (61,9% do tempo do programa inicial).

Porém, a Lei de Biot-Savart ainda é um dos processos mais onerosos nas simulações e, assim, limita o uso do método de vórtices discretos com métodos de convecção e difusão mais precisos e incrementos de tempo menores. O alto custo do cálculo desta etapa se deve ao fato de que a Lei de Biot-Savart leva em consideração as interações mútuas entre os vórtices discretos

que estão no domínio e, desta forma, o número de operações realizadas por um processador neste cálculo é proporcional ao quadrado do número de vórtices discretos presentes na nuvem, o que torna o método caro. O modelo do vórtice potencial é utilizado neste trabalho como uma alternativa ao modelo do vórtice discreto de Lamb¹, evitando assim o cálculo da exponencial na Lei de Biot-Savart. Nos testes iniciais, feitos com o uso de apenas vórtices discretos de Lamb, o tempo de processamento gasto na etapa da Lei de Biot-Savart foi de cerca de 6 dias representando, aproximadamente, 67,10% e 41,20% do tempo de processamento do programa para simular o escoamento em torno do cilindro circular hidraulicamente rugoso, respectivamente, isolado e sob o efeito do solo.

Outro ponto importante a se destacar é que um problema intrínseco ao método de vórtices discretos é o aumento do tempo de processamento à medida que a simulação avança. Para 1500 incrementos de tempo, o tempo de processamento total para simular o escoamento em torno do cilindro circular rugoso sem e com o efeito do solo, respectivamente, passa a ser cerca de 8 dias e 21 horas e 17 dias e 14 horas.

Assim, para que o método se torne mais preciso e viável é necessário o emprego de programação paralela em conjunto com o uso do método de expansão em multipolos. O método de expansão em multipolos calcula, através da Lei de Biot-Savart, as exatas interações entre conjuntos de vórtices discretos próximos e aproxima as interações para grupo de vórtices discretos distantes. Isso é feito agrupando os vórtices discretos da nuvem em caixas de tamanhos diferentes e avaliando as interações entre os vórtices discretos da caixa e as interações entre as caixas que se encontram suficientemente distantes umas das outras. Esta técnica acelera os cálculos da velocidade induzida devido à interação vórtice-vórtice, reduzindo o número de operações de um processador para a ordem de $N \log(N)$ ou até mesmo N , onde N é o número de vórtices discretos na nuvem.

A associação do presente código computacional com o método de expansão em multipolos paralelizado no ambiente FORTRAN permitirá a realização de simulações numéricas com um alto nível de refinamento no campo de vorticidades, permitindo, assim, que a etapa da difusão da vorticidade seja resolvida utilizando-se técnicas determinísticas como o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 1996). Este método necessita do estabelecimento de um critério de taxa crítica de crescimento do raio do núcleo do vórtice de Lamb, da partição do núcleo do vórtice e da coalescência de vórtices discretos.

Com emprego de métodos mais precisos e programação paralela, a extensão do código computacional para o domínio tridimensional é a próxima aspiração.

Quanto à análise física do problema, foram apresentados gráficos da distribuição do coeficiente de pressão instantâneo ao longo da superfície discretizada do corpo, da evolução das cargas fluidodinâmicas integradas ao longo do tempo e da esteira formada em diferentes momentos da simulação. Procurou-se, a partir destes gráficos, apresentar uma descrição detalhada da física

¹Nos casos em que o ponto de cálculo da velocidade induzida está a uma distância do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb indutor maior ou igual ao seu raio do núcleo.

do problema.

Para o cilindro hidraulicamente rugoso isolado, os resultados numéricos apresentados não foram comparados diretamente com dados experimentais, uma vez que é difícil garantir que, além da rugosidade relativa (ε/D , onde ε é a altura das protuberâncias e saliências que formam a superfície), a textura da superfície fosse a mesma. Desta forma, procurou-se comparar os resultados qualitativamente, como tendência de diminuição do coeficiente de arrasto e do R.M.S do coeficiente de sustentação com o aumento da rugosidade relativa (Zhou et al., 2015). Além disso, o padrão de escoamento para o cilindro circular hidraulicamente rugoso foi comparado com o padrão para um cilindro circular hidraulicamente liso, afim de mostrar que, para rugosidades relativas suficientemente grandes, pode-se, a partir de escoamentos subcríticos, provocar padrões de escoamentos supercríticos (Bimbato, 2012).

Para as simulações com cilindro circular hidraulicamente liso sob o efeito do solo que se movimenta com a mesma velocidade do escoamento incidente, os resultados foram analisados e comparados com os apresentados por Nishino (2007). Como destaca Nishino (2007), as placas nas bordas do cilindro circular inibem os efeitos tridimensionais e a sua eficiência aumenta com a distância entre o bordo inferior do cilindro circular e o bordo inferior da placa plana. Porém, à medida que o cilindro circular se aproxima do solo esta distância tem que ser diminuída para que o bordo da placa não toque na superfície do solo em movimento. Isso faz com que o número de dados para comparar com a presente simulação, que é intrinsecamente bidimensional, diminua com a aproximação do cilindro circular ao solo. Comparando os resultados da presente simulação com os apresentados por Nishino (2007) com o uso das placas inibidoras, verifica-se que os resultados para o coeficiente de arrasto diferem em menos de 8% entre si e a tendência de diminuição do coeficiente de arrasto com a diminuição da distância entre o cilindro circular e o solo apresentada pelo autor é a mesma sugerida pelos resultados da presente simulação.

Para os casos em que o efeito tridimensional é importante, verifica-se que, tanto os resultados obtidos com a presente simulação quanto aqueles obtidos por Nishino (2007), que utilizam as placas planas nas pontas do cilindro circular, diferem enormemente entre si, destacando assim que a tridimensionalidade do escoamento é um dos mecanismos que governa o fenômeno do efeito solo.

Outro ponto de destaque é que como o solo se move a mesma velocidade do escoamento incidente, a influência da camada limite gerada a partir da superfície plana é inibida (Nishino, 2007) e, portanto, desconsiderada na simulação. Assim, é necessário, posteriormente, investigar os efeitos tridimensionais e os efeitos de interferência de esteira, causado pelo entrelaçamento da esteira formada a jusante do corpo com a camada limite desenvolvida junto ao solo. Observe que a simulação destes fenômenos só serão possíveis na prática com o uso de programação de alto desempenho.

Além dos efeitos tridimensionais e de interferência de esteira, o efeito de bloqueio imposto pela superfície do solo é um outro mecanismo importante do efeito solo. Como destaca Bimbato (2012), este mecanismo é o responsável pelo aumento do coeficiente de arrasto, comparado ao

caso em que o corpo se encontra isolado, e pelos picos de amplitudes intercaladas ao longo do tempo na curva deste coeficiente (figura 6.15b).

Para o caso do cilindro circular hidraulicamente rugoso a falta de estudos experimentais e numéricos fez com que a comparação entre os resultados não fosse possível, destacando, assim, a necessidade de um estudo detalhado que aborde os efeitos conjuntos da rugosidade superficial do cilindro circular e a presença do solo no padrão do escoamento.

Em suma, o código computacional se mostrou bastante sensível às diferentes combinações de parâmetros numéricos afetos ao método e afetos aos fenômenos físicos investigados. Esta ferramenta numérica possui grande potencial para o estudo de diferentes fenômenos de interferência, que podem ser esclarecidos usando a história temporal das flutuações das cargas fluidodinâmicas, principalmente, porque estes resultados ainda são insipientes e contraditórios na literatura para os casos de arranjos de corpos. As configurações de um corpo isolado ou de mais de um corpo, incluindo-se efeitos de vibração induzida pelo escoamento, merecem atenção com foco para variação do espaçamento entre os centros dos cilindros e a inclusão de movimentos de oscilação de corpos gerando-se situações de dois graus de liberdade. A inclusão de efeitos de dois graus de liberdade em um corpo isolado ou em um arranjo de corpos pode ser incorporada no presente código computacional sem maiores dificuldades. Finalmente, os efeitos de transferência de calor por convecção mista podem ser incorporados no presente código computacional (Alcântara Pereira & Hirata, 2003).

Apêndice A

MODELO DE VÓRTICE DE LAMB

O objetivo deste apêndice¹ é o de apresentar uma discussão sobre o modelo de vórtice de Lamb como solução da equação do transporte de vorticidade bidimensional. Para isso, considere a equação do transporte de vorticidade bidimensional:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \omega = \nu \nabla^2 \omega \quad (\text{A.1})$$

Pode-se considerar dois casos limites, com o intuito de entender o comportamento da vorticidade:

- 1° CASO: Ignorando o termo dissipativo, e assim a equação A.1 toma a forma:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \omega = 0 \quad (\text{A.2})$$

Neste caso, os vórtices são apenas carregados pelo campo de velocidades, no entanto, o próprio campo de velocidades deve responder à alteração na vorticidade causada pelo movimento dos vórtices. A resolução desta equação leva a um sistema de equações diferenciais para o movimento dos centros dos vórtices ($z_j = (x_j, y_j)$) (figura A.1):

$$\dot{x}_j = u = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k \neq j} \Gamma_k \frac{y_j - y_k}{|z_j - z_k|^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{y}_j = v = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k \neq j} \Gamma_k \frac{x_j - x_k}{|z_j - z_k|^2} \quad (\text{A.4})$$

onde $z_k = (x_k, y_k)$ é a posição do centro dos outros vórtices no domínio, Γ_k é a intensidade do vórtice dada pela equação abaixo, em que ω representa a distribuição de vorticidade dentro do vórtice pontual de área ds :

¹Este apêndice é baseado nas notas de aula do curso “MCC10: Métodos de Partículas de Lagrangeanos”, CPGEM-UNIFEI; 2016 (Alcântara Pereira, L. A.) em conjunto com “lecture 1: The Oseen vortex” (Wayne, E.) da Escola, “Around Vortices: from Continuum to Quantum Mechanics”, IMPA; 2014.

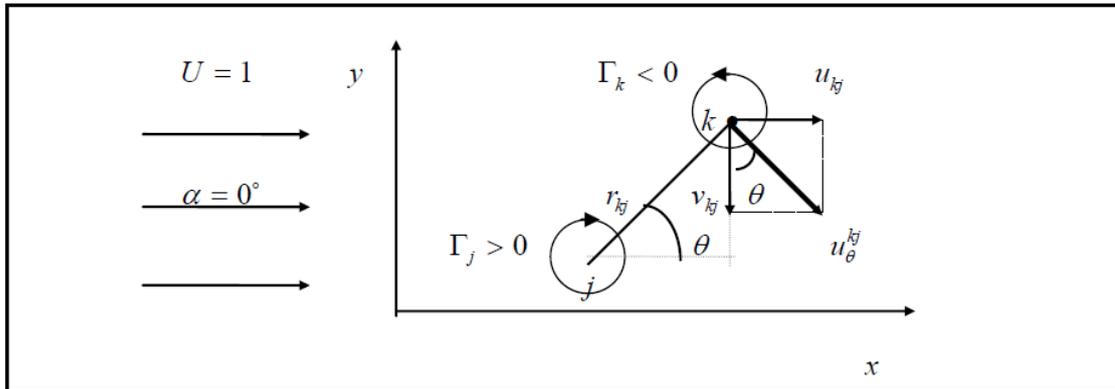


Figura A.1: Velocidade induzida (retirada de Alcântara Pereira, 1999).

$$\Gamma = \int_0^{2\pi} \omega ds \tag{A.5}$$

O modelo apresentado acima é chamado de vórtice potencial e apresenta um comportamento singular no seu centro.

- 2º CASO: Ignorando o termo não linear, e assim a equação A.1 toma a forma:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \nabla^2 \omega \tag{A.6}$$

Considerando a equação anterior em coordenadas polares (r, θ) e levando em conta a simetria do problema $\left(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0\right)$ tem-se (figura A.2):

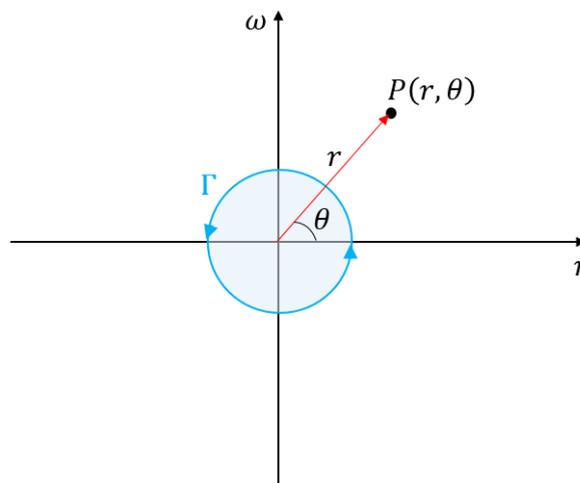


Figura A.2: Difusão radial da vorticidade.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \right] \tag{A.7}$$

A seguir são utilizados argumentos da Análise Dimensional para a obtenção da expressão da velocidade tangencial induzida por um vórtice pontual. São seguidos os seguintes passos:

- 1° Passo: Relação Funcional: $F\left(\frac{\omega}{\Gamma}, r, t, v\right)$

Portanto, há $n = 4$ grandezas.

- 2° Passo: Ordem da matriz dimensional (r); veja a figura A.3:

	$\frac{\omega}{\Gamma}$	r	t	v
M	0	0	0	0
L	-2	1	0	2
T	0	0	1	-1
θ	0	0	0	0

 \longrightarrow

1	0	$\neq 0.$
0	1	
r	t	

Figura A.3: Matriz dimensional para a difusão da vorticidade.

Portanto, $r = 2$.

- 3° Passo: Obtenção dos $n - r = 4 - 2 = 2$ πs (pelo Método Expedito)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Comprimento Representativo} \\ \text{Velocidade Representativa} \end{array} \right\} = \text{Tempo Representativo} : t = T$$

$$\{\text{Propriedades dos Fluidos}\} = \text{Propriedades dos Fluidos} : v = L^2 T^{-1}$$

Portanto $T = t$ e $L = (vt)^{1/2}$, assim:

$$\Pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} = L^{-2} = \left((vt)^{1/2}\right)^{-2} = (vt)^{-1}$$

$$\Pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} vt \tag{A.8}$$

$$\Pi_2 = r = L = (vt)^{1/2}$$

$$\Pi_2 = \frac{r}{\sqrt{vt}} \tag{A.9}$$

- 4° Passo: Relação adimensional $\vartheta(\Pi_1, \Pi_2) = 0$:

$$\vartheta\left(\frac{\omega}{\Gamma} vt, \frac{r}{\sqrt{vt}}\right) = 0 \tag{A.10}$$

Considerando $\eta = \frac{r}{\sqrt{vt}}$, a relação adimensional definida pela equação A.10 pode ser escrita como:

$$\omega = \frac{\Gamma}{vt} f(\eta), \quad (\text{A.11})$$

e cujas derivadas tomam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{vt}} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{2} r v (vt)^{-3/2} = -\frac{1}{2} \frac{r}{\sqrt{vt}} \frac{1}{t} = -\frac{\eta}{2t} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= -\frac{\Gamma v}{(vt)^2} f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\Gamma}{vt} = -\frac{\Gamma}{vt^2} f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \left(-\frac{\eta}{2t}\right) \frac{\Gamma}{vt} \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} &= -\frac{\Gamma}{vt^2} \left(f(\eta) + \frac{1}{2} \eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{vt}}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\partial \omega}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{r\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial r}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\Gamma}{\eta t \sqrt{vt} \sqrt{vt}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right)$$

$$\frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\Gamma}{\eta vt^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \quad (\text{A.17})$$

Substituindo-se as derivadas anteriores na equação A.7 resulta:

$$\left(-f - \frac{1}{2} \eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \frac{\Gamma}{vt^2} = \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \frac{\Gamma}{vt^2}. \quad (\text{A.18})$$

o que leva a:

$$2\eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta^2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + 2f\eta = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) + \left(2f\eta + \eta^2 \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (\text{A.20})$$

integrando a equação A.20 em relação a η , tem-se:

$$2\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta^2 f = A \quad (\text{A.21})$$

onde $A = 0$, pois $\frac{\partial f}{\partial \eta}(0) = 0$. Assim a equação A.20 toma a seguinte forma $2\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta f = A$. Integrando-a em relação a η , tem-se:

$$f(\eta) = B \cdot \exp\left(\frac{\eta^2}{4}\right) \quad (\text{A.22})$$

Mas, sabe-se que:

$$\Gamma = \int_0^\infty \omega 2\pi r dr. \quad (\text{A.23})$$

Como $B = \frac{1}{4\pi}$, tem-se em termos de variáveis dimensionais a seguinte equação, que mostra uma distribuição Gaussiana da vorticidade:

$$\omega(r,t) = \frac{\Gamma}{4\pi vt} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right). \quad (\text{A.24})$$

A equação de distribuição de vorticidade na verdade não é apenas uma aproximação linear, mas é a solução exata da equação do transporte de vorticidade bidimensional.

A utilização da definição de vorticidade $\left(\omega = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU_\theta)\right)$ permite calcular a velocidade induzida por um vórtice discreto de Lamb:

$$U_\theta = \frac{1}{r} \int_0^r \omega r dr. \quad (\text{A.25})$$

resultando na seguinte expressão:

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right)\right]. \quad (\text{A.26})$$

Observe que este campo de vorticidades produz um campo de velocidades puramente tangencial. Combinando a isto o fato de que a solução gaussiana corresponde a uma distribuição de vorticidades que depende apenas da variável radial, assegura-se que o termo não linear na equação de vorticidade é igual a zero $\left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{\omega} = 0\right)$. Por isto, este modelo de partícula é apropriado para a representação dos vórtices discretos no domínio fluido.

Apêndice B

ALGORITMO PARA O CÁLCULO DA VISCOSIDADE TURBULENTA

Este apêndice é um complemento a subseção 5.2.1 e tem o objetivo de descrever como as rotinas do programa, desenvolvidas em linguagem FORTRAN, estão organizadas para o cálculo da viscosidade turbulenta no domínio fluido.

B.1 ESTRUTURA DO PROGRAMA

A figura B.1 mostra a estrutura do programa apenas para o cálculo da viscosidade turbulenta.

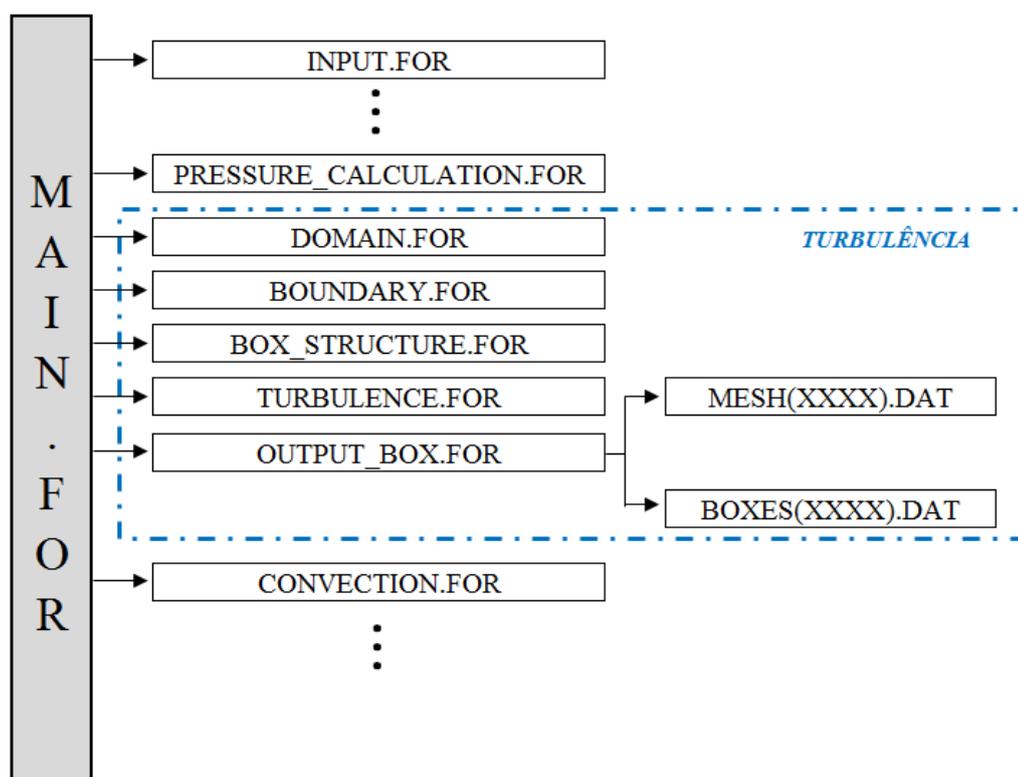


Figura B.1: Estrutura do cálculo da turbulência no programa.

Os parâmetros de entrada importantes para este cálculo são:

- *sm*: Este fator determina o valor do raio externo da coroa circular criada ao redor de cada vórtice discreto;
- *level*: Este parâmetro é importante para o dimensionamento das caixas. O número total de caixas no domínio é dado por 4^{level} , enquanto o número de divisões no domínio em x e y são iguais à 2^{level} .

B.2 DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DAS ROTINAS

B.2.1 Rotina para criação do domínio (DOMAIN.FOR)

Esta rotina é responsável por determinar as coordenadas que delimitam o domínio com presença de vorticidade em cada incremento de tempo (step). Para isso procura-se, em toda a esteira, as coordenadas dos vórtices que delimita o domínio em x e em y, como mostrado no esquema abaixo:

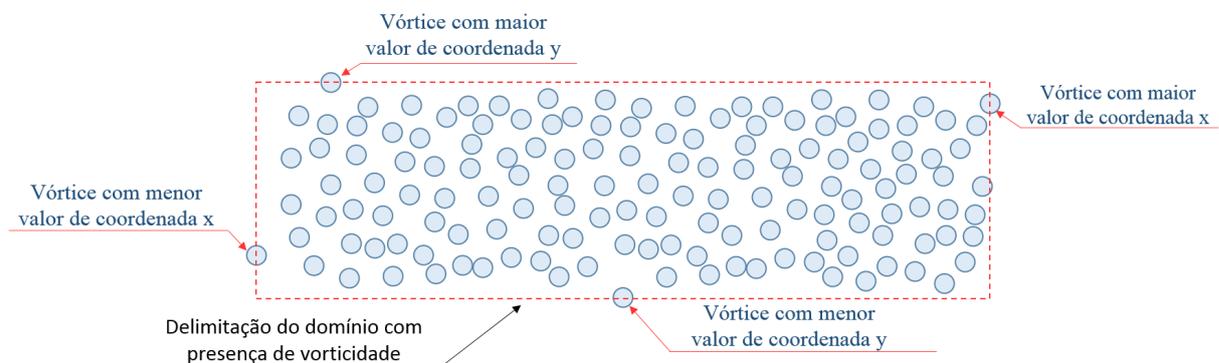


Figura B.2: Esquema da etapa que delimita o domínio com vorticidade.

Ao final desta rotina obtêm-se as coordenadas (x_{min}, y_{min}) e (x_{max}, y_{max}) .

B.2.2 Rotina que dimensiona o tamanho da matriz BOX (BOUNDARY.FOR)

Esta rotina tem por objetivo dimensionar a matriz BOX, alocando a memória necessária para o correto funcionamento do programa. Como mencionado, a matriz BOX é responsável por fazer a conexão entre o índice do vórtice no domínio total e o seu índice na caixa à qual ele pertence. Para isso determina-se o número máximo de vórtices que uma caixa possui no instante considerado, da seguinte forma:

1. Determina-se a caixa a qual cada vórtice pertence, pela equações 5.1 e 5.2, reescrevendo-as, onde 2^{level} é o número de caixas virtualmente construídas na direção x e na direção y:

$$i = \left(\frac{y_k - y_{min}}{\left(\frac{y_{max} - y_{min}}{2^{level}} \right)} \right) \quad (B.1)$$

$$j = \left(\frac{x_k - x_{min}}{\left(\frac{x_{max} - x_{min}}{2^{level}} \right)} \right) \quad (B.2)$$

2. Conta-se o número de vórtices discretos em cada caixa (z_{box}): $Z_{box}(i, j) = z_{box}$;
3. Determina-se o número máximo de vórtices dentro de uma caixa: $\max \{Z_{box}(i, j)\} = z_{max}$;
4. Aloca-se a memória necessária para a matriz BOX: $BOX(2^{level}, 2^{level}, z_{max})$, que corresponde ao número de caixas na direção x (2^{level}), ao número de caixas na direção y (2^{level}) e ao máximo valor de vórtices que uma caixa comporta (z_{max}).

B.2.3 Rotina que determina em qual caixa cada vórtice está (BOX_STRUCTURE.FOR)

Esta rotina é responsável por determinar a qual caixa cada vórtice discreto pertence, ou seja ele preenche a matriz BOX, como explicado na subseção 5.2.1.

O primeiro passo desta rotina, corresponde ao passo 1 da rotina anterior. Após determinar os índices i e j para o vórtice k , a matriz BOX toma a seguinte forma: $BOX(i, j, m) = k$, em que m corresponde ao número total de vórtices que já ocupam a caixa (i, j) mais 1.

B.2.4 Rotina que calcula a turbulência (TURBULENCE.FOR)

Esta rotina calcula a turbulência com o auxílio das caixas. As caixas servem de suporte para determinar o conjunto de vórtices que influenciam a turbulência em um determinado local. Desta forma, a função estrutura de velocidades de segunda ordem em um ponto k (que coincide com a posição do vórtice k) é calculada da seguinte forma, sendo que o vórtice discreto k pertence à caixa (i, j) e tem índice m na caixa (figura (B.3)):

$$\bar{F}_{2k}(t) = \frac{1}{N} \sum_{l=i-1}^{i+1} \sum_{c=j-1}^{j+1} \sum_{z=1}^{N(l,c)} \|\vec{u}_k(\vec{x}_k, t) - \vec{u}(\vec{x}_k + \vec{r}_z, t)\|^2 \left(\frac{\sigma_{0k}}{|\vec{r}_z(t)|} \right)^{2/3} \quad (B.3)$$

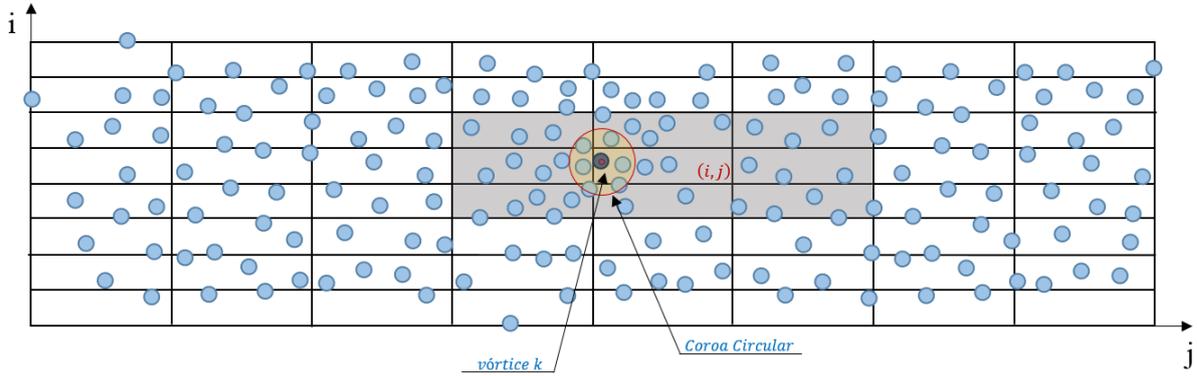


Figura B.3: Esquema das caixas para o cálculo da turbulência.

onde k é o vórtice em análise, de posição \vec{x}_k e velocidade total de $\vec{u}(\vec{x}_k, t)$ no instante t . Enquanto que z é um vórtice qualquer localizado dentro da coroa circular, na posição $\vec{x}_z = \vec{x}_k + \vec{r}_z$ e velocidade total $\vec{u}(x_j + r_z, t)$ no instante t , $N(l, c)$ é o número de vórtice dentro da caixa (l, c) que estão dentro da coroa circular (vórtices discretos z), $N = \sum_{l=i-1}^{i+1} \sum_{c=j-1}^{j+1} N(l, c)$ é o número total de vórtices na coroa circular e σ_{0k} é o raio do núcleo do vórtice k .

De maneira mais detalhada, esta equação pode ser ainda escrita como:

$$\begin{aligned} \bar{F}_2(\text{BOX}(i, j, m)) &= \frac{1}{N} \sum_{l=i-1}^{i+1} \sum_{c=j-1}^{j+1} \sum_{z=1}^{N(l, c)} \\ &\left\{ [u(\text{BOX}(i, j, m), 1) - u(\text{BOX}(l, c, z), 1)]^2 + [u(\text{BOX}(i, j, m), 2) - u(\text{BOX}(l, c, z), 2)]^2 \right\} \\ &\left(\frac{\sigma_0(\text{BOX}(i, j, m))}{\sqrt{[x(\text{BOX}(i, j, m), 1) - x(\text{BOX}(l, c, z), 1)]^2 + [x(\text{BOX}(i, j, m), 2) - x(\text{BOX}(l, c, z), 2)]^2}} \right)^{2/3} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Após o cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem para cada vórtice discreto da nuvem, determina-se o coeficiente de viscosidade turbulenta associado a estes da seguinte forma:

$$v_t(\text{BOX}(i, j, m)) = 0,105 C_k^{-3/2} \sigma(\text{BOX}(i, j, m)) \sqrt{\bar{F}_2(\text{BOX}(i, j, m))} \quad (\text{B.5})$$

Lembrando que $\text{BOX}(i, j, m) = k$.

B.2.5 Rotina de saída de dados (OUTPUT_BOX.FOR)

Esta rotina é opcional e tem o objetivo de gerar dois tipos de arquivos saída em cada instante: (1) o arquivo MESH(XXXX).DAT que fornece as coordenada para a construção da estrutura de caixas em cada instante (como mostrado na figura B.4 para diferentes valores de level); (2) BOX(XXXX).DAT que fornece o índice de cada vórtice discreto na nuvem e o índice correspondente na caixa a qual ele pertence.

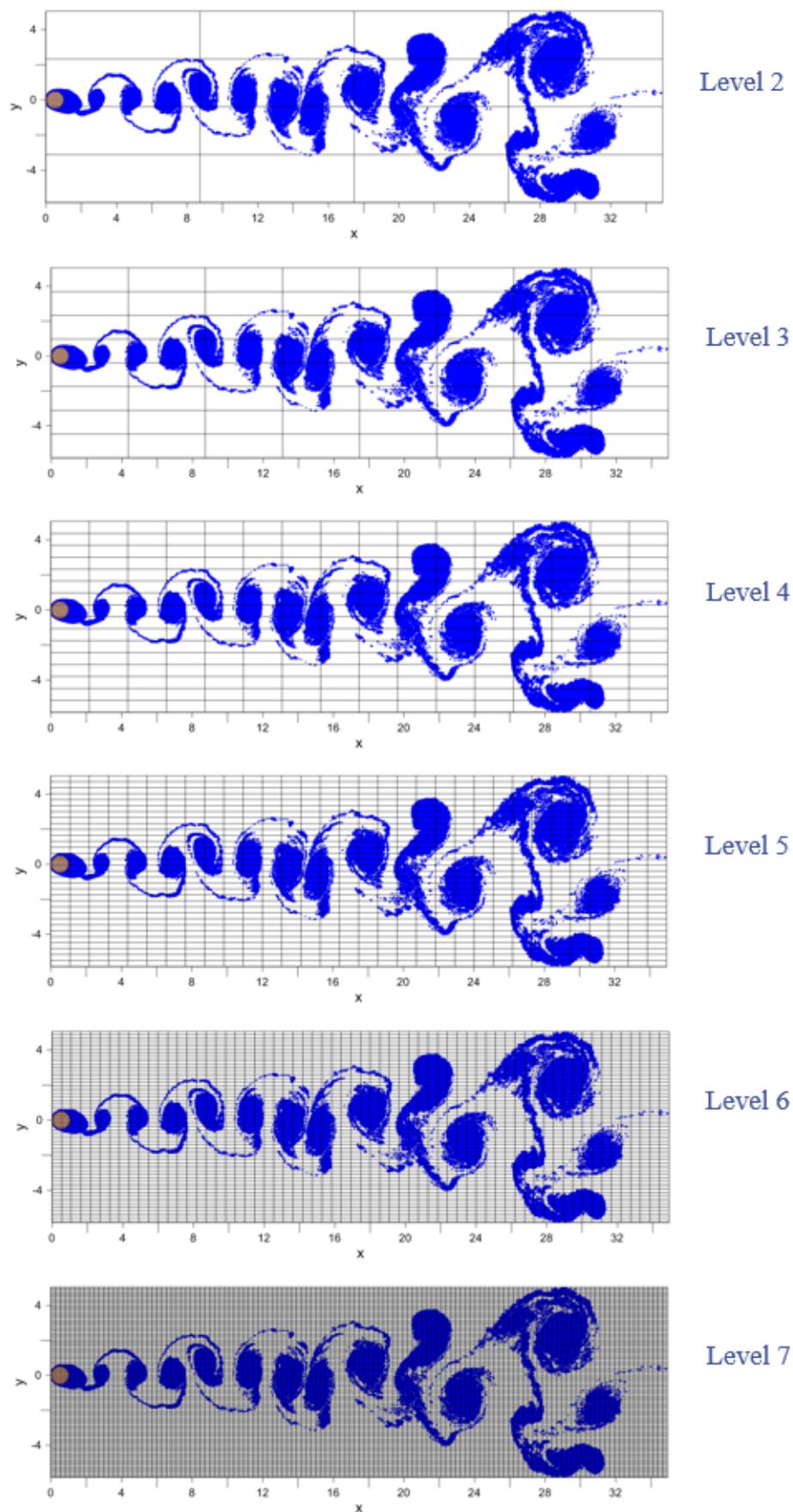


Figura B.4: Posição dos vórtices discretos no instante $t=40,00$ (STEP=800) para um cilindro isolado ($Re = 1,0 \cdot 10^5$).

Apêndice C

ESTABELEECIMENTO DA CONDIÇÃO DE ADERÊNCIA NO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

Vale a pena agora discutir a estrutura desenvolvida por Bimbato (2012), pois este foi o ponto de partida deste trabalho. Bimbato (2012) propôs que a condição de impenetrabilidade (dada pela distribuição de singularidades sobre os painéis) e condição de escorregamento nulo (dada pelo desprendimento de vórtices discretos de Lamb) fosse imposto a partir de um processo iterativo.

Considera-se, assim, dois sistemas lineares distintos:

1. Sistema que satisfaz a condição de impenetrabilidade

$$\begin{bmatrix} 0,5 & K_{1,2}^f & \cdots & K_{1,n-1}^f & K_{1,n}^f \\ K_{2,1}^f & 0,5 & \cdots & K_{2,n-1}^f & K_{2,n}^f \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ K_{n-1,1}^f & K_{n-1,2}^f & \cdots & 0,5 & K_{1,n}^f \\ K_{n,1}^f & K_{n,2}^f & \cdots & K_{n,n-1}^f & 0,5 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_{n-1} \\ \sigma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LDF_1 \\ LDF_2 \\ \vdots \\ LDF_{n-1} \\ LDF_n \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

onde:

$K_{i,j}^f$ é um elemento da matriz de influência de fontes que representa a velocidade normal induzida pelo painel j no ponto de controle do painel i , quando se tem uma distribuição de fontes com densidade uniforme e unitária sobre o painel j ;

σ_j é a incógnita do problema e representa a distribuição uniforme de fontes sobre o painel j ;

LDF_i representa a velocidade normal total induzida no ponto de controle do painel i , devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb. O valor de LDF_i para um painel i , que tem um ângulo de orientação β_i , considerando

(u_∞, v_∞) os componentes da velocidade do escoamento incidente, NV o número total de vórtices na nuvem e (u_{ij}, v_{ij}) os componentes da velocidade induzida pelo vórtice j sobre o ponto de controle i , é dado por:

$$LDF_i = u_\infty \sin \beta_i - v_\infty \cos \beta_i + \sum_{j=1}^{NV} (u_{ij} \sin \beta_i - v_{ij} \cos \beta_i) \quad (C.2)$$

0,5 representa a autoindução, ou seja $K_{i,i}^f$.

Acrescenta-se ainda ao sistema linear (C.1) a equação que representa a conservação da massa; esta equação é dada por:

$$\sigma_1 \Delta s_1 + \sigma_2 \Delta s_2 + \sigma_3 \Delta s_3 + \dots + \sigma_{n-2} \Delta s_{n-2} + \sigma_{n-1} \Delta s_{n-1} + \sigma_n \Delta s_n = 0 \quad (C.3)$$

onde Δs_i é o comprimento do painel i .

Assim, a equação matricial de fontes sobredeterminada pode ser escrita de forma compacta como:

$$\left[COUPS \right] \{ SIGMA \} = \left\{ RHSS \right\} \quad (C.4)$$

2. Sistema que satisfaz a condição de não escorregamento

$$\begin{bmatrix} K_{1,1}^v & K_{1,2}^v & \dots & K_{1,n-1}^v & K_{1,n}^v \\ K_{2,1}^v & K_{2,2}^v & \dots & K_{2,n-1}^v & K_{2,n}^v \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ K_{n-1,1}^v & K_{n-1,2}^v & \dots & K_{n-1,n-1}^v & K_{n-1,n}^v \\ K_{n,1}^v & K_{n,2}^v & \dots & K_{n,n-1}^v & K_{n,n}^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_{n-1} \\ \Gamma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} LDV_1 \\ LDV_2 \\ \vdots \\ LDV_{n-1} \\ LDV_n \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

onde:

$K_{i,j}^v$ é um elemento da matriz de influência de geração de vórtices que representa a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb, desprendido sobre o painel j , sobre o ponto de controle do painel i , considerando que a intensidade deste vórtice discreto seja unitária;

Γ_j é a incógnita do problema e representa a intensidade do vórtice discreto posicionado no ponto de desprendimento j ;

LDV_i representa a velocidade tangencial total induzida no ponto de controle do painel i , devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos de Lamb. Esta pode ser escrita da seguinte forma:

$$LDV_i = -u_\infty \cos \beta_i - v_\infty \sin \beta_i + \sum_{j=1}^{NV} (-u_{ij} \cos \beta_i - v_{ij} \sin \beta_i) \quad (C.6)$$

Acrescenta-se ao sistema linear (C.5) a equação que representa a conservação da circulação; esta equação é dada por:

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \dots + \Gamma_{n-2} + \Gamma_{n-1} + \Gamma_n = 0 \quad (C.7)$$

Assim, a equação matricial de geração de vórtices discretos sobredeterminada pode ser escrita de forma compacta como:

$$\left[COUPV \right] \{ GAMMA \} = \left\{ RHSV \right\} \quad (C.8)$$

Assim, inicialmente calcula-se a matriz de influência de fontes (*COUPS*) e de vórtices (*COUPV*). Ambas dependem somente de como o domínio fluido foi discretizado, ou seja, estas se mantêm inalteradas se a posição de cada painel não se modificar. Desta forma, são calculadas somente uma vez, no início da simulação (fora do processo iterativo).

Em seguida, constrói-se o vetor coluna lado direito fontes (*RHSS*). No início da simulação este depende somente do escoamento incidente, pois não há vórtices discretos no domínio. Por fim, resolve-se o sistema (C.4) formado, sem a equação de conservação, obtendo uma aproximação inicial para o valor da distribuição de fontes sobre cada painel.

Com esta aproximação calcula-se a velocidade induzida em cada ponto de controle devido às singularidades distribuídas ao longo de cada painel. A partir deste cálculo e da influência do escoamento incidente, constrói-se o vetor coluna lado direito - vórtices (*RHSV*). Como, neste caso, o sistema é sobredeterminado utiliza-se o Método de Mínimos Quadrados, obtendo assim um sistema determinado que é posteriormente resolvido pelo Método de Gauss. Desta forma, obtém-se uma primeira aproximação para a intensidade dos vórtices discretos de Lamb desprendidos.

Os cálculos anteriores são feitos considerando a simulação no instante inicial, ou seja, com o domínio sem vórtices discretos livres. Para um instante posterior, acrescenta-se a este passo inicial a influência da nuvem de vórtices discretos de Lamb no cálculo da velocidade induzida em cada ponto de controle, atualizando o vetor coluna lado direito fontes (*RHSS*) e o vetor coluna lado direito vórtices (*RHSV*).

Desta forma, efetua-se a geração virtual de vórtices, desprendendo vórtices discretos de Lamb virtuais ao longo de cada painel, atribuindo a eles posição, velocidade, raio do núcleo e a intensidade determinada pela resolução do sistema (C.5).

Como estes vórtices induzem velocidade no ponto de controle de cada painel, a condição de impenetrabilidade imposta anteriormente é desfeita e, assim, calcula-se (ou recalcula-se) a velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos, levando em conta estes vórtices desprendidos

virtualmente, nos pontos de controle de cada painel. Posteriormente, atualiza-se o vetor coluna lado direito fontes ($RHSS$) e obtém-se, assim, o sistema (C.1) que é sobredeterminado devido ao acréscimo da equação de conservação da massa. Este sistema é resolvido com o auxílio dos Métodos de Mínimos Quadrados e de Gauss. Desta forma, obtém-se uma nova aproximação para o valor das singularidades distribuídas ao longo de cada painel.

A partir deste ponto, inicia-se o processo iterativo. Como no caso anterior, os novos valores de intensidade das fontes/sumidouros distribuídos em cada painel, fazem com que a condição de escorregamento nulo seja desfeita, pois estes induzem velocidades diferentes em cada ponto de controle. Assim, faz-se necessário determinar novamente a intensidade dos vórtices desprendidos no instante em questão.

Para isso, calcula-se a velocidade induzida nos pontos de controle pela nova intensidade destas singularidades e pela nuvem de vórtices, desconsiderando-se os vórtices discretos desprendidos virtualmente. Com estas velocidades, atualiza-se o vetor coluna lado direito vórtices ($RHSV$) e, posteriormente, resolve-se o sistema sobredeterminado (equação (C.5)) com o auxílio dos Métodos de Mínimos Quadrados e de Gauss.

Com a resolução deste sistema obtém-se o novo valor da intensidade dos vórtices discretos desprendidos e o problema então reinicia-se, uma vez que este conjunto de vórtices discretos irá induzir uma velocidade no ponto de controle de tal maneira que seja necessário restabelecer a condição de impetrabilidade, desfeita devido à nova geração de vórtices discretos virtuais.

Assim como feito anteriormente, se restabelece o novo valor das fontes que satisfaça a condição de impenetrabilidade. Feito isso, o processo se reinicia; ele é feito um número de vezes suficiente para gerar valores de distribuição de fontes/sumidouros e de intensidade de vórtices discretos satisfatórios, verificando-se ao final deste processo se a condição de aderência, a conservação de circulação e de massa estão sendo satisfeitas.

A figura C.1 mostra um fluxograma das etapas para garantir a condição de aderência na simulação.

Para levar em conta o efeito da rugosidade, considera-se os conjuntos de fontes/sumidouros distribuídos e de vórtices discretos desprendidos ao longo de cada painel para impor a condição de aderência, estabelecida anteriormente, e calcula-se a velocidade total induzida em cada ponto de desprendimento e nos pontos rugosos dispostos em torno deste. Esta velocidade é calculada pela indução do escoamento incidente, das fontes/sumidouros distribuídos ao longo de cada painel e pela nuvem de vórtice discretos presentes no domínio (que engloba também os vórtices desprendidos neste instante). Feito isso, calcula-se a viscosidade turbulenta associada a cada ponto de desprendimento (equação (3.65)) e, então, modifica-se o raio do núcleo de cada vórtice desprendido (equação (3.68)). Como os raios dos núcleos dos vórtices discretos desprendidos mudam, e estes devem tangenciar o ponto dos painéis que lhe deram origem, o ponto de desprendimento também é modificado.

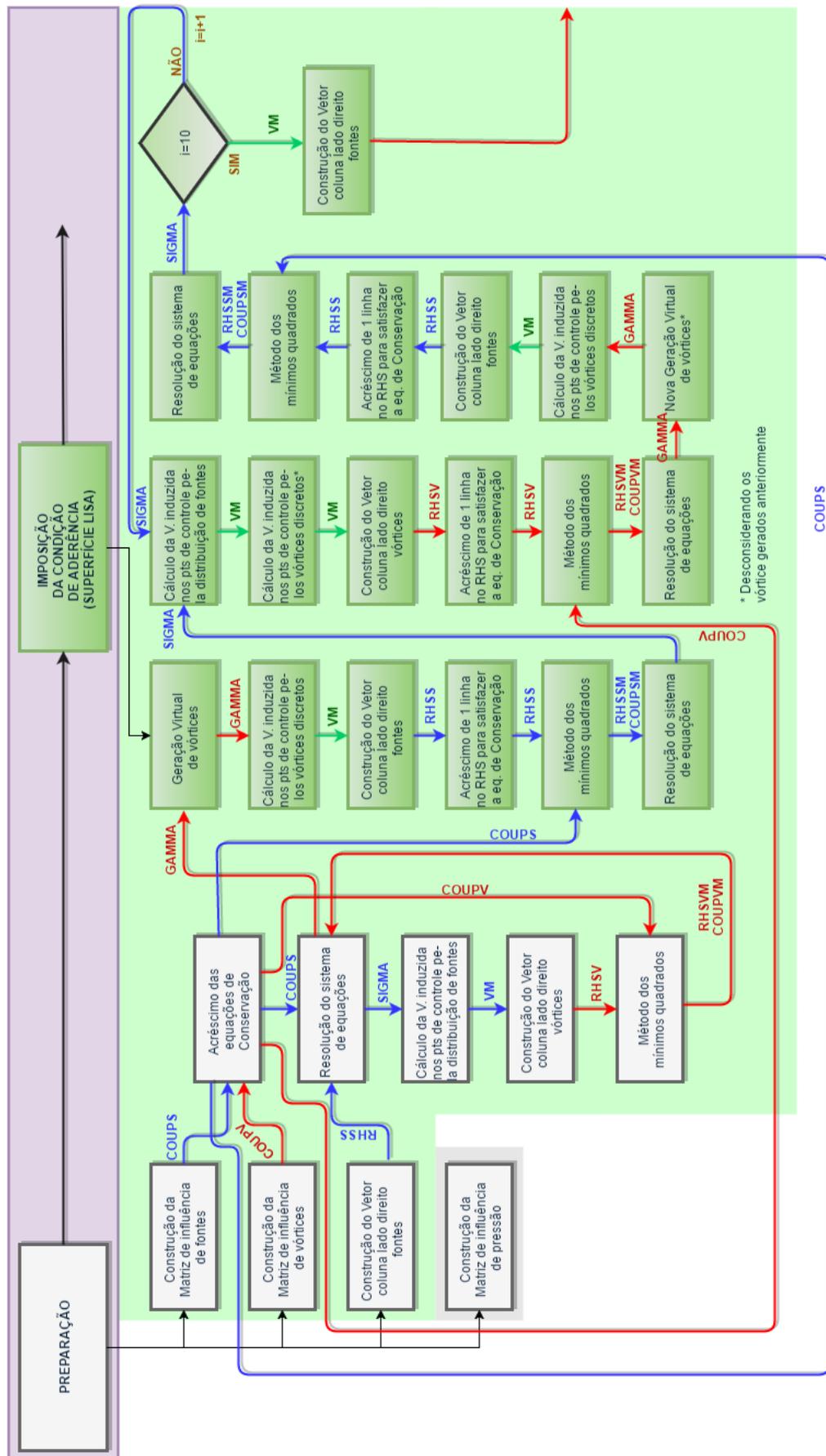


Figura C.1: Esquema do processo executado para garantir a condição de aderência.

Com esta mudança do raio do núcleo dos vórtices discretos desprendidos, a indução de velocidade em cada ponto de controle é modificada, e a condição de aderência determinada anteriormente é desfeita, sendo então, necessário restabelecê-la. Isto é feito seguindo exatamente os mesmos passos anteriores. Vale a pena observar que, no processo anterior, a matriz de influência de vórtices (*COUPV*) é calculada somente uma vez (antes do início do processo iterativo), pois a posição de cada painel e os pontos de desprendimento não se modificavam. Porém, como com o efeito da rugosidade os pontos de desprendimentos se alteram, esta matriz (*COUPV*) é recalculada em cada step da simulação.

A figura C.2 mostra um fluxograma das etapas para garantir a condição de aderência na simulação.

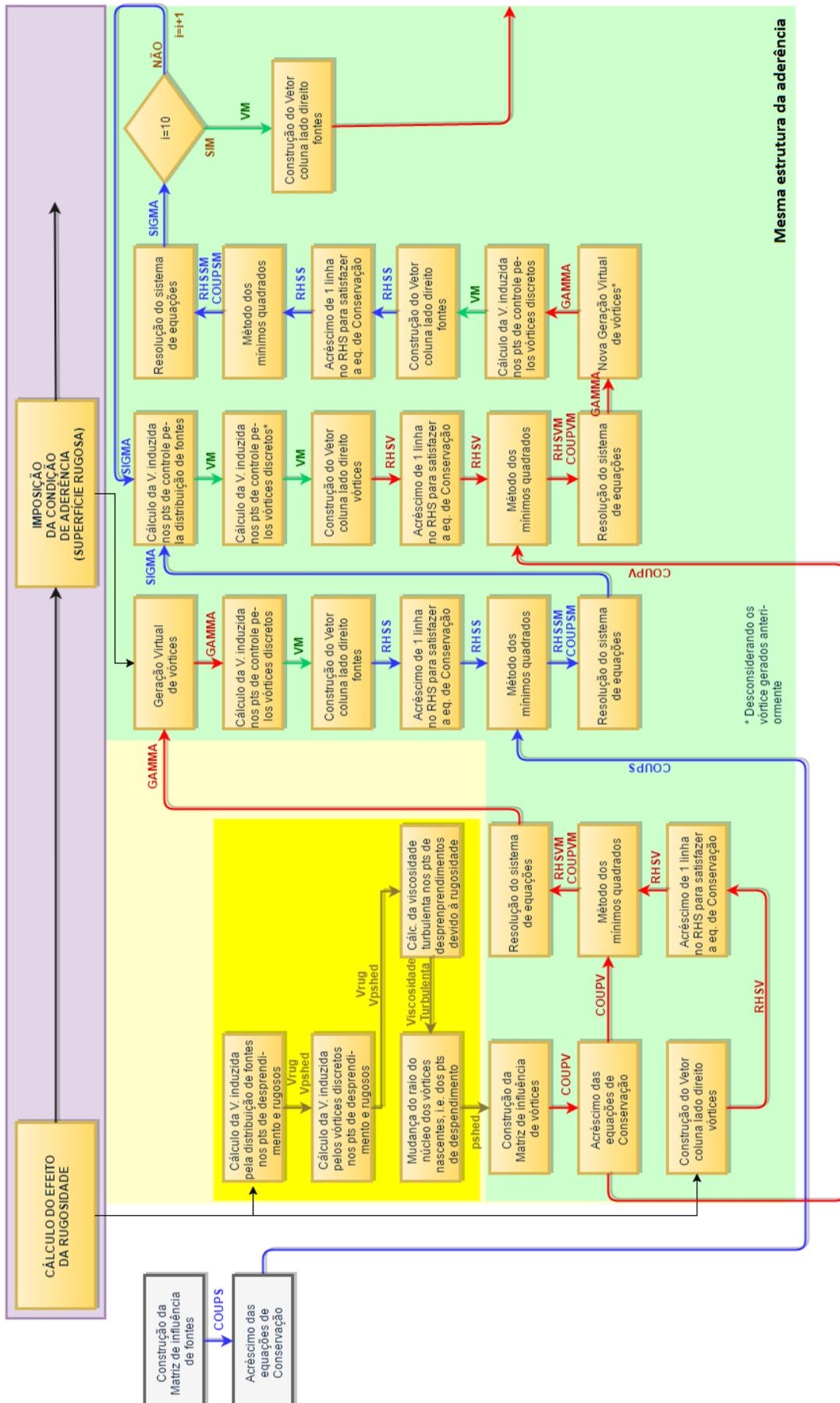


Figura C.2: Esquema do processo executado para garantir a condição de aderência com o efeito rugoso.

Referências Bibliográficas

- ACHENBACH, E. (1968)**, “Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \cdot 10^6$ ”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 34, pp. 625-639.
- ACHENBACH, E. (1971)**, “Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 46, pp. 321-335.
- ACHENBACH, E. & HEINECKE, E. (1981)**, “On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers $6 \cdot 10^3$ to $5 \cdot 10^6$ ”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 109, pp. 239-251.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. (2002)**, *Simulação Numérica do Escoamento ao redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos com Modelagem Sub-Malha de Turbulência*, Tese de Doutorado, Departamento de Mecânica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., RICCI, J. E. R., HIRATA, M. H., SILVEIRA NETO, A. (2002)**, “Simulation of the Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”, *CFD Journal*, v. 11, n. 3, pp. 315-322, October.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2003)**, “Heat Transfer in the Wake Behind a Body Using a Particle Method”, 17th International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM 2003, November 10-14, São Paulo, SP, Brazil.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H., MANZANARES FILHO, N. (2004)**, “Wake and Aerodynamics Loads in Multiple Bodies, Application to Turbomachinery Blade Rows”, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 92, pp. 477-491.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. (2016)**, *Notas de Aula do Curso MCC10: Método de Partículas de Lagrangeanos*, CPGEM-UNIFEI.
- ANGRILLI, F., BERGAMASCHI, S., COSSALTER, V. (1982)**, Investigation of Wall Induced Modifications to Vortex Shedding from a Circular Cylinder. *Transactions of the ASME: Journal of Fluids Engineering*, v. 104, pp. 518-522.
- ASSI, G. R. S. (2009)**, *Mechanisms for Flow-Induced Vibration of Interfering Bluff Bodies*, Ph.D. Thesis, Department of Aeronautics, Imperial College London.

- BATCHELOR, G. K. (1953)**, The Theory of Homogeneous Turbulence, Cambridge University Press.
- BATCHELOR, G. K. (1967)**, An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press.
- BEARMAN, P. W. (1967)**, On vortex street wakes. *Journal of Fluid Mechanics*, 28(4), 625–641.
- BEARMAN, P. W., ZDRAVKOVICH, M. M. (1978)**, “Flow around a Circular Cylinder near a Plane Boundary, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 89, pp. 33-47.
- BIMBATO, A. M. (2008)**, Análise do Comportamento Aerodinâmico de um Corpo na Presença de uma Superfície Plana Móvel, Dissertação de Mestrado, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2009a)**, “Influence of the Wake Interference on the Vortex Shedding Flow around a Circular Cylinder in Ground Effect”, 20th International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM 2009, November 15-20, Gramado, RS, Brazil.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2009b)**, “Simulation of Viscous Flow around a Circular Cylinder near a Moving Ground”, *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, v. XXXI, No. 3, pp. 243-252.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2010a)**, “Aerodynamics of bluff body close to a moving ground”, 13rd Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, December 05-10, 2010, Uberlandia, MG, Brazil.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2010b)**, “A Study of Boundary Layer Formation from a Moving Flat Surface Using Lagrangian Large Eddy Simulation”, VII Escola de Primavera de Transição e Turbulência, Anais da EPTT 2010, 27 de setembro a 01 de outubro, Ilha Solteira, SP, Brazil.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2011)**, “Study of the Vortex Shedding Flow around a Body near a Moving Ground”, *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, v. 99, pp. 7-17.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2012a)**, “Corrected Lagrangian LES Model for Vortex Method”, In Proceedings of the EPTT 2012 8th Spring School on Transition and Turbulence. São Paulo, SP, Brazil.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2012b)**, “Vortex shedding suppression on a bluff body in the vicinity of a moving ground”, 14th Brazilian

Congress of Thermal Sciences and Engineering October 18-22, 2012, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

BIMBATO, A. M., (2012), Estudo de Escoamentos Turbulentos em torno de um Corpo Rombo de Superfície Hidraulicamente Lisa ou Rugosa Utilizando o Método de Vórtices Discretos, Tese de Doutorado, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2013), “Numerical Investigation of the Drag Crisis in Flow Past a Rough Circular Cylinder”, In Proceedings of the COBEM 2013 22nd International Congress of Mechanical Engineering. Ribeirão Preto, SP, Brazil.

BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2014), “Influence of the roughness surface effects on the flow around a circular cylinder in ground effect”, 15th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering November 10 to 13, 2014, Belém, PA, Brazil.

BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2015), “A Roughness Surface Model to Simulate the drag crisis using a Lagrangian Vortex Method”, 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering December 6-11, 2015, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

BLEVINS, R. D. (1984), Applied Fluid Dynamics Handbook, Van Nostrand Reinhold, Co.

BLOOR, M. S., (1964), “The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder”, Journal of Fluid Mechanics, 19(2), 290–304.

BURESTI, G., LANCIOTTI, A. (1979), “Vortex Shedding from Smooth and Roughened Cylinders in Cross-Flow near a Plane Surface”, Aeronautical Quarterly, v. 30, pp. 305-321.

CHOLLET, J. P., LESIEUR, M. (1981), “Parameterization of Small Scales of Three-Dimensional Isotropic Turbulence Utilizing Spectral Closures”, J. Atmos. Sci., v. 38, pp. 2747-2757.

CHORIN, A. J. (1973), “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”, Journal of Fluid Mechanics, v. 57, pp. 785-796.

COTTET, G. & KOUMOUTSAKOS, P. D. (2000), Vortex Methods: Theory and Practice. Cambridge University Press.

DEMARTINO, C. & RICCIARDELLI, F. (2017), “Aerodynamics of nominally circular cylinders: A review of experimental results for Civil Engineering applications”. Engineering Structures, 137, 76 – 114.

- EINSTEIN, A. (1956)**, Investigation on the Theory of Brownian Motion, Dover, NY.
- FAGE, A., WARSAP, J. H. (1929)**, “The Effects of Turbulence and Surface Roughness on the Drag of a Circular Cylinder”, Brit. Aeronautical Research Council, Rep and Memo 1283.
- GERRARD, J. H. (1966)**, “The Mechanics of the Formation Region of Vortices behind Bluff Bodies”, Journal of Fluid Mechanics, v. 25, pp. 401-413.
- GERRARD, J. H., (1978)**, “The Wakes of Cylindrical Bluff Bodies at Low Reynolds Number”, Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 288(1354), 351–382.
- GUVEN, O., FARELL, C., PATEL, V. C. (1980)**, “Surface Roughness Effects on the Mean Flow Past Circular Cylinders”, Journal of Fluid Mechanics, v. 98, pp. 673-701.
- HINSBERG, N. P. V. (2015)**, “The Reynolds number dependency of the steady and unsteady loading on a slightly rough circular cylinder: From subcritical up to high transcritical flow state”, Journal of Fluids and Structures, 55, 526 – 539.
- HU, Q., NAIL A. G., DURAISWAMI, R. (2013)**, “GPU accelerated fast multipole methods for vortex particle simulation”, Computers & Fluids, 88, 857 – 865.
- JENSEN, B. L., SUMER, B. M., JENSEN, H. R., FREDSE, J. (1990)**, “Flow around and forces on a pipeline near a scoured bed in steady current”, Trans. of the ASME, J. of Offshore Mech. and Arctic Engrg., 112:206-213.
- KAMEMOTO, K., & MIYASAKA, T. (1999)**, “Development of a Vortex and Heat Elements Method and Its Application to Analysis of Unstead Heat Transfer around a Circular Cylinder in a Uniform Flow”, Proc. of 1st Int. Conf. on Vortex Methods, Kobe, Nov. 4- 5, pp. 191 -203.
- KAMEMOTO, K. (2004)**, “On Contribution of Advanced Vortex Element Methods Toward Virtual Reality of Unsteady Vortical Flows in the New Generation of CFD”, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., v. XXVI, n. 4, October-December, pp. 368-378.
- KARAMCHETI, K. (1980)**, Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics, John Wiley and Sons, Inc. New York/London/Sydney.
- KARL E. G., & SETHIAN, J. A. (1991)**, Vortex Methods and Vortex Motion. SIAM.
- KATZ, J., PLOTKIN, A. (1991)**, Low Speed Aerodynamics: from Wing Theory to Panel Methods, McGraw Hill Inc..
- KATZ, J., & PLOTKIN, A. (2001)**, Low-Speed Aerodynamics. Cambridge University Press.
- KIRCHHART, M. (2013)**, Handout for the CES-Seminar Talk Vortex Methods.

- KIYA, M. (1968)**, Study on the turbulent shear flow past a circular cylinder. Bulletin Faculty of Engrg., Hokkaido University, 50:1-100.
- KOSIOR, A., & KUDELA, H. (2014)**, “The 3D vortex particle method in parallel computations on many GPUs”, Computers & Fluids, 92, 274 – 280.
- KOSTECKI, S.W. (2008)**, “Numerical modelling of flow through moving watercontrol gates by vortex method. Part I Problem formulation”, Archives of Civil and Mechanical Engineering, Vol. VIII, No. 3.
- LEONARD, A. (1980)**, “Vortex Methods for Flow Simulation”, Journal of Computational Physics, v. 37, pp. 289-335.
- LIN, C., LIN, W. J., LIN, S. S. (2005)**, "Flow Characteristics around a Circular Cylinder near a Plane Boundary", Proceedings of the Sixteenth International Symposium on Transport Phenomena (ISTP-16), 29 August - 1 September, Prague, Czech Republic, (CD-ROOM).
- MÉTAIS, O., LESIEUR, M. (1992)**, “Spectral Large-Eddy Simulations of Isotropic and Stably-Stratified Turbulence”, Journal of Fluid Mechanics, v. 239, pp. 157-194.
- MOURA, W. H. (2007)**, Análise do escoamento ao redor de um corpo oscilante na presença de uma superfície plana, Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- MUSTTO, A. A. (1998)**, Simulação Numérica do escoamento em torno de um cilindro circular com e sem rotação utilizando o método de vórtices, Dissertação de Mestrado, PEM – COPPE/UFRJ.
- NIKURADSE, J. (1933)**, “Strömungsgesetze in rauhen Röhren”, V. D. I. Forschungsheft, v. 361.
- NISHINO, T. (2007)**, Dynamics and Stability of Flow Past a Circular Cylinder in Ground Effect, Ph.D. Thesis, Faculty of Engineering, Science and Mathematics, University of Southampton, 145p.
- OULD-SALIHI, M. L., COTTET, G. H., EL HAMRAOUI, M. (2000)**, “Blending Finite-Difference and Vortex Methods for Incompressible Flow Computations”, SIAM Journal on Scientific Computing 22-5, 1655-1674.
- PANG, J. H., ZONG, Z., ZOU, L., WANG, Z. (2016a)**, “A novel vortex scheme with instantaneous vorticity conserved boundary conditions”, European Journal of Mechanics - B/Fluids, 59, 219-228.
- PANG, J. H., ZONG, Z., ZOU, L., WANG, Z. (2016b)**, “Numerical simulation of the flow around two side-by-side circular cylinders by IVCBC vortex method”, Ocean Engineering, 119, 86-100.

- PRICE, S. J., SUMMER, D., SMITH, J. G., LEONG, K., PAIDOUSSIS, M. P. (2002)**, “Flow Visualization around a Circular Cylinder near to a Plane Wall”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 16, pp. 175-191.
- RAMACHANDRAN, P., RAJAN, S. C., RAMAKRISHNA, M. (2000)**, “An accurate two-dimensional panel method” In Seminar on advances in aerospace technologies, SAAT-2000, Aeronautical Society of India.
- RICCI, J. E. R. (2002)**, Simulação Numérica do escoamento ao redor de um Corpo de Forma Arbitrária, Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices, Tese de Doutorado, Departamento de Mecânica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
- ROSHKO, A. (1961)**, “Experiments on the Flow past a Circular Cylinder at Very High Reynolds Number”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 10, pp. 345-356.
- ROSHKO, A., STEINOLFSON, A., CHATTOORGOON, V. (1975)**, “Flow Forces on a Cylinder near a Wall or Near another Cylinder”, *Proceedings of the 2nd US National Conference on Wind Engineering Research*, Fort Collins, Paper IV-15.
- ROSSI, L. F. (1996)**, “Resurrecting Core Spreading Vortex Methods: A New Scheme that is both Deterministic and Convergent”, *SIAM J. Sci. Comput.*, 17:370-397.
- ROSSINELLI, D., BERGDORF, M., COTTET, G. H., KOUMOUTSAKOS, P. (2010)**, “GPU accelerated simulations of bluff body flows using vortex particle methods”, *Journal of Computational Physics*, 229(9), 3316-3333.
- SAFFMAN, P. G. (1992)**, *Vortex Dynamics*. 1 ed. Cambridge, Cambridge University Press, pp. 311.
- SARPKAYA, T. (1994)**, “Vortex Element Methods for Flow Simulation”, *Advances in Applied Mechanics*, v. 31, pp. 113-247.
- SHAANAN, S., FERZINGER, J. H., REYNOLDS, W. C. (1975)**, “Numerical Simulation of Turbulence in Presence of Shear”, Rep. TF-6, Dept. Mechanical Engineering, Stanford University.
- SHINTANI, M., AKAMATSU, T. (1994)**, “Investigation of Two Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”, *Computational Fluid Dynamics Journal*, v. 3, n. 2, pp. 237-254.
- SILVEIRA NETO, A., GRAND, D., MÉTAIS, O., LESIEUR, M. (1993)**, “A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence behind a Backward-Facing Step”, *International Journal of Fluid Mechanics*, v. 256, pp. 1-25.

- SMAGORINSKY, J. (1963)**, “General Circulation Experiments with the Primitive Equations”, *Mon. Weather Rev.*, v. 91, n. 3, pp. 99-164.
- SON, J. S., HANRATTY, T. J. (1969)**, “Velocity Gradients at the Wall for Flow Around a Cylinder at Reynolds Number from $5,0 \cdot 10^3$ to $1,0 \cdot 10^5$ ”, *J. Fluid Mech.*, v. 35 (2), pp. 353-368.
- STOCK, M. J., (2007)**, Summary of Vortex Methods Literature (A living document rife with opinion).
- SUMER, B. M., FREDSSØE, J. (2006)**, “Hydrodynamics around Cylindrical Structures”, *Advanced Series on Ocean Engineering*, v. 26, 550p.
- SUMMERS, DAVID M. & CHORIN, ALEXANDRE J. (1996)**, Hybrid vortex/magnet methods for flow over a solid boundary. *ESAIM: Proc.*
- SZECHENYI, E. (1975)**, “Supercritical Reynolds Number Simulation for Two Dimensional Flow over Circular Cylinders”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 70, pp. 529-542.
- TANEDA, S. (1965)**, “Experimental Investigation of Vortex Streets”, *Journal of the Physical Society of Japan*, v. 20, pp. 1714-1721.
- TOLBA, K. I. & MORGENTHAL, G. (2017)**, “Pseudo three-dimensional simulation of aeroelastic response to turbulent wind using Vortex Particle Methods”, *Journal of Fluids and Structures*, 72, 1-24.
- WANG, R., CHEN, B., WANG, X. (2017)**, “Numerical simulation of cryogen spray cooling by a three-dimensional hybrid vortex method”, *Applied Thermal Engineering*, 119, 319 – 330.
- WAYNE, E. (2014)**, Lecture 1: The Oseen vortex. In: *School Around Vortices: from Continuum to Quantum Mechanics*, IMPA.
- WHITE, F. M. (2002)**, *Mecânica dos Fluidos*, McGraw-Hill, 4ª edição, 570p.
- WILLIAMSON, C. H. K. (1988)**, “The existence of two stages in the transition to three dimensionality of a cylinder wake”, *The Physics of Fluids*, 31(11), 3165–3168.
- WILLIAMSON, C. H. K. (1989)**, “Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers”, *Journal of Fluid Mechanics*, 206(09), 579–627.
- YOKOTA, R. & OBI, S. (2011)**, “Vortex Methods for the Simulation of Turbulent Flows: Review”, *Journal of Fluid Science and Technology*, v. 6. 14-29. 10.1299/jfst.6.14.

ZDRAVKOVICH, M. M. (1985), “Forces on a Circular Cylinder near a Plane Wall”, Applied Ocean Research, v. 7, pp. 197-201.

ZDRAVKOVICH, M. M. (1997), Flow around Circular Cylinders: Vol. 1: Fundamentals, Oxford University Press, Oxford, UK.

ZDRAVKOVICH, M. M. (2003), Flow around Circular Cylinders: Vol. 2: Applications, Oxford University Press, Oxford, UK.

ZHOU, B., WANG, X., GHO, W. M., TAN, S. K. (2015), “Force and flow characteristics of a circular cylinder with uniform surface roughness at subcritical Reynolds numbers”, Applied Ocean Research, 49, 20-26.